РАЗДЕЛ II. ТРАНСПОРТ

УДК 629.021 DOI: https://doi.org/10.26518/2071-7296-2019-6-706-716

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ САЙЛЕНТБЛОКА НА ОСНОВЕ ЭЛЕМЕНТОВ ГУКА И СЕН-ВЕНАНА

Д.А. Тихов-Тинников¹, В.С. Барадиев¹, А.И. Федотов², А.В. Алексеев¹ ¹Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления, г. Улан-Удэ, Россия; ²Иркутский национальный исследовательский технический университет, г. Иркутск, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. Сайлентблоки являются важной составной частью систем подрессоривания современных автотранспортных средств. Их свойства определяют не только комфортность передвижения на автомобиле, но и оказывают влияние на упругую характеристику подвески. При деформации сайлентблока в его силовой характеристике возможно появление линейных участков, которые целесообразно описывать с использованием математической модели, построенной на основе классических элементов Гука и Сен-Венана. В статье представлены математическое описание и результаты моделирования процесса функционирования цилиндрического сайлентблока, дана количественная оценка достоверности аппроксимации, определены области применения разработанной математической модели.

Материалы и методы. Исходными данными для исследования являются экспериментальные силовые характеристики цилиндрического автомобильного сайлентблока, полученные в гармоническом режиме при частоте от 0,03 до 51 Гц и амплитуде от 0,4 до 10 мм. Математическое описание модели определяется силовым балансом взаимодействующих между собой двух элементов Гука и одного элемента Сен-Венана. Расчеты выполнены с применением численных и оптимизационных методов.

Результаты. В ходе выполненных исследований получены функции, характеризующие изменение параметров элементов Гука и Сен-Венана от амплитуды деформации сайлентблока; расчетные силовые характеристики в виде зависимостей усилия сайлентблока от его деформации; количественные показатели достоверности аппроксимации экспериментальных данных разработанной математической модели.

Обсуждение и заключение. Выполненный анализ режимов работы модели показал возможность ее применения для описания процессов функционирования сайлентблока в стационарном гармоническом режиме при малых и средних амплитудах деформации. Исследование результатов моделирования при постоянных значениях параметров элементов Гука и Сен-Венана выявило теоретические предпосылки возможности использования модели для расчета усилия сайлентблока в нестационарном режиме.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: система подрессоривания автомобиля, резинометаллический шарнир, модель тела Гука, модель тела Сен-Венана, математическое моделирование, амплитуда, частота.

Поступила 05. 11. 2019, принята к публикации 17.12.2019.

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Прозрачность финансовой деятельности: авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах. Конфликт интересов отсутствует.

БЛАГОДАРНОСТИ. Выражаем искреннюю благодарность руководству Восточно-Сибирского государственного университета технологий и управления в лице ректора д-ра экон. наук, проф. Сактоева Владимира Евгеньевича и проректора по научной работе и инновациям, д-ра техн.наук, проф. Сизова Игоря Геннадьевича за поддержку и создание условий для выполнения работы по теме исследования.

Для цитирования: Тихов-Тинников Д.А., Барадиев В.С., Федотов А.И., Алексеев А.В. Математическая модель процесса функционирования сайлентблока на основе элементов гука и сен-венана. Вестник СибАДИ. 2019;16(6): 706–716. https://doi.org/10.26518/2071-7296-2019-6-706-716

© Тихов-Тинников Д.А., Барадиев В.С., Федотов А.И., Алексеев А.В.



706

Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License. DOI: https://doi.org/10.26518/2071-7296-2019-6-706-716

MATHEMATICAL MODEL OF THE FUNCTIONING PROCESS OF A RUBBER BUSHING ON THE HOOKE AND SAINT-VENANT ELEMENTS' BASIS

Dmitry A. Tikhov-Tinnikov¹, Viktor S. Baradiev¹, Alexander I. Fedotov², Aleksey V. Alekseev¹ ¹East Siberian State University of Technology and Management, Ulan-Ude, Russia; ²Irkutsk National Research Technical University Irkutsk, Russia

ABSTRACT

Introduction. Rubber bushings are important parts of the spring systems of modern vehicles. The properties determine not only the comfort of car movement, but also affect the elastic suspension characteristics. When a bushing is deformed, linear sections appear in characteristics. It is advisable to describe such characteristics using a mathematical model based on the classical elements of Hooke and Saint-Venant. The paper presents a mathematical description of the bushing simulation functioning results, accuracy of approach, areas of application of the mathematical model.

Materials and methods. The initial data was the experimental characteristic of a cylindrical automobile rubber bushing, obtained in harmonic mode at the 0.03 to 51 Hz frequency and the 0.4 to 10 mm amplitude. The force balance of the two Hooke elements and one Saint-Venant element interacting with each other determined the mathematical model description. The authors carried out the calculations using numerical and optimization methods. **Results.** As a result, the authors determined functions characterizing the change in the parameters of the Hooke and Saint-Venant elements from the rubber bushings' deformation amplitude. Moreover, the authors calculated power characteristics in the form of dependences of the rubber bushing effort and also found quantitative indicators of the reliability of the experimental data approximation by the developed mathematical model.

