8. Merkusheva Ju.E., Shherbakov V.S. Contact the basic parameters of control valves steering mechanisms. *Vestnik TOGU*, no. 1 (32), pp. 125–138.
9. Ionova Ju.E. Synthesis of the main parameters of the steering hydraulic drive motor grader. *Rossija molodaja: peredovye tehnologii – v promyshlennost'! sbornik materialov Vserossijskoj nauchno-tehnicheskoj konferencii.* Omsk, OmSTU, 2015, pp. 92-97.
10. Galdin N.S. *Jelementy o'emnyh gidroprivodov mobil'nyh mashin. Spravochnye materialy: uchebnoe posobie* [Elements of volumetric hydraulic drives of mobile machines. Reference material: a tutorial]. Omsk, SibADI, 2005, 127 p.
11. Merkusheva Ju.E. Algorithm optimization of the basic geometric parameters of the steering control valve motor grader. *Fundamental'nye i prikladnye nauki - osnova sovremennoj innovacionnoj sistemy materialy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii studentov, aspirantov i molodyh uchjonyh.* Omsk, SibADI, 2015, pp.358-361.
12. Shherbakov V.S., Merkusheva Ju.E. Jelektronnyj resurs «Algoritm «raschet optimal'nyh parametrov gidroraspredelitelja rulevogo mehanizma». No. 20773. INIPI RAO, OFJeRNiOб 2015.
13. Shherbakov V.S., Merkusheva Ju.E. Jelektronnyj resurs «Algoritm «sintez gidroprivoda rulevogo upravlenija avtogrejderom». No. 20929. INIPI RAO, OFJeRNiOб 2015.

Ионова Юлия Евгеньевна (Омск, Россия) – преподаватель кафедры «Инженерная геометрия и САПР» ФГБОУ ВПО "Омский государственный технический университет" (644080 г. Омск, пр. Мира, 11, e-mail: juliqmer@gmail.com).

Yuliia E. Ionova (Omsk, Russian Federation) – lecturer department of Engineering geometry and CAD, Omsk State Technical University (644080, Mira, 11 prospect, Omsk, e-mail: juliqmer@gmail.com).

УДК 519.612:519.652

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ НА ОСНОВЕ «МЕТОДИКИ СДВИГА» ПРИ ИНТЕРПОЛЯЦИИ КУБИЧЕСКИМИ СПЛАЙНАМИ

В.А. Федорук
ФГБОУ ВПО «СибАДИ», Россия, Омск.

Аннотация. *В данной статье предлагается при обработке экспериментальных данных с помощью интерполяции кубическими сплайнами использовать «методику сдвига», основанную на сдвиге точек сшива фрагментов кубических парабол относительно узлов интерполирования, привязанных к экспериментальным данным. Для проверки данной методики в качестве эталонной (тестовой) кривой было выбрано распределение Гаусса или нормальное распределение. Полученные расчётные данные хорошо согласуются с нормальным распределением в пределах погрешности, внесённой в тестовую кривую.*

Ключевые слова: *экспериментальные данные, интерполяция, кубические сплайны, узлы интерполирования.*

Введение

Интерполяция кубическими сплайнами [1-3], широко применяемых на практике для обработки экспериментальных данных, реализована в таких математических пакетах как MathCAD, MATLAB, Maple [4]. В этих пакетах при интерполяции кубическими сплайнами построение сплайна осуществляется с помощью фрагментов кубических парабол со сшивкой в точках, соответствующих экспериментальным (табличным) данным. Такая «жёсткая» привязка узлов интерполирования к экспериментальным данным, которые получены с определённой погрешностью, не позволяет построить нужную кривую. В принципе, решение такой проблемы общеизвестно [3], а сам подход построения сплайнов основывается на идее регуляризации. Более гладкие аппроксимирующие кривые позволяют получить сглаживающие сплайны [5], (проходят вблизи значений функции, отклонения определяются заданными определённым образом весовыми коэффициентами). Построение таких сплайнов является задачей нелинейного программирования и реализуется с помощью численных методов [1-3]. В обоих случаях рассматривают задачу безусловной минимизации соответствующего функционала (функции). В работе [6] предлагается аппроксимировать опытные данные сплайном по методу наименьших квадратов.

