### REFERENCES

1. Gatych K.Yu., Demidenko A.I. Increasing effectiveness of bulldozer earthmoving. Engineering and technology of construction, 2016, no 8, pp. 45-50.

2. Alekseeva T.V., Artemyev K.A., Bromberg A.A. Road machines. – M.: Mechanical engineering, 1972. - 504 p.

3. Artemyev K.A. Fundamentals of the theory of digging soil with scrapers. – M.: Mashgiz, 1963. – 128 p.

4. Meshcheryakov V.I. Investigation of the process of scooping the bucket gripper of the loader by a combined method :abstract. dis ... cand. tech. sciences / V.I. Meshcheryakov. SibADI. – Omsk, 1976. 24 p.

5. Demidenko A.I., Gatych K.Yu. Bulldozer working equipment. Patent RF, no 2015149170/03, 2016.

6. Prokofiev, I.P. Theory of loose bodies. – M.: Gosstroyizdat, 1934. – 111 p.

7. Artemyev K.A. Theory of cutting soils by digging and transporting machines: Textbook. –

Omsk: Ompi, 1989. – 80 p.

8. Zenkov, R.L. Mechanics of bulk cargoes. – M.: Mashgiz, 1952. – 215 p.

Демиденко Анатолий Иванович (Россия, г. Омск) – кандидат технических наук, профессор ФГБОУ ВО «СибАДИ» (644080, г. Омск, пр. Мира, д.5, e-mail: demidenko\_ai@sibadi.org).

Гатыч Константин Юрьевич (Россия, г. Омск) – аспирант гр. МАШ-15АСП1, ФГБОУ ВО «СибАДИ», (644080, г. Омск, пр. Мира, д.5, e-mail: konstantin484@mail.ru).

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Demidenko Anatoliy Ivanovich (Russian Federation, Omsk) – candidate of technical sciences, professor, FSBEI HE «SibADI» (644080, Omsk, Mira Ave., 5; e-mail: demidenko\_ai@sibadi. org).

Gatych Konstantin Yuryevich (Russian Federation, Omsk) – postgraduate student group MASH-15ASP1 FSBEI HE «SibADI», (644080, Omsk, Mira Ave., 5; e-mail: konstantin484@mail. ru).

УДК 621.86

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИНУСОИДАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗГОНА И ТОРМОЖЕНИЯ ГРУЗА МОСТОВОГО КРАНА В РЕЖИМЕ ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

М.С. Корытов, В.С. Щербаков

Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ), Россия, г. Омск

Аннотация. Для динамической системы плоского маятника с затуханием колебаний, описывающей колебания груза мостового крана на гибком канатном подвесе в отдельной вертикальной плоскости, предложено использовать синусоидальную функцию со смещением для задания временной зависимости угла отклонения грузового каната от гравитационной вертикали. Варьирование времени разгона с изменением угла отклонения каната по предложенной аналитической зависимости позволяет достичь различных скоростей перемещения груза в режиме отсутствия колебаний груза, а также различных максимальных ускорений точки подвеса. Получено аналитическое решение задачи гашения остаточных колебаний груза мостового крана, возникающих после полного разгона или торможения точки подвеса груза на грузовой тележке. Для вывода зависимостей использован способ пересчета известных аналитических зависимости от ускорения, скорости и перемещения точки подвеса груза.

Ключевые слова: мостовой кран, гашение колебаний, раскачивание, синусоидальная функция

#### введение

Перемещение грузов на гибком подвесе

канатного типа, которое осуществляют, в частности, опорные однобалочные и двухбалочные мостовые краны (МК) общего назначения,

целесообразно проводить в режиме гашения неуправляемой компоненты маятниковых колебаний груза. Маятниковые колебания груза увеличивают время цикла МК, снижают не только производительность, но и безопасность работ [1, 2, 3]. Для полного гашения остаточной неуправляемой компоненты маятниковых колебания груза при перемещении его в отдельной плоскости, предлагается перемещать точку подвеса груза (грузовую тележку, либо мост МК) по заданной аналитически синусоидальной временной зависимости (траектории). Подобное перемещение не только подавит остаточную неуправляемую компоненту колебаний, но и обеспечит заранее определенную временную зависимость угла отклонений грузового каната МК от вертикали.