Discussion and conclusions. The analysis of the operating modes shows the possibility of the model application to describe the rubber bushing functioning in a stationary harmonic mode with small and medium strain amplitudes. The simulation results of the Hooke's and Saint-Venant's parameters reveals the theoretical prerequisites for the possibility of using the model to calculate the bushing force in an unsteady mode.

KEYWORDS: car suspension, rubber bushing, Hooke element, Saint-Venant element, mathematical modeling, amplitude, frequency.

Submitted 05.11.2019, revised 17.12.2019.

The authors have read and approved the final manuscript.

Financial transparency: the authors have no financial interest in the presented materials or methods. There is no conflict of interest.

ACKNOWLEDGMENTS. The authors express their sincere gratitude to the leadership of the East Siberian State University of Technology and Management, namely to the Rector, Doctor of Economics, Professor, Vladimir E. Saktoev and to the Vice-Rector in Research and Innovation, Doctor of Technical Sciences, Professor, Igor G. Sizov for support and creation of conditions for research process.

For citation: Tikhov-Tinnikov Dmitry A., Baradiev Viktor S., Fedotov Alexander I., Alekseev Aleksey V. Mathematical model of the functioning process of a rubber bushing on the hooke and saint-venant elements' basis. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal.* 2019;16(6): 706–716 (in Russ.). https://doi.org/10.26518/2071-7296-2019-6-706-716

© Tikhov-Tinnikov D.A., Baradiev V.S., Fedotov A.I., Alekseev A.V.



Content is available under the license Creative Commons Attribution 4.0 License.

введение

Резинометаллические шарниры, или сайлентблоки,¹ [1] применяются в автомобильных системах подрессоривания для обеспечения демпфирующего эффекта, задания эластокинематических свойств подвески и компенсации производственных допусков. Являясь составной частью подвески, сайлентблоки также оказывают влияние на ее упругую характеристику. Резинометаллический шарнир представляет собой эластомерный полый цилиндр, установленный между внешней и внутренней втулкой. Втулки, соединенные с компонентами системы подвески, передают усилия от колеса автомобиля к кузову или раме. В настоящее время ученое сообщество уделяет особое внимание исследованиям сайлентблоков, направленных на решение конструкторских задач в области снижения вибраций и улучшения комфортности движения наземных транспортно-технологических средств [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]. В меньшей степени исследуются эксплуатационные изменения технического состояния резинометаллических шарниров [10, 11].

Характеристики сайлентблока определяются свойствами материала и геометрическими параметрами. Благодаря эластомерным материалам сайлентблок имеет нелинейные характеристики как по амплитуде, так и по частоте, что проявляется в виде гистерезисного отклика при гармоническом режиме возбуждения. Вибрация, передаваемая через шарнир, демпфируется вследствие нелинейной вязкоупругой природы эластомерного материала. При несимметричной форме сайлентблока его характеристика становится анизотропной, что позволяет получать разные отклики сайлентблока в зависимости от направления действия возмущающей силы. Усилия сайлентблока определяются не только значением мгновенной деформации, но и зависят от истории деформации в прошлом. В результате гистерезисная сила не может быть выражена алгебраической функцией мгновенного смещения и скорости. Эта особенность затрудняет моделирование и анализ процессов функционирования сайлентблоков в сравнении с другими нелинейными системами.

Существующие методы расчета характеристик резинометаллических шарниров обычно основываются на использовании эмпирических данных, что требует проведения большого объема экспериментальных исследований с применением специального лабораторного оборудования [12, 13]. Силовые характеристики сайлентблоков, представляющие собой зависимости изменения усилия от величины деформации, определяют в стационарных режимах при гармоническом изменении возмущающего воздействия. Полученные данные аппроксимируются с использованием математических моделей, основу которых составляют классические тела (элементы) реологии – модели тел Гука, Максвелла и Сен-Венана^{2,3}. Наиболее часто математические модели эластомера основываются на комбинациях первых двух типов классических элементов. Деформация и ее первая производная по времени являются аргументами линейных функций, описывающих изменения усилий классических элементов Гука и Максвелла соответственно. Учитывая нелинейное изменение скорости от времени при гармоническом режиме, комбинация таких элементов всегда будет давать нелинейную характеристику усилия сайлентблока от перемещения. Данные модели хорошо описывают результаты экспериментальных исследований, полученные при малых и больших амплитудах деформаций. В этом случае выходная силовая характеристика сайлентблока не имеет линейных участков. При малой амплитуде характеристика близка к правильному эллипсу, а при большой имеет растянутую s-образную форму. На средних деформациях в характеристике возможно появление линейных участков, моделирование которых целесообразно выполнять с применением моделей тел Гука и Сен-Венана, усилия которых определяются только значением деформации и не зависят от ее скорости. Комбинация таких элементов позволит более точно описать линейное изменение выходной характеристики сайлентблока в зоне средних амплитуд деформаций эластомера. Рассмотрим математический аппарат реализации данной модели, выполним количественную оценку ее достоверности и на основании произведенных расчетов определим возможные области ее применения.

