

Salikhov Rinat Fokilevich (Omsk, Russian Federation) – candidate of technical science, docent of department «Operation and service of transport and technological machines and systems in construction» The Siberian State Automobile and Highway Academy (SibADI) (644080, 5 Mira prospect, Omsk, e-mail: salikhorinat@yandex.ru).

Grusnev Mikhail Grigor'evich (Omsk, Russian Federation) – design engineer of equipment «OMO im. P.I. Baranova» branch of the organization JSC «Gaz-turbine Engineering Research and Production Center «SALUT». (644021, 283 B. Hmel'nickogo st., Omsk, Russian Federation, e-mail: gmgrusnev@gmail.com).

УДК 624.046

## ПРИМЕНЕНИЕ СХЕМЫ ГИБКОЙ НИТИ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЕРЕКРЫТИЙ ПРИ АВАРИЙНОМ ОТКАЗЕ КОЛОННЫ

Ю.В. Краснощеков, С.О. Мельникова  
ФГБОУ ВО «СибАДИ», Россия, г. Омск

**Аннотация.** В статье приведены результаты исследования несущей способности многоэтажного здания со связевым каркасом при аварийном отказе одной из колонн. Рассмотрены два варианта усиления сборных железобетонных перекрытий с целью предотвращения прогрессирующего обрушения. Для статического и динамического расчета усиленного перекрытия применена расчетная схема гибкой нити. Приведены примеры расчета здания на прогрессирующее обрушение.

**Ключевые слова:** аварийная ситуация, отказ колонны, прогрессирующее обрушение, гибкая нить, динамический эффект.

### Введение

При проектировании зданий и сооружений классов КС-3 и КС-2 с массовым нахождением людей нормы рекомендуют выполнять расчет несущих конструкций на прогрессирующее (лавинообразное) обрушение [1]. Причинами прогрессирующего обрушения объектов строительства могут быть аварийные отказы конструктивных элементов при взрывных, ударных или сейсмических воздействиях.

При проектировании каркасных зданий в качестве аварийного воздействия обычно рассматривают отказ одной из колонн. Основное внимание в этом случае уделяют расчету элементов перекрытий, пролеты которых значительно увеличиваются. В зданиях со связевой схемой обеспечения пространственной жесткости балочные элементы перекрытий практически теряют способность работать на изгиб. Поэтому расчетная схема перекрытия над удаленной колонной рассматривается в виде мембранны или гибкой нити (струны).

В работе [2] рассмотрен пример использования подобной модели для исследования живучести здания со связевым каркасом, перекрытия которого усилены канатными затяжками. Результаты приближенного расчета усилий в затяжке и перемещений оказались весьма противоречивыми. Динамический эффект, вызванный внезапным удалением из расчетной схемы колонны, не учитывался.

Целью данного исследования явилось уточнение расчетной методики перекрытий по схеме гибкой нити с учетом динамического эффекта при аварийном воздействии, связанным с отказом колонны.

### Определение усилия растяжения и перемещения канатной затяжки

Для статического расчета затяжки воспользуемся решением задачи о натяжении струны [3]. Закрепленная в двух точках струна пролетом  $2l$  может иметь начальное натяжение  $N_0$ . При приложении силы  $F$  в середине пролета она получает дополнительное натяжение  $N$  и перемещается под силой на величину  $f$  (рис. 1).

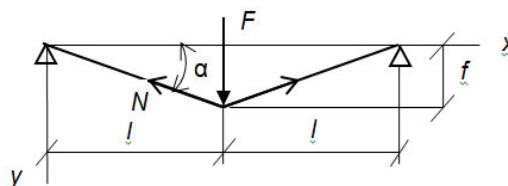


Рис.1. Расчетная схема гибкой нити

Составив сумму проекций сил на ось  $y$ , получим с учетом  $\sin \alpha \approx \tan \alpha = f/l$

$$F - \frac{2Nf}{\sqrt{f^2 + l^2}} = 0 . \quad (1)$$

Удлинение каждой ветви струны с модулем упругости  $E$  и площадью сечения  $A$

$$\Delta f = \sqrt{f^2 + I^2} - I = I(N - N_0)/EA. \quad (2)$$

Из условия равенства работ внешней силы на перемещении  $f$  и внутренних сил на перемещении  $\Delta f$  получено уравнение

$$ff = I(N^2 - N_0^2)/EA. \quad (3)$$

Решая совместно уравнения (1) и (3), находим вертикальное перемещение (провес) струны

$$f = I(N^2 - N_0^2)/EAF. \quad (4)$$

Усилие натяжения струны определяется из кубического уравнения

$$4X^3 - (8N_0^2 - F^2)X^2 + 2N_0^2(2N_0^2 + F^2)X - F^2(N_0^4 + F^2E^2A^2) = 0, \quad (5)$$

где  $X = N^2$ .