Известные методы синтеза траектории точки подвеса [3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12] имеют общий недостаток в виде сравнительно большой погрешности реализации как угла отклонения грузового каната МК от вертикали, так и линейных координат перемещаемого груза. Как правило, угол отклонения грузового каната МК от вертикали не отслеживается и не контролируется. Время перемещения груза увеличивается.

Способ разгона груза в плоскости в режиме гашения остаточных колебаний

Для аналитического вывода нелинейных временных зависимостей ускорения, скорости и перемещения точки подвеса груза (грузовой тележки), полностью подавляющих остаточные неуправляемые колебания, использовалась известная математическая модель плоского маятника, для малых углов отклонения грузового каната описываемая линеаризованным дифференциальным уравнением второго порядка [13, 14, 15, 16]:

$$\ddot{q} + \ddot{x} / L + (2 \cdot b / m)\dot{q} + g \cdot q / L = 0$$
, (1)

где *m* – масса груза, кг; *L* – длина грузового каната МК от подвижной точки подвеса на грузовой тележке (центр блока роликов полиспаста) до центра масс груза, м; *b* – приведенный к угловой координате коэффициент вязкого трения, задающий меру диссипации энергии,

Н·м·с/рад; *q*, *q*, *q* – угол отклонения грузового каната МК от гравитационной вертикали и его первые две производные по времени соответственно, рад, рад/с, рад/с<sup>2</sup>; *g*=9,81 – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>; *x* – линейное ускорение точки подвеса груза в горизонтальном направлении движения грузовой тележки, м/с<sup>2</sup>.

Были приняты допущения о малости угла отклонения грузового каната от гравитационной вертикали (не более 1-3°), о постоянстве длины грузового каната L в процессе перемещения груза, о возможности бесступенчатого регулирования скорости х и ускорения х разгона и торможения точки подвеса груза (грузовой тележки МК) в горизонтальном направлении. и о пренебрежимо малом влиянии массы перемещаемого груза и подвижных звеньев МК на управляемый параметр ускорения точки подвеса х. Бесступенчатый характер регулирования скорости и ускорения точки подвеса груза обеспечивают перспективные частотно-регулируемые приводы движений моста и грузовой тележки МК.

Был разработан способ разгона (торможения) груза в режиме полного гашения остаточных колебаний, возникающих после разгона. Синтезируется такое управление точкой подвеса, которое обеспечивает нулевые значения одновременно угла отклонения грузового ка-

ната *q* и скорости изменения угла *q* в конечный момент разгона (торможения).

Использован принцип пересчета аналитической временной зависимости *q*(*t*) угла отклонения грузового каната от вертикали в аналитические зависимости ускорения, скорости и перемещения точки подвеса груза на грузовой тележке. Временная зависимость угла *q*(*t*) задавалась в виде синусоидальной функции с вертикальным смещением на величину *A* вдоль оси ординат:

$$q(t) = A + A \cdot \sin(t \cdot w - (\pi/2)), \qquad (2)$$

где А – амплитуда угла наклона грузового каната МК во время перемещения груза, рад; *w*=2·π/*T*<sub>pasr</sub> – циклическая частота синусоиды, рад/с; *T*<sub>pasr</sub> – время разгона (торможения) груза, равное периоду синусоиды с циклической частотой *w*.

Аналитическое дифференцирование выражения (2) позволяет в символьном виде полу-

чить выражения для первой  $\dot{q}(t)$  и второй  $\ddot{q}(t)$  производных угла наклона каната, т.е. для скорости и ускорения последнего:

$$\dot{q}(t) = A \cdot w \cdot \cos((\pi/2) - t \cdot w);$$
$$\ddot{q}(t) = A \cdot w^2 \cdot \sin((\pi/2) - t \cdot w).$$
(3)