708

¹ Раймпель Й. Шасси автомобиля. М. : Машиностроение, 1983. 356 с.

² Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. М. : Наука, 1975. 832 с.

³ Кулезнев В.Н. Основы физики и химии полимеров. М. : Высшая школа, 1977. 248 с.

МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

В качестве исходных данных примем результаты исследований цилиндрического автомобильного сайлентблока, полученные и опубликованные учеными Лундского университета (Швеция) [14, 15, 16]. Работа выполнялась совместно со специалистами Materials Centre of Volvo Car Corporation с использованием испытательного оборудования производства фирмы Schenck, обеспечивающего нагрузку на сайлентблок до 7 кН с частотой колебаний до 1 кГц, погрешность измерения не более 0,5%. Исходные данные были переведены из графических изображений в числовой формат с использованием программы «GetData Graph Digitizer». В результате получены массивы данных, характеризующих изменения усилия сайлентблока от перемещения с амплитудами А: 0,4; 1,0; 1,6; 2,0; 3,0; 4,0; 6,0 и 10,0 мм; при частоте протекания процесса ω: 0,03 (псевдостатика) (рисунок 1, а); 5,0 (рисунок 1,б) и 51,0 Гц (рисунок 1, в).

Анализ характеристик показывает, что увеличение амплитуды деформации сайлентблока приводит к уменьшению тангенса угла наклона осевой линии петли гистерезиса и к изменению ее формы. При малых амплитудах при A≤2,0 мм петля гистерезиса представляет правильный эллипс на всех частотных режимах проведения испытаний. На средних деформациях при А, равном 3,0, 4,0 и 6,0 мм, на эллипсе появляются линейные участки. В зоне больших деформаций при А=10,0 мм (рисунок 1, *a*) характеристика сильно искажается и принимает s-образную форму (в дальнейших исследованиях данная характеристика не рассматривается).

Рассмотрим расчетную схему в виде механической модели на основе тел Гука и Сен-Венана (рисунок 2) для описания выше представленных изменений силовых характеристик при функционировании сайлентблока в зоне малых и средних деформаций. Модель представляет собой два параллельно работающих блока. Первый блок образует классический элемент Гука С1, постоянно работающий при любой величине деформации. Второй блок состоит из двух последовательных элементов С₂ и F_r. Усилие, моделируемое данным блоком, определяется жесткостью и деформацией элемента Гука С2 и при этом ограничено величиной трения в элементе Сен-Венана F, В общем виде выходную характеристику модели формируют четыре линейных участка ab, bc, cd и da. Участки ab и cd определяются жесткостью С, и трением F, на участках bc и da работают все три элемента модели.



Figure 1 – Experimental rubber bushing characteristics



Рисунок 2 – Механическая модель для расчета усилия сайлентблока на основе элементов Гука и Сен-Венана: а – расчетная схема, б – характеристика модели

Figure 2 – Mechanical model for calculating the efforts of the bushing based on the Hooke and Saint-Venant elements: a – design scheme; 6 – model characteristics

Математическое описание модели представляет усилие сайлентблока как сумму сил тел Гука, определяемых произведением жесткостей C_1 и C_2 на величину их деформаций Δ_a и Δ_b ,

$$F_{sb} = C_1 \times \Delta_a + C_2 \times (\Delta_a - \Delta_b). \tag{1}$$

При этом скорости и координаты перемещения точек *а* и *b* зависят от соотношения сил, развиваемых телом Гука *C*₂ и телом Сен-Венана *F*_{fmax}, и определяемого условием

$$\dot{\Delta}_{b} = \begin{cases} \dot{\Delta}_{a} \to C_{2} \times (\Delta_{a} - \Delta_{b}) > F_{f \max} \\ 0 \to C_{2} \times (\Delta_{a} - \Delta_{b}) \le F_{f \max}. \end{cases}$$
(2)

Изменение координаты точки *а*, являющееся величиной деформации сайлентблока Δ_{sb} , задается в виде гармонической функции времени

$$\Delta_a = \Delta_{sb} = f(t). \tag{3}$$

Определим для каждой из представленных на рисунке 1 экспериментальных силовых характеристик параметры модели C_1 , C_2 и F_r Исходя из расчетной схемы (см.рисунок 2) и выражения (1) можно утверждать, что усилие сайлентблока F_{sb} в стационарном гармоническом режиме при $\Delta_{sb} = 0$ определятся только усилием тела Гука C_2 :

$$F_{sb} = -C_2 \times \Delta_b. \tag{4}$$

Учитывая последовательное соединение тела Гука С₂ и тела Сен-Венана *F*_f верно утверждение о равенстве усилий, развиваемых данными телами,

$$F_f = C_2 \times \Delta_b. \tag{5}$$

Следовательно, величину трения F_f тела Сен-Венана можно определить из экспериментальных силовых характеристик как половину разности между максимальным $F_{sb (ex, \Delta sb=0, max)}$ и минимальным $F_{sb (ex, \Delta sb=0, min)}$ значениями усилия сайлентблока при Δ_{sb} = 0:

$$F_f = \frac{1}{2} \times \left(F_{sb (ex, \Delta sb=0, \max)} - F_{sb (ex, \Delta sb=0, \min)} \right).$$
(6)