Из уравнения (5) получено выражение для определения условного модуля упругости гибкой нити, соответствующего предельному значению  $N_u = R_{sn}A$

$$E_u = \sqrt{4N_u^6 - (8N_0^2 - F^2)N_u^4 + 2N_0^2(2N_0^2 + F^2)N_u^2 - F^2N_0^4}/F^2A. \quad (6)$$

По полученному значению  $E_u$  по формуле (4) можно уточнить перемещение гибкой нити под силой  $F$ .

Используем для примера результаты расчета канатной затяжки, приведенные в работе [1]. При площади сечения  $A = 7,05 \text{ см}^2$  и нормативном сопротивлении каната  $R_{sn} = 1300 \text{ МПа}$  предельное усилие в канате  $N_u = 916,5 \text{ кН}$ . С учетом  $N_0 = 0$  и  $F = 222 \text{ кН}$  по формуле (6) получено  $E_u = 44600 \text{ МПа}$ . Это значение соответствует коэффициенту пластичности (отношение полного прогиба к упругому)  $K_{pl} = 180000/44600 \approx 4 < \bar{K}_{pl}$  (при модуле упругости  $E = 180000 \text{ МПа}$ ). Предельное значение коэффициента пластичности определено по Пособию [4]

$$\bar{K}_{pl} = \bar{\varepsilon}_{s2}E/(R_{sd} + 0,002E) \approx 4,7, \quad (7)$$

где  $\bar{\varepsilon}_{s2} = 0,05$  – предельно допустимое равномерное относительное удлинение;  $R_{sd} = 1,2 \cdot 1300 = 1560 \text{ МПа}$  – сопротивление каната при динамическом нагружении.

По формуле (4) при  $E = E_u$  определена стрела провеса затяжки  $f = 72 \text{ см}$ .

Отметим, что применение начального натяжения  $N_0$  каната без увеличения площади сечения практически не влияет на величину стрелы провеса из-за снижения условного модуля упругости. Например, при  $N_0 = 300 \text{ кН}$  получено  $E_u = 40000 \text{ МПа}$ ,  $K_{pl} = 4,5$  и  $f = 72 \text{ см}$ . Увеличение начального натяжения до

$N_0 = 500 \text{ кН}$  недопустимо, так как  $E_u = 31800 \text{ МПа}$  и  $K_{pl} = 5,7 > 4,7$ .

#### Динамический расчет гибкой нити

На необходимость учета динамического эффекта при внезапном отказе элементов конструктивных систем обращают особое внимание, ввиду сложности решения этой задачи [5,6].

Для динамического расчета гибкой нити применена модель, особенности которой описаны в [3]. Расчетная схема затяжки рассматривается в виде нити, один конец которой закреплен, а другой натянут условным противовесом через блок (вертикальный участок нити считается нерастяжимым) (рис. 2). Предполагается, что в результате статического действия нагрузки  $F$  соответствующая ей масса  $M$  перемещается на расстояние  $f_0$ , а в затяжке возникает усилие  $N_0$ . Вследствие мгновенного приложения массы  $M$  происходит колебание нити с перемещениями  $u$ , а масса противовеса  $M_0$ , которая создает натяжение  $N$  при колебаниях нити, перемещается на величину  $z$ .

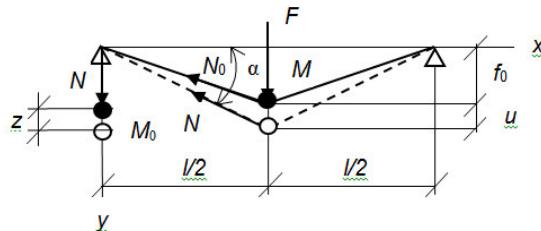


Рис. 2. Расчетная схема нити при динамическом нагружении

Для решения рассматриваемой задачи использованы дифференциальные уравнения движения материальной точки в форме

$$My'' = \Sigma Y_i, \quad (8)$$

где  $y''$  – ускорение точки в направлении оси  $y$ ;  $Y_i$  – проекции сил, приложенных к точке, на ось  $y$ .