Выражение ускорения точки подвеса *х* из (1) имеет вид

$$\ddot{x} = -L(\ddot{q} + 2b\dot{q} / m + g \cdot q / L). \quad (4)$$

Подстановка аналитических выражений  $\dot{q}(t)$  и  $\ddot{q}(t)$  (3) в (4) позволяет получить аналитическое выражение ускорения точки подвеса груза  $\ddot{x}(t)$ :

$$\ddot{x}(t) = -g\left(A - A \cdot \sin((\pi/2) - t \cdot w)\right) - A \cdot L \cdot w^2 \cdot \sin((\pi/2) - t \cdot w) - \frac{2 \cdot A \cdot L \cdot b \cdot w \cdot \cos((\pi/2) - t \cdot w)}{m}.$$
(5)

Аналитическое дифференцирование выражения (5), в свою очередь, позволяет в символьном виде получить выражения для скорости  $\dot{x}(t)$  и перемещения x(t) точки подвеса груза:

$$\dot{x}(t) = \frac{\left(2 \cdot A \cdot g \cdot m - 2 \cdot A \cdot L \cdot m \cdot w^{2} + 4 \cdot A \cdot L \cdot b \cdot w \cdot \operatorname{tg}((\pi/4) - (t \cdot w/2))\right)}{w\left(m \cdot \operatorname{tg}((\pi/4) - (t \cdot w/2))^{2} + m\right)} - A \cdot g \cdot t ; \qquad (6)$$

$$x(t) = \frac{\left(\frac{m \cdot t\left(2 \cdot A \cdot g - 2 \cdot A \cdot L \cdot w^{2}\right)}{2} - \frac{A \cdot g \cdot m \cdot t^{2} \cdot w}{2}\right)}{m \cdot w} - \frac{\left(\operatorname{tg}((\pi/4) - (t \cdot w/2))\left(\frac{2 \cdot A \cdot g \cdot m}{w} - 2 \cdot A \cdot L \cdot m \cdot w\right) - 4 \cdot A \cdot L \cdot b\right)}{\left(m \cdot w \cdot \operatorname{tg}((\pi/4) - (t \cdot w/2))^{2} + m \cdot w\right)}.$$

Оптимизация значений параметров А, и Т<sub>пазг</sub>, входящих в выражение (2), позволит не только учесть ограничения на предельные максимальные значения скорости x<sub>iim</sub> и ускорения x<sub>iim</sub> точки подвеса груза, но и переместить груз на заданное расстояние *I*<sub>x</sub>.

### ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СПОСОБА РАЗГОНА ГРУЗА В РЕЖИМЕ ГАШЕНИЯ ОСТАТОЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ

При моделировании разгона груза предложенным способом, в качестве исходных данных задавались постоянные конструктивные параметры рассматриваемой динамической системы, описанные выше. В описываемом вычислительном эксперименте: g=9,81 м/c<sup>2</sup>; L=10 м; b=0,5 H·м·c/ рад; *m*=100 кг.

Также задавались значения постоянных для отдельного вычислительного эксперимента параметров A и T<sub>разг</sub> и величина шага дискретизации времени dt.

Затем в цикле, изменяющем время переходного процесса разгона t от 0 до  $T_{\text{past}}$  с шагом dt, по формулам (3) – (7) для каждого значения времени t рассчитывались значения параметров q(t),

 $\dot{q}(t)$ ,  $\ddot{q}(t)$ ,  $\ddot{x}(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ , x(t) соответственно.

По окончании разгона Т разг<sup>3</sup> скорость подвеса оставалась постоянной и принимала значение

 $\dot{x}(T_{racc})$ . Ускорение подвеса  $\ddot{x}$ , угол отклонения грузового каната q, его скорость и ускорение принимали при этом постоянные нулевые значения во все последующие моменты времени t > T<sub>nav</sub> вплоть до начала торможения.

Проверка реакции динамической системы МК с грузом на рассчитанное по (3) – (7) управляющее воздействие осуществлялась на созданной в MATLAB/Simulink имитационной математической модели (1) (рис. 1).

Пример синтезированных по (3) – (7) временных зависимостей  $q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t), \dot{x}(t), \dot{x}(t), x(t)$ 

для исходных данных A=1° и T<sub>разг</sub>=6 с приведен на рис. 2, а, б, в. Результаты варьирования T<sub>разг</sub> при фиксированных значениях *g*, *L*, *b*, *m*, A (значения приведе-ны выше), и соответствующие функциональные зависимости скорости подвеса *x*(T<sub>разг</sub>) и макси-

мального ускорения подвеса X<sub>max</sub> представлены на рис. 2, г.