Жесткость тела Гука С₁ вычислим также по экспериментальным данным исходя из того, что максимальное и минимальное усилие сайлентблока в стационарном гармоническом режиме определяются как

$$F_{sb\ (ex,\ \Delta sb=\max)} = C_1 \times \frac{A}{2} + F_f,\tag{7}$$

$$F_{sb (ex, \Delta sb=\min)} = -C_1 \times \frac{A}{2} - F_f.$$
(8)

Откуда

F

$$C_1 = \frac{F_{sb (ex, \max)} - F_f}{0.5 \times A} = \frac{F_{sb (ex, \min)} + F_f}{0.5 \times (-A)}.$$
 (9)

Жесткость тела Гука С₂ определим исходя из условия минимизации суммы квадрата раз-

710

ности между расчетными $F_{sb(i)} = f(C_2, \Delta_{sb})$ и экспериментальными $F_{sb(ex, i)}$ значениями усилия сайлентблока:

$$\sum_{i=1}^{n} (F_{sb(i)} - F_{sb(ex,i)})^{2} \to \min,$$
(10)

где *n* – количество экспериментальных значений в силовой характеристике.

Решая совместно выражения (1), (2) и (3), а также выполняя оптимизацию по условию (10) с использованием метода обобщенного приведенного градиента⁴ [17], определяем искомую жесткость тела Гука С₂.

Полученные значения жесткости тел Гука С₁ и С₂ аппроксимируем по амплитуде А функцией

$$C_i = k_1 - \sin\left(k_2 \times \arctan\left(k_3 \times \frac{A}{2}\right)\right), \quad (11)$$

где C_i — функция аппроксимации жесткости модели тела Гука при частоте, равной ω ; k_1 , k_2 и k_3 — коэффициенты, определяющие характер изменения жесткостей C_1 и C_2 от амплитуды А.

Для аппроксимации силы трения модели тела Сен-Венана Ff используем полином второго порядка:

$$F_f = k_4 \times \left(\frac{A}{2}\right)^2 + k_5 \times \frac{A}{2} + k_6,$$
 (12)

где $F_f - функция аппроксимации трения мо$ дели тела Сен-Венана при частоте, равной $<math>\omega$; k_4 , k_5 и $k_6 - коэффициенты, характеризую$ $щие зависимость изменения силы трения <math>F_f$ от амплитуды А.

Усилие сайлентблока F_{sb} при изменении частоты его колебаний определяем методом интерполяции значений, полученных для известных значений частот 0,03 Гц, 5 Гц и 51 Гц.

Оценку степени соответствия результатов расчета производим при помощи коэффициента достоверности аппроксимации *R*².

Вычисления производим в программной среде Microsoft Excel для каждого значения амплитуды *A* и частоты ω , характеризующего *тестовый режим функционирования сайлентблока на лабораторном стенде*. Структура электронной таблицы с развернутыми формулами для вычислений представлена на рисунке 3.

1	Α	В	С	E	F	G	Н	I	J	K	L	М	0	Р	Q	R
1	Параметры модели			Время, с	Перемещение эксперимент, Х, м	Усилие эксперимент, Fex, H	Перемещение точки b, pacчет , Xb, м	Fpr2=C2 ·(X- Xb)	Fpr1=C2·X	Усилие pacчem, F=Fpr1+Fpr2, H	delta F =abs(F- Fex)	Σdelta F (параметр оптимизации)	(Fex-F) ²	Fex_cpeð	(Fex- Fex_cpe∂) ²	R ² =1-Σ(Fex- F) ² /Σ(Fex- Fex_cpe∂) ²
2	C1	764208	Н/м	0	0	303,09	0	=\$B\$3*(F 2-H2)	=F2*\$B\$ 2	=-(I2+J2)- \$B\$5	=ABS(G2- K2)	=СУММ(L34 3:L683)	=(G2- K2)^2	=CP3HA4 (G343:G6 83)	=(G2- \$P\$2)^2	=1- (CYMM(O343: O683)/CYMM(Q343:Q683))
3	C2	591200	Н/м	0,011	-3E-05	330,82	=ЕСЛИ(\$В \$4>ABS(I3) ;H2;H2+F3- F2)	=\$B\$3*(F 3-H2)	=F3*\$B\$ 2	=-(I3+J3)- \$B\$5	=ABS(G3- K3)		=(G3- K3)^2		=(G3- \$P\$2)^2	
4	Ff	303,09	Н	0,023	-7E-05	360,79	=ЕСЛИ(\$В \$4>ABS(I4) ;H3;H3+F4- F3)	=\$B\$3*(F 4-H3)	=F4*\$B\$ 2	=-(I4+J4)- \$B\$5	=ABS(G4- K4)		=(G4- K4)^2		=(G4- \$P\$2)^2	
5				0,035	-1E-04	391,51	=ЕСЛИ(\$B \$4>ABS(I5) ;H4;H4+F5- F4)	=\$B\$3*(F 5-H4)	=F5*\$B\$ 2	=-(15+J5)- \$B\$5	=ABS(G5- K5)		=(G5- K5)^2		=(G5- \$P\$2)^2	