Массы  $M_0$  и  $M$  получают путем деления сил  $N$  и  $F$  на ускорение свободного падения  $g$ .

Ввиду малости угла  $\alpha$  принимаем  $\sin \alpha \approx \tan \alpha = 2f/l$  и уравнения 8 имеют вид

$$N_0 + M_0 z'' = N;$$

$$F - Mf''/l/4f = N, \quad (9)$$

где  $f = f_0 + u$  – стрела провеса при колебаниях.

Зависимость переменных  $z$  и  $f$  определяется из выражения

$$z = 2\left(\sqrt{(l/2)^2 + f^2} - \sqrt{(l/2)^2 + f_0^2}\right) - Z/c, \quad (10)$$

где  $Z = N - N_0$  – изменчивая составляющая натяжения нити при колебаниях;  $c = EA/l$  – единичная сила упругого растяжения;  $Z/c$  – изменчивая составляющая деформации нити.

В формуле (10) выражение в скобках преобразуется путем добавления к подкоренным суммам слагаемых  $f^4/f^2$  и  $f_0^4/f^2$ . Допускаемое равенство добавочных слагаемых определяет степень приближения формулы (10) при преобразовании в более удобный вид

$$z = 2(f^2 - f_0^2)/l - Z/c. \quad (11)$$

Учитывая, что в выражении  $f$  составляющая  $f_0$  является постоянной величиной, получим  $f'' = u''$ . Тогда второе уравнение (9) можно представить в виде

$$Fl/4 - Mu''l/4 = (Z + N_0)(f_0 + u) = Zf_0 + N_0f_0 + Zu + N_0u.$$

Учитывая, что  $Fl/4 = N_0f_0$  (рис. 2), и пренебрегая произведением  $Zu$ , окончательно получим

$$Z = -Ml u''/4f_0 - N_0u/f_0. \quad (12)$$

Перемещение  $z$  представим в виде

$$\begin{aligned} z &= 2(2f_0u - u^2)\Pi - Zlc \approx 4f_0u\Pi - Zlc = \\ &= (Ml/4f_0c)u'' + (4f_0\Pi + N_0lf_0c)u. \end{aligned} \quad (13)$$

Подставляя (12) и (13) в первое уравнение (9), получим дифференциальное уравнение

$$u'' + b_1u''' + b_2u = 0, \quad (14)$$

где  $b_1 = (N_0 + 4f_0^2c/l)4/Ml + c/M_0$ ;  $b_2 = 4N_0c/lM_0$ .

Из решения уравнения (14) в [3] получены выражения для характеристик колебаний: частот

$$\omega_{1,2} = \sqrt{b_1/2 \pm \sqrt{b_1^2/4 - b_2}}, \quad (15)$$

амплитуды

$$A_1 = k(\omega_2^2 - 4N_0/Ml)/(\omega_2^2 - \omega_1^2); \quad (16)$$

расчетных параметров

$$h_1 = Ml/4f_0c; h_2 = 4f_0/l + N_0/f_0c, \quad (17)$$

максимального ускорения

$$z''_{\max} = \pm 2\omega_1^2 A_1(h_1\omega_1^2 - h_2) \quad (18)$$

и максимального натяжения нити

$$Z_{\max} = M_0 z''_{\max}. \quad (19)$$

Выполним динамический расчет по исходным данным, приведенным выше (при пролете  $l = 12$  м и  $k = f_0 = 0,72$  м).

Расчетные массы  $M = 222/9,8 = 22,6$  кН·сек<sup>2</sup>/м и  $M_0 = 916,5/9,81 = 93,4$  кН·сек<sup>2</sup>/м.

Единичная сила  $c = 44600 \cdot 7,05/12 \cdot 10 = 2620$  кН/м.

Коэффициенты уравнения (14):  $b_1 = 4(916,5 + 4 \cdot 0,72 \cdot 2620/12)/22,6 \cdot 12 + 2620/93,4 = 50,84$  сек<sup>2</sup>;  $b_2 = 4 \cdot 916,5 \cdot 2620/22,6 \cdot 93,4 \cdot 12 = 379,12$  сек<sup>-4</sup>.