## РАЗДЕЛ І. ТРАНСПОРТНОЕ, ГОРНОЕ И СТРОИТЕЛЬНОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ



Рисунок 1 – Имитационная математическая модель колебаний груза, перемещаемого мостовым краном в отдельной плоскости, описываемая дифференциальным уравнением (1)



Рисунок 2 – Пример временных зависимостей перемещения, скорости и ускорения точки подвеса (а), соответствующих им перемещения, скорости и ускорения угла наклона каната (б), ускорения угла наклона каната (в) для A=1°, Т<sub>разе</sub>=6 с и функциональные зависимости конечной

скорости подвеса  $\ddot{X}_{max}$  и максимального ускорения подвеса  $\ddot{X}_{max}$  от времени разгона  $T_{pase}$  (г)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ приведенных на рис. 2 результатов позволил сделать следующие выводы. Использование в качестве заданной временной функции изменения угла отклонения грузового каната МК синусоидальной функции с вертикальным смещением на величину *А* вдоль оси ординат, и фазой (–π/2) позволило синтезировать такое управляющее перемещение точки подвеса груза, которое обеспечивает нулевые значения одновременно угла отклонения гру-

зового каната q и скорости изменения угла  $\dot{q}$  в конечный момент разгона (торможения)  $T_{\text{разг}}$ 

По аналитическому выражению временной функции изменения угла отклонения грузового каната МК получены аналитические выражения ускорения, скорости и перемещения точки подвеса груза в зависимости от времени перемещения. Полученные решения обладают всеми преимуществами аналитического выражения функций управления точкой подвеса в виде детерминированности, абсолютной точности и устойчивости.

Достоинством предложенного способа является конечность времени разгона (торможения) груза, в отличие от, например, функций класса сигмоид.

Ускорение точки подвеса груза, обеспечивающее изменение угла наклона грузового каната по синусоидальной траектории, меняется от нуля скачкообразно в начальный и конечный моменты разгона (торможения). В процессе разгона оно имеет синусоидальный характер со смещением синусоидальной функции вдоль оси ординат.

Ускорение угла наклона каната также меняется от нуля скачкообразно в начальный и конечный моменты разгона (торможения).

Полученные в качестве примера функциональные зависимости конечной скорости подвеса и максимального ускорения подвеса от времени разгона имеют локальные минимумы, что позволяет при необходимости оптимизировать процесс по указанным параметрам.

Оптимизация значений параметров исходных данных амплитуды угла наклона каната и времени разгона открывает возможность не только учесть ограничения на предельные максимальные значения скорости и ускорения точки подвеса груза, но и переместить груз на заданное расстояние с последующим торможением в режиме полного гашения остаточных колебаний груза. Для торможения могут быть использованы те же аналитические зависимости, что и для разгона, но с противоположным знаком угла отклонения грузового каната.

Полученные теоретические результаты исследований рекомендуется использовать в системах автоматического управления МК общего назначения опорного типа грузоподъемностью до 5 т при двухкратной запасовке грузового полиспаста.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Щедринов А.В., Сериков С.А., Колмыков В.В. Автоматическая система успокоения колебаний груза для мостового крана // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2007. – № 8. – С. 13–17.

2. Толочко О.И., Бажутин Д.В. Сравнительный анализ методов гашения колебаний груза, подвешенного к механизму поступательного движения мостового крана // Электромашиностроение и электрооборудование. – 2010. – № 75. – С. 22–28.

3. Алгоритмы подавления колебаний грузов подъемно-транспортных механизмов с использованием нечеткой логики функционирования / О.А. Шведова и др. // Доклады БГУИР. – 2014. – № 1 (79). – С. 65–71.

4. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н. Управление колебаниями. – М.: Наука, 1980. – 383 с.

5. Ridout A.J. Anti-swing control of the overhead crane using linear feedback // J. of Electrical and Electronics Engineering. -1989. - Vol. 9, No. 1/2. - p. 17–26.