В данной статье предлагается другой, более простой (без использования нелинейного программирования), и согласно проведённым тестам (один из которых приводится в данной статье), не менее эффективный подход, для решения вышеуказанной проблемы.

Чтобы обойти ограничение по привязке узлов интерполирования к экспериментальным данным, была разработана методика сдвига точек сшива (узлов) сплайнов по отношению к табличным данным и была реализована в программе MSPLANE, написанной на языке программирования Microsoft Fortran PowerStation 4.0 [7]. Эта программа реализует интерполяцию табличных данных кубическими сплайнами [8] с применением «методики сдвига», смысл которой излагается ниже.

Описание «методики сдвига»

Предлагаемая методика позволяет находить значения интерполируемой функции $y_i^{ko\_shift} = f(x_i^{ko\_shift}),\ i = 1,2,3,...,n,$ в узлах $x_i^{ko\_shift}$ со сдвигом по отношению к экспериментальным данным $y_i^0 = f(x_i^0),\ i = 1,2,3,...,N$ (соответствуют коэффициенту сдвига $ko\_shift = 0,$ т. е. отсутствию сдвига). При $ko\_shift = 0$ программа MSPLANE работает в стандартном режиме (без сдвига) и позволяет получать дополнительные точки на каждом из отрезков $\Delta x_i^0 = x_{i+1}^0 - x_i^0,\ i = 1,2,3,...,N-1$ (между ближайшими узлами табличных данных x_i^0 и x_{i+1}^0). Количество дополнительных точек определяется коэффициентом ko_add по формуле

$$ko\_add = ko\_div - 1, \qquad (1)$$

где ko_div – коэффициент деления отрезка на части (например, при $ko\_div = 2$ отрезок делится на две равные части).

Общее число пар данных – экспериментальных N и дополнительных (полученных путём расчёта), определяется как их сумма:

$$N_O = N + (N-1)\cdot ko\_add. \qquad (2)$$

Для пояснения смысла предлагаемой «методики сдвига», рассмотрим случай, когда исходные табличные данные получены при условии: $\Delta x_1^0 = \Delta x_2^0 = \Delta x_3^0 = ... = \Delta x_{N-1}^0$ и коэффициент деления каждого отрезка $ko\_div = 2.$ Т. к. положение узлов на каждом шаге определяется по формуле:

$$x_i^{ko\_shift} = x_i^{ko\_shift-1} + \frac{x_{i+1}^{ko\_shift-1} - x_i^{ko\_shift-1}}{ko\_div}\cdot k \qquad (3)$$

$$(i = 1,2,3,..., N - ko\_shift,\ \ k = 1,2,3,...,ko\_div - 1),$$

то это условие позволяет при пересчёте значений интерполируемой функции в узлах со сдвигом при чётных значениях ko_shift «попадать» в узлы этих данных (рис. 1), что удобно для их сравнения с табличными данными. В формуле (3) каждому i соответствует $ko\_div - 1$ значений $k.$

$$ko\_shift = 0:\quad x_1^0 - x_2^0 - x_3^0 - x_4^0 - x_5^0 - x_6^0 - x_7^0 - ... - x_N^0$$

$$ko\_shift = 1:\quad x_1^1 - x_2^1 - x_3^1 - x_4^1 - x_5^1 - x_6^1 - ... - x_{N-1}^1$$

$$ko\_shift = 2:\quad x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 - x_5^2 - ... - x_{N-2}^2$$

$$ko\_shift = 3:\quad x_1^3 - x_2^3 - x_3^3 - x_4^3 - ... - x_{N-3}^3$$

$$ko\_shift = 4:\quad x_1^4 - x_2^4 - x_3^4 - ... - x_{N-4}^3$$

и т. д.

Рис. 1. Положение узлов (точек сшива) интерполируемой функции при различных значениях коэффициента сдвига

При $ko\_shift = 2$: $x_1^2 = x_2^0$, $x_2^2 = x_3^0$, $x_3^2 = x_4^0$, ...

При $ko\_shift = 4$: $x_1^4 = x_3^0$, $x_2^4 = x_4^0$, $x_3^4 = x_5^0$, ...