Рисунок 3 – Расчет параметров математической модели сайлентблока в программной среде Microsoft Excel (фрагмент)

Figure 3 – Calculation of the bushing mathematical model in the Microsoft Excel software (fragment)

711

⁴ Островский Г.М., Бережинский Т. А. Оптимизация химико-технологических процессов. Теория и практика. М. : Химия, 1984. 240 с.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Используя зависимости (1) –(10) применительно к имеющимся экспериментальным данным (см. рисунок 1), были определены значения параметров математической модели C_1 , C_2 и F_r На рисунке 4 данные параметры представлены в виде маркеров круглой, квадратной и треугольной форм. Линиями на том же рисунке отображаются аппроксимирующие функции (11) и (12), построенные на основе значений коэффициентов, представленных в таблице.

Итоговые расчетные характеристики, полученные совместным решением зависимостей (1) и (2), вычислены по двум вариантам. Первый вариант (расчет 1) предусматривает использование в качестве аргументов значения параметров модели С₁, C₂ и F_p рассчитанные с использованием аппроксимирующих функций. Во втором варианте (расчет 2) аргумен-

тами являются параметры C₁ = 0,755 *H*×10⁶/м, $C_2 = 0,692 H \times 10^6$ /м и $F_f = 293,4 H$, соответствующие псевдостатической характеристике при средней деформации сайлентблока, т.е. при ω = 0,03 Ги и А = 6,0 мм. Всего для каждого варианта рассчитано 19 характеристик, соответствующих числу наборов экспериментальных данных. На рисунке 5 в качестве примера изображены типовые характеристики, полученные в трех режимах: $a - \omega = 0.03 \ \Gamma \mu \ u$ A = 6,0 мм; б – ω = 51,0 Гц и A = 3,0 мм; в – ω = 5,0 Ги, и A = 0,4 мм. Остальные расчетные зависимости изменения усилия сайлентблока *F*_{sh} от его деформации ∆_{sh} подобны представлённым характеристикам. В целях оценки качества описания разработанной математической моделью экспериментальных данных для всех расчетных характеристик вычислены коэффициенты достоверности аппроксимации *R*² (рисунок 6).



Рисунок 4 – Параметры модели сайлентблока

Figure 4 – Parameters of the rubber bushing

Таблица

Параметры аппроксимирующих функций (11) и (12)

Table

Parameters of the (11) and (12) approximating functions

ω, Гц <i>(Hz)</i>		Элемен Element	т Гука С ₁ <i>Hooke C</i> 1			Элемен Element	т Гука С ₂ <i>Hooke C₂</i>	2	Элемент Сен-Венана F_f Element Saint-Venant F_f				
	<i>k</i> ₁	<i>k</i> ₂	<i>k</i> ₃	R^2	<i>k</i> ₁	k ₂	k ₃	R^2	k ₄	<i>k</i> ₅	k ₆	R^2	
0,03	1,38	0,47	2,94	0,999	1,46	1,96	0,75	0,962	-23,0	145,75	58,24	0,989	
5	1,77	1,07	2,569	0,995	1,55	1,94	0,87	0,992	-28,9	176,71	54,14	0,995	
51	1,84	1,13	2,25	0,997	1,63	2,28	0,58	0,990	-35,7	200,02	65,37	0,993	



Рисунок 5 – Расчетные и экспериментальные характеристики сайлентблока Figure 5 – Calculated and experimental characteristics of the rubber bushing



Рисунок 6 – Коэффициенты достоверности аппроксимации экспериментальных данных

Figure 6 - Reliability coefficients of the experimental data

ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нелинейное изменение параметров C_1 , C_2 и F_f (см. рисунок 4, маркеры) свидетельствует о наличии двух режимов работы математической модели. Первый режим характерен для малых деформаций сайлентблока, когда амплитуда A гармонического возмущающего воздействия не превышает 3,0 мм. Второй режим реализуется на средних деформациях при амплитуде от 3,0 до 6,0 мм. Большие деформации с амплитудой более 6,0 мм в данной работе не рассматриваются.

В зоне малых деформаций зависимости изменения жесткостей элементов Гука С₁ и С₂ (см. рисунок 4, *a* и 4, б) имеют убывающий характер. При средних деформациях параметр С₁ менее чувствителен к изменениям амплитуды (см. рисунок 4, *a*, маркеры), характер зависимости параметра С₂ становится возрастающим (см. рисунок 4, б). Трение элемента Сен-Венана F_f (см. рисунок 4, в, маркеры) возрастает во всем диапазоне амплитуды, но при этом имеет бо́льшую интенсивность изменения в зоне малых деформаций. Рассчитанные коэффициенты $k_1 - k_6$ (см. таблицу) обеспечи-

вают высокую достоверность аппроксимации выше представленных параметров С₁, C₂ и F_r, что подтверждает правильность выбора вида функций (11) и (12).