Частоты колебания:  $\omega_1 = \sqrt{50,84/2 - \sqrt{50,84^2/4 - 379,12}} = 3,01$  сек<sup>-1</sup>;

$$\omega_2 = \sqrt{50,84/2 + \sqrt{50,84^2/4 - 379,12}} = 6,46 \text{ сек}^{-1}.$$

Амплитуда  $A_1 = 0,72(6,46^2 - 4 \cdot 916,5/22,6 \cdot 12)/(6,46^2 - 3,01^2) = 0,62$  м.

Расчетные параметры  $h_1 = 22,6 \cdot 12/4 \cdot 0,72 \cdot 2620 = 0,036$  сек<sup>2</sup>;  $h_2 = 4 \cdot 0,72/12 + 916,5/0,72 \cdot 2620 = 0,726$ .

Максимальное ускорение  $z''_{\max} = \pm 2 \cdot 3,01^2 \cdot 0,62(0,036 \cdot 3,01^2 - 0,726) = 4,49$  м/сек<sup>2</sup>.

Максимальное приращение натяжения нити при колебаниях  $Z_{\max} = 4,49 \cdot 93,4 = 420$  кН. Коэффициент динамичности  $k_d = 1 + 420/916,5 = 1,46$ . Это означает, что необходимо усиление канатных затяжек почти в 1,5 раза.

#### Вариант усиления перекрытий здания со связевым каркасом

Реализация принципа эффективности при системном подходе связана со множественностью моделей конструктивных систем [7]. Для поиска более эффективного решения перекрытий здания со связевым каркасом разработан вариант усиления с применением арматуры класса А 500. На рисунке 3 показана конструктивная схема сборного железобетонного перекрытия с традиционными элементами. Армирование ригелей рассчитано на эксплуатационную нагрузку. Для обеспечения неразрезности ригелей предусмотрено усиление участков сопряжения их с колоннами арматурой, эквивалентной по прочности и жесткости продольной арматуре ригелей. Положение арматуры усиления по высоте ригелей не имеет значения, поскольку основная цель усиления – обеспечение осевой жесткости и прочности ригельных поясов для работы на растяжение по схеме гибкой нити. Для повышения эффективности усиления аналогичная арматура предусмотрена и по осям межколонных плит.

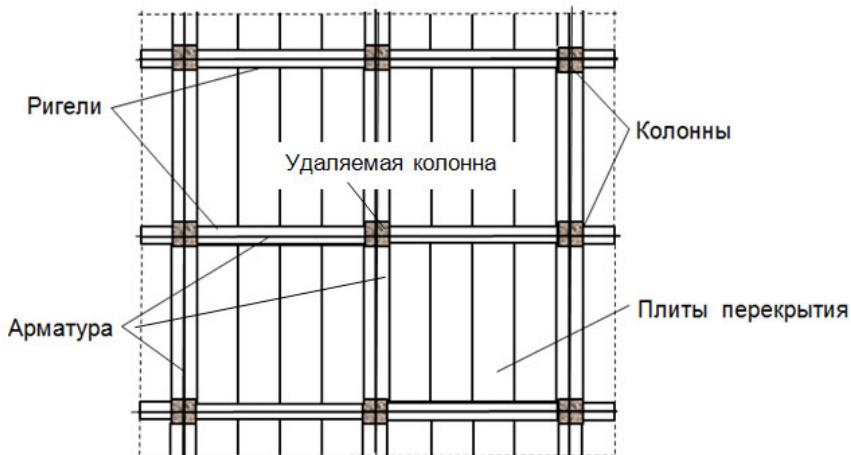


Рис. 3. Конструктивная схема усиленного перекрытия здания со связевым каркасом

Для примера рассмотрим конструкцию перекрытия с сеткой колонн 6×6 м, загруженного равномерно распределенной расчетной нагрузкой  $q = 12 \text{ кН}/\text{м}^2$  (нормативное значение длительной части нагрузки  $g = 7,5 \text{ кН}/\text{м}^2$ ). В стадии эксплуатации ригели работают по разрезной балочной схеме. Продольная рабочая арматура ригелей 4Ø25 A 500 имеет площадь сечения  $A = 19,625 \text{ см}^2$ . Модуль упругости арматуры  $E = 200000 \text{ МПа}$ , нормативное сопротивление арматуры  $R_{sn} = 500 \text{ МПа}$ .