6. Omar H.M. Control of gantry and tower cranes : PhD Dissertation. Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg, Virginia. – 2003. – 100 p.

7. Korytov M., Shcherbakov V., Volf E. Impact sigmoidal cargo movement paths on the efficiency of bridge cranes // International Journal of Mechanics and Control, ISSN: 1590-8844. – 2015. – Vol. 16, No. 2. – p. 3–8.

8. The reduction of errors of bridge crane loads movements by means of optimization of the spatial trajectory size / V. Shcherbakov, etc. // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – Vol. 811. – p. 99–103.

9. Mathematical modeling of process moving cargo by overhead crane / V. Shcherbakov, etc. // Applied Mechanics and Materials. – 2014. – Vols. 701-702. – p. 715–720.

10. A new vision-sensorless anti-sway control system for container cranes / Y.S. Kim, etc.// Industry Applications Conference. – 2003. – Vol. 1. – p. 262–269.

11. Command Shaping for Nonlinear Crane Dynamics / D. Blackburn, etc. // Journal of Vibration and Control. – 2010. – № 16. – p. 477–501.

12. Singer N., Singhose W., Seering W. Comparison of filtering methods for reducing residual vibration // European Journal of Control. – 1999. – No. 5. – p. 208–218.

13. Блехман И. И. Вибрационная механика. – М.: Физматлит, 1994. – 400 с.

14. Щербаков В.С., Корытов М.С., Вольф Е.О. Алгоритм компенсации неуправляемых

# USE OF SINUSOIDAL FUNCTION FOR MODELING OF RAISING AND BRAKING OF THE SHIP OF BRIDGE CRANE IN THE MODE OF GAUGE OF VIBRATIONS

M.S. Korytov, V.S. Scherbakov

**Abstract.** For a dynamical system of a plane pendulum with vibration damping, describing the oscillations of the load of a bridge crane on a flexible cable suspension in a separate vertical plane, it is proposed to use a sinusoidal function with an offset to determine the time dependence of the deviation angle of the cargo rope from the gravitational vertical. Varying the acceleration time with a change in the rope deflection angle according to the proposed analytical dependence allows to achieve different speeds of cargo movement in the absence of cargo oscillation mode, as well as various maximum acceleration of the suspension point. An analytical solution is obtained for the problem of suppressing residual oscillations of the bridge crane load that arise after the full acceleration or deceleration of the suspension point of the load on the freight trolley. To derive the dependencies, a method is used to recalculate known analytical dependencies of the angle of deviation of the load line of a bridge crane from the gravitational vertical, depending on the acceleration, speed, and displacement of the suspension point of the load.

Keywords: bridge crane, vibration damping, controller, load sway.

#### REFERENCES

1. Shedrinov, A. An automatic system of load's oscillation damping for the bridge crane / A. Shedrinov, S. Serikov, V. Kolmykov // Devices and systems, Management, Controlling, Diagnostic, 2007, № 8. pp. 13-17.

2. Tolochko O. A comparative analysis of methods of damping the load suspended from the mechanism of translational motion of overhead crane / O. Tolochko, D. Bazhutin // Electrical engineering and electrical equipment, 2010. № 75. pp. 22-28.

3. Shvedova, O.A. Algorithms for suppressing vibrations of goods lifting and transport mechanisms using fuzzy logic operation / O.A. Shvedova, etc. // Reports BSUIR. – 2014. – № 1 (79). – pp. 65-71.

4. Chernousko, F.L. Fluctuations management / F.L. Chernousko, L.D. Akulenko, B.N. Sokolov. – M.: Nauka, 1980. – 383 p. 5. Ridout A.J. Anti-swing control of the overhead crane using linear feedback // J. of Electrical and Electronics Engineering. – 1989. – Vol. 9, No. 1/2. – pp. 17-26.

пространственных колебаний груза и повы-

шения точности траектории его перемещения

грузоподъемным краном // Вестник машино-

ятника при синусоидальном внешнем воздей-

ствии // Компьютерные инструменты в образо-

механики, Т. 1 (кинематика, статика, динамика

15. Бутиков Е.И. Необычное поведение ма-

16. Кильчевский Н.А. Курс теоретической

строения. - 2015. - № 3. - С. 16-18.