Двойственность режима работы математической модели свидетельствует о возможности описывать изменения усилия сайлентблока не только на средних, но и на малых деформациях. Данное утверждение подтверждается хорошей сходимостью экспериментальных данных и расчетов, выполненных с использованием рассматриваемых аппроксимирующих функций. Как видно из рисунка 5, расчетные характеристики (расчет 1) достаточно качественно описывают результаты экспериментов как по частоте, так и по амплитуде. Достоверность аппроксимации для данного варианта расчета (см. рисунок 6, расчет 1) находится в диапазоне от 0,993 до 0,999.

В случае функционирования сайлентблока в нестационарном режиме значения амплитуды и частоты являются неопределенными, что делает невозможным использование формул (11) и (12), а следовательно, и модели в целом. Практика экспериментальных исследований [18] показывает, что псевдостатические характеристики для зоны средних деформаций сайлентблока являются наиболее простыми с точки зрения их получения и при этом характеризуются максимальной точностью. В связи с этим замена функций, описывающих изменение параметров модели C_1 , C_2 и F_r , на постоянные значения, определенные из такой псевдостатической характеристики, является возможным решением сложившейся проблемы. Данному условию соответствуют параметры. полученные из экспериментальной характеристики при ω = 0,03 Гц и А = 6,0 мм. Расчеты, выполненные по данному варианту, показывают, что наблюдается снижение качества модели в зоне малых деформаций. Расчетная характеристика из эллипса вырождается в прямую линию (см. рисунок 5, в, расчет 2), т.е. явление отставания усилия от деформации не моделируется. Коэффициент достоверности аппроксимации R² снижается до диапазона от 0,857 до 0,895 (см. рисунок 6, расчет 2). При средних амплитудах деформации расчетная петля гистерезиса становится соизмеримой с экспериментальной и мало отличается от результатов, полученных по первому варианту модели (см. рисунок 5, а, б, расчет 2). Значения коэффициента достоверности аппроксимации R² находятся в диапазоне от 0,929 до 0,999 (см. рисунок 6, расчет 2). Полученные в данном случае теоретические результаты требуют экспериментальной проверки и рассматриваются как предпосылки для разработки математического описания процесса функционирования сайлентблока в нестационарном режиме.

Таким образом, представленные выше зависимости и методы расчета формируют полуэмпирическую математическую модель, позволяющую рассчитывать усилие цилиндрического сайлентблока F_{sh} при его функционировании как в стационарном гармоническом, так и в нестационарном режиме в диапазонах частоты от 0,03 Гц до 51 Гц и амплитуды от 0,4 мм до 6 мм. Модель достаточно качественно описывает работу сайлентблока при малых и средних деформациях. Результаты моделирования нестационарного режима требуют экспериментальной проверки. В данном виде предложенное математическое описание сайлентблока может входить как составная часть в модели, предназначенные для расчета параметров функционирования систем подрессоривания АТС в стационарных гармонических режимах, например для моделирования процесса диагностирования подвески автомобиля на вибростендах [19, 20].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Reimpell Jornsen, et al. The Automotive Chassis: Engineering Principles. SAE International, 2008., 444 p.

2. Rivas-Torres, Jonathan, et al. Analytical Design and Optimization of an Automotive Rubber Bushing. Shock and Vibration, vol. 2019, 2019, pp. 1–13, doi:10.1155/2019/1873958.

3. Fredette, Luke, and Rajendra Singh. Estimation of the Transient Response of a Tuned, Fractionally Damped Elastomeric Isolator. Journal of Sound and Vibration, vol. 382, 2016, pp. 1–12, doi:10.1016/j. jsv.2016.07.009.

4. Lee, Hyun Seong, et al. Prediction of the Dynamic Equivalent Stiffness for a Rubber Bushing Using the Finite Element Method and Empirical Modeling. International Journal of Mechanics and Materials in Design, vol. 15, no. 1, 2017, pp. 77–91., doi:10.1007/s10999-017-9400-7.

5. Zhao, Zihan, et al. Modeling and Verificatio of a New Hyperelastic Model for Rubber-Like Materials. Mathematical Problems in Engineering, vol. 2019, 2019, pp. 1–10, doi:10.1155/2019/2832059.

6. Aydemir, Eren, and Polat Sendur. Simplifie Transfer Function Approach for Modeling Frequency Dependency of Damping Characteristics of Rubber Bushings. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, vol. 233, no. 10, 19 Sept. 2018, pp. 2518–2531, doi:10.1177/0954407018799773.

7. Horiuchi, Kentaro, and Shinichi Sakaguchi. Rubber Suspension Bushing Model Identified by General Design Parameters for Initial Design Phase. SAE Technical Paper Series, 3 Apr. 2018, doi:10.4271/2018-01-0693.

8. Korchagin, P A, et al. Improvement of Human Operator Vibroprotection System in the Utility Machine. Journal of Physics: Conference Series, vol. 944, 2018, p. 12059, doi:10.1088/1742-6596/944/1/012059. 9. Корчагин П.А. Автоматизация проектирования виброзащитных систем автогрейдеров на основе их математического моделирования // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. 2014. №1 (35). С. 79–84.