При удалении средней колонны возникает аварийная ситуация с увеличением пролета конструкций до  $l = 12 \text{ м}$ . Элементы перекрытий даже на действие только длительной части нагрузки теряют способность работать на изгиб, поэтому расчетная схема перекрытия над удаленной колонной рассматривается в виде гибкой нити (струны). Усилие натяжения нити  $N_u = 500 \cdot 19,625 \cdot 1,1 = 1079,4 \text{ кН}$  определено с учетом коэффициента динамичности  $k_d = 1,1$ . Нить длиной  $l = 12 \text{ м}$  в каждом из направлений загружена посередине пролета силой  $F = 7,5 \cdot 6 \cdot 2 = 135 \text{ кН}$ .

С учетом  $N_0 = 0$  по формуле (6) уточнили значение условного модуля упругости  $E_u = 70460 \text{ МПа}$ . Это значение соответствует коэффициенту пластичности  $K_p = 200000/704600 \approx 2,84 < \bar{K}_p = 10$  [3].

По формуле (4) при  $E = E_u$  определена стрела провеса затяжки  $f_0 = 6 \cdot 1079,4^2 / 70460 \cdot 19,625 \cdot 135 \cdot 10 = 0,375 \text{ м}$  (здесь согласно рис. 1. принято  $l = 6 \text{ м}$ ).

По полученным данным выполним динамический расчет при  $N_0 = 1079,4 \text{ кН}$ ,  $f_0 = 0,375 \text{ м}$ .

Расчетные массы  $M = 135/9,81 = 13,8 \text{ кН}\cdot\text{сек}^2/\text{м}$  и  $M_0 = 1079,4/9,81 = 110 \text{ кН}\cdot\text{сек}^2/\text{м}$ .

Единичная сила  $c = 70460 \cdot 19,625 / 12 \cdot 10 = 11520 \text{ кН}/\text{м}$ .

Коэффициенты уравнения (14):  $b_1 = 4(1079,4 + 4 \cdot 0,375 \cdot 11520 / 12) / 13,8 \cdot 12 + 11520 / 110 = 165,58 \text{ сек}^2$ ;  $b_2 = 4 \cdot 1079,4 \cdot 11520 / 13,8 \cdot 110 \cdot 12 = 2730,5 \text{ сек}^4$ .

Частоты колебания:  $\omega_1 = \sqrt{165,58 / 2 - \sqrt{165,58^2 / 4 - 2730,5}} = 4,31 \text{ сек}^{-1}$ ;

$\omega_1 = \sqrt{165,58 / 2 + \sqrt{165,58^2 / 4 - 2730,5}} = 12,12 \text{ сек}^{-1}$ .

Амплитуда  $A_1 = 0,375(12,12^2 - 4 \cdot 1079,4 / 13,8 \cdot 12) / (12,12^2 - 4,31^2) = 0,35 \text{ м}$ .

Расчетные параметры  $h_1 = 13,8 \cdot 12 / 4 \cdot 0,375 \cdot 11520 = 0,0096 \text{ сек}^2$ ;  $h_2 = 4 \cdot 0,375 / 12 + 1079,4 / 0,375 \cdot 11520 = 0,375$ .

Максимальное ускорение  $z''_{\max} = \pm 2 \cdot 4,31^2 \cdot 0,35(0,0096 \cdot 4,31^2 - 0,375) = 0,59 \text{ м}/\text{сек}^2$ .

Максимальное приращение натяжения нити при колебаниях  $Z_{\max} = 0,59 \cdot 110 = 65,3 \text{ кН}$ . Коэффициент динамичности  $k_d = 1 + 3 / 1079,4 = 1,06 < 1,1$ . Это означает, что необходимости в дополнительном усилении арматуры нет.

#### Заключение

Таким образом, при отказе колонн в зданиях со связевым каркасом требуется усиление перекрытий и обеспечение их несущей способности на растяжение по схеме гибкой нити. Мгновенный отказ колонны сопровождается колебанием конструктивных элементов и увеличением усилий в них. Увеличение растягивающих усилий можно определять введением динамического коэффициента. Разработан и апробирован способ расчета динамического

коэффициента с учетом неупругих деформаций арматуры.