Проверка работоспособности «методики сдвига»

Для проверки работоспособности данной методики, реализованной в программе MSPLANE, в качестве теоретической (тестовой) кривой было выбрано распределение Гаусса или нормальное распределение.

Функция плотности вероятности для распределения Гаусса имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}. \quad (4)$$

Нормальное распределение симметрично относительно параметра x_0, а его ширина пропорциональна параметру σ.

Расчёты по вышеуказанной методике производились в диапазоне $x = 0 \div 10$ с шагом $\Delta x_i^0 = 0{,}25$ при фиксированных параметрах: $x_0 = 5$ и $\sigma = 1$. Число $\pi = 3{,}141593$. Экспериментальные данные y_i^0 были получены из теоретической кривой $y_i^{\text{теор}}$ с внесением в неё случайным образом (с помощью датчика случайных чисел) погрешностей, не превышающих 10%.

Кубический сплайн на каждом из отрезков $h_i = x - x_{i-1}$ был задан согласно [8] в виде:

$$y_i = y_{i-1} + b_i h_i + c_i h_i^2 + d_i h_i^3,$$

где y_i и y_{i-1} – значения интерполируемой функции в узлах x_i и x_{i-1}; b_i, c_i и d_i – неизвестные коэффициенты, которые находятся путём решения системы линейных уравнений [8]:

$$b_i h_i + c_i h_i^2 + d_i h_i^3 = y_i - y_{i-1} \quad (i = 1,2,3,...,N),$$

$$b_{i+1} - b_i - 2c_i h_i - 3d_i h_i^2 = 0 \quad (i = 1,2,3,...,N-1),$$

$$c_{i+1} - c_i - 3d_i h_i = 0 \quad (i = 1,2,3,...,N-1),$$

$$c_1 = 0,$$

$$c_N + 3d_N h_N = 0$$

по методу Гаусса [1-3].

Полученные результаты

В таблице 1 (для сравнения) приведены данные расчётов в диапазоне $x = 3 \div 7$.

Таблица 1 – Данные расчётов по программе MSPLANE

x_i^0	$y_i^{\text{теор}}$	y_i^0	y_i^2	y_i^6	y_i^{10}	y_i^{14}
3,00	0,053991	0,059092	0,054447	0,053969	0,053597	0,054728
3,25	0,086277	0,077650	0,079777	0,080329	0,082825	0,083411
3,50	0,129518	0,118001	0,115413	0,122235	0,124604	0,126842
3,75	0,182649	0,170744	0,182153	0,184490	0,182563	0,182692
4,00	0,241971	0,264408	0,254708	0,243449	0,239279	0,237589
4,25	**0,301137**	**0,276255**	0,281176	0,284225	0,284869	**0,287276**
4,50	**0,352065**	**0,319162**	0,324291	0,332473	0,335934	**0,336980**
4,75	0,386668	0,409759	0,409613	0,392875	0,385357	0,383831
5,00	0,398942	0,431281	0,426233	0,412547	0,408149	0,403687
5,25	0,386668	0,362532	0,382335	0,387931	0,391971	0,388634
5,50	0,352065	0,360378	0,363580	0,357376	0,354710	0,355044
5,75	0,301137	0,329708	0,323247	0,311137	0,308468	0,304991
6,00	0,241971	0,219534	0,238864	0,240359	0,242033	0,240526
6,25	0,182649	0,170181	0,167347	0,169869	0,173851	0,175291
6,50	0,129518	0,116567	0,119961	0,121203	0,122245	0,123135
6,75	0,086277	0,094609	0,086806	0,086152	0,085348	0,086430
7,00	0,053991	0,052880	0,053849	0,054994	0,056682	0,056601

На рисунках 2 и 3 приведены для сравнения: теоретическая и экспериментальная кривые (рис.2); теоретическая и расчётная кривые (рис. 3).