10. Rabanizada, N., et al. "Experimental Investigation of the Dynamic Mechanical Behaviour of Chemically Aged Elastomers." Archive of Applied Mechanics, vol. 85, no. 8, 21 Feb. 2015, pp. 1011–1023, doi:10.1007/s00419-014-0971-6.

11. Sang-Hin, L., et al. Research of rubber fatigue optimization under multiaxial loading. Journal of Mechanical Strength, no. 39, pp. 1457–1462, 15 Dec. 2017, doi:10.16579/j.issn.1001.9669.2017.06.033.

12. Федотов А.И., Тихов-Тинников Д.А., Барадиев В.С. Оборудование для экспериментального определения силовых характеристик автомобильных сайлентблоков // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2016. №8 (115). С. 176–181, doi:10.21285/1814-3520-2016-8-176-181.

13. Ok J. K., et al. Experimental study on the bushing characteristics under several excitation inputs for bushing modeling. International Journal of Automotive Technology, vol. 8, no. 4, 2007., pp. 455–465.

14. Karlsson, Fredrik, and Anders Persson. Modelling Non-Linear Dynamics of Rubber Bushings: Parameter Identification and Validation: Master's Dissertation. Division of Structural Mechanics, LTH, 2003.

15. Austrell, Per-Erik. Modeling of Elasticity and Damping for Filled Elastomers. Lund University, Lund Institute of Technology, Division of Structural Mechanics, 1997.

16. Austrell, Per-Erik. Survey of Design Methods and Material Characteristics in Rubber Engineering: a Report in the NUTEK-VAMP Research Program. Lund University, Division of Structural Mechanics, 1998.

17. Rhinehart, R. Russell. Engineering Optimization: Applications, Methods, and Analysis. 2018, doi:10.1115/1.861opt.

18. Тихов-Тинников Д.А., Барадиев В. С., Алексеев А. В. Экспериментальные исследования процесса функционирования сайлентблока подвески АТС // Вестник ВСГУТУ. 2018. №3 (70). С. 43–47.

19. Lozia, Z, and Zdanowicz, P. Simulation Assessment of the Impact of Inertia of the Vibration Plate of a Diagnostic Suspension Tester on Results of the EUSAMA Test of Shock Absorbers Mounted in a Vehicle. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, vol. 421, 2018, p. 022018, doi:10.1088/1757-899x/421/2/022018.

20. Dobaj, K. Simulation Analysis of the EUSAMA Plus Suspension Testing Method Including the Impact of the Vehicle Untested Side. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, vol. 148, 2016, p. 012034, doi:10.1088/1757-899x/148/1/012034.

REFERENCES

1. Reimpell Joïnsen, et al. The Automotive Chassis: Engineering Principles. SAE International, 2008., 444 p. 2. Rivas-Torres, Jonathan, et al. Analytical Design and Optimization of an Automotive Rubber Bushing. Shock and Vibration, vol. 2, 2019, pp. 1–13, doi:10.1155/2019/1873958.

3. Fredette, Luke, and Rajendra Singh. Estimation of the Transient Response of a Tuned, Fractionally Damped Elastomeric Isolator. Journal of Sound and Vibration; 382, 2016: 1–12, doi:10.1016/j.jsv.2016.07.009.

4. Lee, Hyun Seong, et al. Prediction of the Dynamic Equivalent Stiffness for a Rubber Bushing Using the Finite Element Method and Empirical Modeling. International Journal of Mechanics and Materials in Design; 15, no. 1, 2017: 77–91, doi:10.1007/s10999-017-9400-7.

5. Zhao, Zihan, et al. Modeling and Verificatio of a New Hyperelastic Model for Rubber-Like Materials. Mathematical Problems in Engineering; 2019, 2019: 1–10, doi:10.1155/2019/2832059.

6. Aydemir, Eren, and Polat Sendur. Simplified Transfer Function Approach for Modeling Frequency Dependency of Damping Characteristics of Rubber Bushings. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering; 233, no. 10, 19 Sept. 2018: 2518–2531, doi:10.1177/0954407018799773.

7. Horiuchi, Kentaro, and Shinichi Sakaguchi. Rubber Suspension Bushing Model Identified by General Design Parameters for Initial Design Phase. SAE Technical Paper Series, 3 Apr. 2018, doi:10.4271/2018-01-0693.

8. Korchagin, P. A., et al. Improvement of Human Operator Vibroprotection System in the Utility Machine. Journal of Physics: Conference Series, vol. 944, 2018, p. 012059, doi:10.1088/1742-6596/944/1/012059.

9. Korchagin, P. A. Automation of design of vibration protection systems graders on the basis of mathematical modeling. *Vestnik Sibirskoj gosudarstvennoj avtomobil'no-dorozhnoj akademii*. 2014; 1 (35): 79– 84 (in Russian).

10. Rabanizada, N., et al. Experimental Investigation of the Dynamic Mechanical Behaviour of Chemically Aged Elastomers. Archive of Applied Mechanics, vol. 85, no. 8, 21 Feb. 2015: 1011–1023, doi:10.1007/s00419-014-0971-6.

11. Sang-Hin, L., et al. Research of rubber fatigue optimization under multiaxial loading. Journal of Mechanical Strength, no. 39, pp. 1457–1462, 15 Dec. 2017, doi:10.16579/j.issn.1001.9669.2017.06.033.