## Библиографический список

1. ГОСТ 27751-2014. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения. – Введ. 2015-07-01 – М.: Стандартинформ, 2015. – 14 с.
2. Краснощеков, Ю.В. Живучесть многоэтажного здания со связевым каркасом / Ю.В. Краснощеков, С.О.Мельникова, А.А. Екимов // Вестник СибАДИ. – 2016. – №2 (48). – С. 100-104.
3. Рекач, В.Г. Руководство к решению задач прикладной теории упругости / В.Г. Рекач. – М.: Выssh. shkola, 1973. – 384 с.
4. Армирование элементов монолитных железобетонных зданий: пособие по проектированию. – М.: ФГУП «НИЦ Строительство», 2007. 117 с.
5. Райзер, В.Д. Теория надежности сооружений / В.Д.Райзер. – М.: Издательство АСВ, 2010. – 384 с.
6. Перельмутер, А.В. Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций / А.В. Перельмутер. – М.: Издательство АСВ, 2007. – 256 с.
7. Краснощеков, Ю.В. Научные основы исследований взаимодействия элементов железобетонных конструкций / Ю.В. Краснощеков. – Омск: СибАДИ, 1997. – 276 с.

## APPLICATION SCHEME FOR CALCULATION FLEXIBLE STRING OVERLAP FOR CRASH COLUMNS

Yu.V. Krasnoshchekov, S.O. Melnikova

**Abstract.** The results of the study of multi-storey buildings with a carrying capacity of Svjaseva frame with a crash of one of the columns. Two variants of strengthening of precast concrete slabs in order to prevent progressive collapse. For static and dynamic analysis of reinforced slab design scheme of flexible filaments used. Examples of calculation of the building on the progressive collapse.

**Keywords:** emergency, failure of the column, progressive collapse, flexible string, dynamic effect.

## References

1. State standard 27751-2014. Nadezhnost' stroitel'nyh konstrukcij i osnovanij. Osnovnye polozheniya [GOST 27751-2014. Reliability of building

constructions and bases. Basic provisions]. Moscow, Standartinform, 2015. 14 p.

2. Krasnoshchekov YU.V., Mel'nikova S.O., Ekimov A.A. Zhivuchest' Mnogoetazhnogo zdaniya so svyazevym karkasom [Zhivuchest' of the multi-storey building with a svyazevy framework]. Vestnik SibADI, 2016, no 2 (48). pp. 100-104.

3. Rekach V. G. Rukovodstvo k resheniyu zadach prikladnoj teorii uprugosti [Rukovodstvo to the solution of tasks of the applied theory of elasticity]. Moscow, Vyssh. shkola, 1973. 384 p.

4. Armirovaniye ehlementov monolitnyh zhelezobetonnyh zdanij: posobie po proektirovaniyu [Reinforcing of elements of monolithic steel concrete buildings: benefit on designing]. Moscow, FGUP «NIC Stroitel'stvo», 2007. 117 p.

5. Rajzer V.D. Teoriya nadezhnosti sooruzhenij [Theory of reliability of constructions]. Moscow, Izdatel'stvo ASV, 2010. 384 p.

6. Perel'muter A.V. Izbrannye problemy nadezhnosti i bezopasnosti stroitel'nyh konstrukcij [Chosen problems of reliability and safety of building constructions]. Moscow, Izdatel'stvo ASV, 2007. 256 p.

7. Krasnoshchekov YU.V. Nauchnye osnovy issledovanij vzaimodejstviya ehlementov zhelezobetonnyh konstrukcij [Scientific bases of researches of interaction of elements of steel concrete designs]. Omsk, SibADI, 1997. 276 p.

Краснощеков Юрий Васильевич (Россия, г. Омск) – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Строительные конструкции», ФГБОУ ВО «СибАДИ» (644080, г. Омск, пр. Мира, 5, e-mail: uv1942@mail.ru).

Мельникова Светлана Олеговна (Россия, г. Омск) – магистрант, ФГБОУ ВО «СибАДИ» (644080, г. Омск, пр. Мира, 5, e-mail: svetamelnikova93@yandex.ru).

Krasnoshchekov Yury Vasiliyevich (Russian Federation, Omsk) – doctor of technical sciences, the associate professor, professor of Building constructions department, The Siberian State Automobile and Highway Academy (SibADI) (644080, Omsk, Mira Ave., 5, e-mail: uv1942@mail.ru).

Melnikova Svetlana Olegovna (Russian Federation, Omsk) – the undergraduate, The Siberian State Automobile and Highway Academy (SibADI) (644080, Omsk, Mira Ave., 5, e-mail: svetamelnikova93@yandex.ru).