вании. – 2008. – № 2. – С. 24–36.

точки). – М.: Наука, 1972. – 456 с.

6. Omar H.M. Control of gantry and tower cranes : PhD Dissertation. Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg, Virginia. – 2003. – 100 p.

7. Korytov M., Shcherbakov V., Volf E. Impact sigmoidal cargo movement paths on the efficiency of bridge cranes // International Journal of Mechanics and Control, ISSN: 1590-8844. – 2015. – Vol. 16, No. 2. – pp. 3–8.

8. The reduction of errors of bridge crane loads movements by means of optimization of the spatial trajectory size / V. Shcherbakov, etc. // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – Vol. 811. – pp. 99–103.

9. Mathematical modeling of process moving cargo by overhead crane / V. Shcherbakov, etc. //

Applied Mechanics and Materials. – 2014. – Vols. 701-702. – pp. 715–720.

10. A new vision-sensorless anti-sway control system for container cranes / Y.S. Kim, etc.// Industry Applications Conference. – 2003. – Vol. 1. – pp. 262–269.

11. Command Shaping for Nonlinear Crane Dynamics / D. Blackburn, etc. // Journal of Vibration and Control. – 2010. – № 16. – pp. 477–501.

12. Singer N., Singhose W., Seering W. Comparison of filtering methods for reducing residual vibration // European Journal of Control. – 1999. – No. 5. – pp. 208–218.

13. Denisenko, V.V. Varieties of PID-regulators / V.V. Denisenko // Automation in the industry.  $-2007. - N \ 6. - pp. 45-50.$ 

14. Mitchell, Tom M. Machine Learning. – WCB/McGraw-Hill, 1997. – 414 p.

Корытов Михаил Сергеевич (Омск, Россия) – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Автомобили, конструкционные материалы и технологии» ФГБОУ ВО «СибАДИ»(644080, г. Омск, пр. Мира,5, е-mail: kms142@mail.ru)

Щербаков Виталий Сергеевич (Омск, Россия) – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Автоматизация производственных процессов и электротехника» ФГБОУ ВО «СибАДИ»(644080, г. Омск, пр. Мира,5, e-mail: sherbakov\_vs@sibadi.org)

Mikhail S. Korytov (Omsk, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of a university department "Automobiles, construction materials and technologies", The Siberian Automobile and Highway Academy (644080, Omsk, pr. Mira, 5, e-mail: kms142@ mail.ru)

Vitaliy S. Sherbakov (Omsk, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department "Automation of industrial processes and electrical", The Siberian Automobile and Highway Academy (644080, Omsk, pr. Mira, 5, e-mail: sherbakov\_vs@sibadi.org)

#### УДК 629.084

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПЛОТНЕНИЯ УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ ГРУНТОВОЙ СРЕДЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С РАБОЧИМ ОРГАНОМ ДОРОЖНОЙ МАШИНЫ В РАМКАХ МОДИФИЦИРОВАННОГО ПОДХОДА СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ

В.В. Михеев<sup>1</sup>, С.В. Савельев<sup>2</sup> <sup>1</sup>Омский государственный технический университет (СибАДИ), Россия, г. Омск <sup>2</sup>Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ), Россия, г. Омск

Аннотация. В статье обсуждается вопрос моделирования процесса взаимодействия активной области грунтового слоя с рабочим органом уплотняющей дорожной машины, рассматриваемого в рамках модифицированного подхода сосредоточенных параметров. Предложена математическая модель, эффективно описывающая динамику вещества грунтового слоя при уплотнении. Рассмотрена возможность ее реализации в виде численного алгоритма. Сущность модифицированного подхода сосредоточенных параметров, уплотняемого грунтового слоя, заключается в том, что деформируемый слой делится на несколько разных, вертикально расположенных элементов, описываемых соответствующими реологическими моделями. Основное преимущество такого подхода заключается в возможности достаточно точного описания нелинейных деформационных процессов в зависимости от глубины прорабатываемой грунтовой среды.

**Ключевые слова:** уплотнение грунтов, сосредоточенные параметры, моделирование, механические свойства, жесткость, упруговязкопластичная среда.