12. Fedotov, Aleksander, et al. Equipment For Experimental Determination Of Vehicle Silent Block Power Characteristics. *Proceedings of Irkutsk State Technical University*. 2016; 115, no. 8: 176–181, doi:10.21285/1814-3520-2016-8-176-181 (in Russian).

13. Ok J. K., et al. Experimental study on the bushing characteristics under several excitation inputs for bushing modeling. International Journal of Automotive Technology. 2007; 8, no. 4: 455–465.

14. Karlsson, Fredrik, and Anders Persson. Modelling Non-Linear Dynamics of Rubber Bushings: Parameter Identification and Validation: Master's Dissertation. Division of Structural Mechanics, LTH, 2003. 15. Austrell, Per-Erik. Modeling of Elasticity and Damping for Filled Elastomers. Lund University, Lund Institute of Technology, Division of Structural Mechanics, 1997.

16. Austrell, Per-Erik. Survey of Design Methods and Material Characteristics in Rubber Engineering: a Report in the NUTEK-VAMP Research Program. Lund University, Division of Structural Mechanics, 1998.

17. Rhinehart, R. Russell. Engineering Optimization: Applications, Methods, and Analysis. 2018, doi:10.1115/1.861opt.

18. Tihov-Tinnikov D. A., Baradiev V. S., Alekseev A. V. Experimental study of the bushing functioning process of the motor car's suspension. *Vestnik VSGU-TU*. 2018; 70, no. 3: 43–47, https://vestnik.esstu.ru/arhives/VestnikVsgutu3 2018.pdf (in Russian).

19. Lozia, Z, and Zdanowicz, P. Simulation Assessment of the Impact of Inertia of the Vibration Plate of a Diagnostic Suspension Tester on Results of the EUSAMA Test of Shock Absorbers Mounted in a Vehicle. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018; 421: 022018, doi:10.1088/1757-899x/421/2/022018.

20. Dobaj, K. Simulation Analysis of the EUSAMA Plus Suspension Testing Method Including the Impact of the Vehicle Untested Side. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2016; 148: p. 012034., doi:10.1088/1757-899x/148/1/012034.

ВКЛАД СОАВТОРОВ

Тихов-Тинников Д.А. подготовил теоретический материал, выполнил расчеты на ЭВМ, написал рукопись и несет ответственность за плагиат, участвовал в анализе полученных результатов.

Барадиев В.С. выполнил расчеты на ЭВМ, участвовал в анализе полученных результатов.

Федотов А.И. и Алексеев А.В. участвовали в анализе полученных результатов.

AUTHORS' CONTRIBUTION

Dmitry A. Tikhov-Tinnikov – theoretical material; computer calculations; responsible for plagiarism; analysis of the results.

Viktor S. Baradiev – computer calculations; analysis of the results.

Alexander I. Fedotov and Aleksey V. Alekseev – analysis of the results.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Тихов-Тинников Дмитрий Анатольевич – канд. техн. наук, доц., старший научный сотрудник управления научных исследований ФГБОУ ВО «ВСГУТУ», ORCID 0000-0003-0912-4109 (670013, г. Улан-Удэ, ул. Ключевская, д. 40в, строение 1, e-mail: dm_tt@ mail.ru*).

Барадиев Виктор Сергеевич – старший преподаватель кафедры «Автомобили» ФГБОУ ВО «ВСГУТУ», ORCID 0000-0002-1725-2760 (670013, г. Улан-Удэ, ул. Ключевская, д. 40в, строение 1).

Федотов Александр Иванович – д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой автомобильного транспорта ФГБОУ ВО «ИРНИТУ», Scopus Author ID 56341065000 (664074, г. Иркутск, ул. Лермонтоеа, 83).

Алексеев Алексей Васильевич – канд. техн. наук, доц. кафедры «Автомобили» ФГБОУ ВО «ВСГУТУ», ORCID 0000-0002-4279-0683 (670013, г. Улан-Удэ, ул. Ключевская, д. 40в, строение 1).

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Dmitry A. Tikhov-Tinnikov – Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor, Senior Researcher at the Research Department of the East Siberian State University of Technology and Management, ORCID 0000-0003-0912-4109 (670013, Ulan-Ude, 40B/1, Kluchevskaya St., e-mail: dm_tt@mail.ru*).

Viktor S. Baradiev – Senior Lecturer, Department of Cars, East Siberian State University of Technology and Management, ORCID 0000-0002-1725-2760 (670013, Ulan-Ude, 40B/1, Kluchevskaya St.).

Alexander I. Fedotov – Dr. of Sci. (Engineering), Professor, Head of the Department of Road Transport, Irkutsk National Research Technical University, Scopus Author ID 56341065000 (664074, Irkutsk, 83, Lermontov St.).

Aleksey V. Alekseev – Cand. of Sci. (Engineering), Associate Professor of the Department of Cars, East Siberian State University of Technology and Management, ORCID 0000-0002-4279-0683 (670013, Ulan-Ude, 40B/1, Kluchevskaya St.).