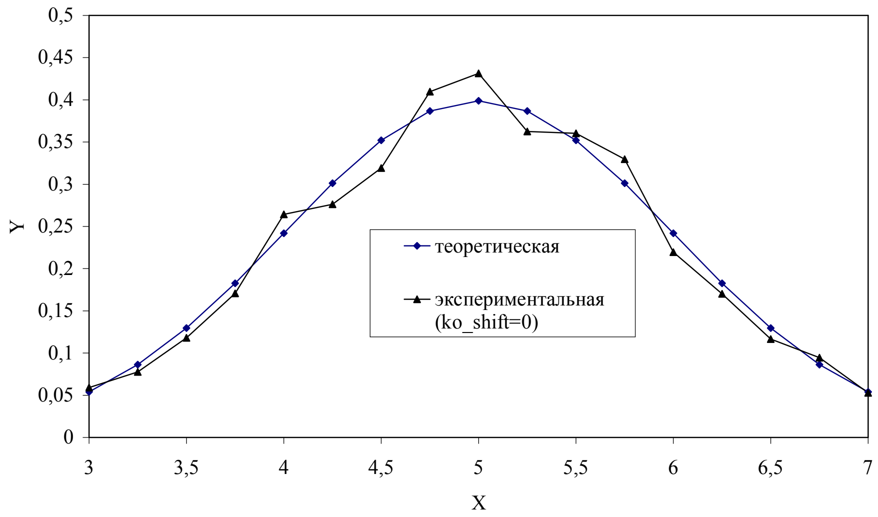

Рис. 2. Теоретическая (распределение Гаусса) и экспериментальная кривые

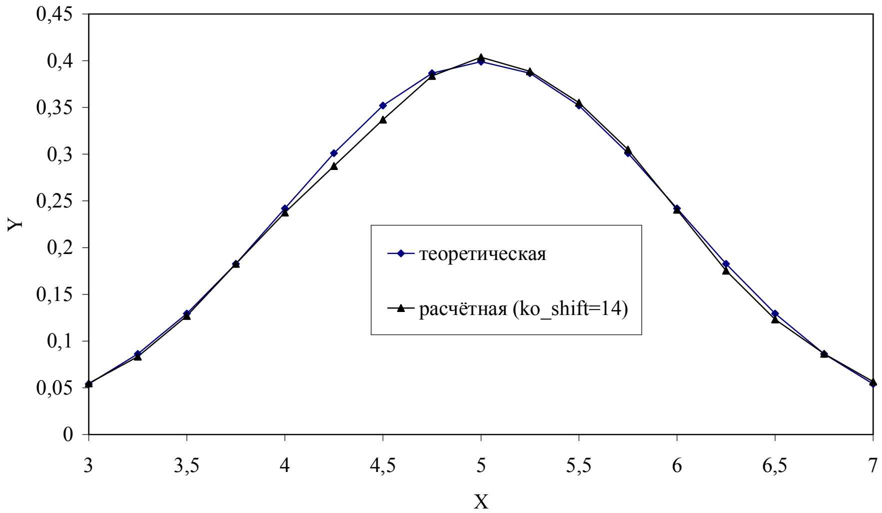

Рис. 3. Теоретическая (распределение Гаусса) и расчётная (при ko_shift=14) кривые

Как показывают расчёты (см. табл. 1 и рис. 3) с помощью «методики сдвига» удалось уменьшить внесённую в нормальное распределение погрешность почти в два раза в узлах (в табл. 1 соответствующие данные выделены жирным шрифтом), где наиболее сильно расчётные данные отличаются от теоретических (рис. 3, узлы – X=4,25 и X=4,50).

К условным минусам данной методики можно отнести:

1. При каждом сдвиге интервал счёта уменьшается (рис. 1, в нашем случае несущественно, но в общем случае проблема может быть решена за счёт прогнозирования данных).

2. Необходимость оптимального выбора величины отрезка Δx_i^0 (при $\Delta x_i^0 = 0{,}5$ результаты теста были несколько хуже и в данной статье не приводятся). Проблема может быть решена, если связать выбор Δx_i^0 с погрешностью экспериментальных данных, т. е. выбирать величину отрезка таким образом, чтобы при пересчёте в узлах отклонение расчётных данных от экспериментальных не превышало погрешности измерений. При таком подходе можно найти оптимальные (определённые) значения коэффициента или коэффициентов сдвига ko_shift для полученных с учётом погрешностей расчётных данных.

Так как целью при написании данной статьи было описание вышеизложенной методики, то решение вышеуказанных проблем является материалом для дальнейших исследований и написания следующей статьи.

Примечание: в стандартном режиме работы программы реализована возможность получения дополнительных точек на каждом из отрезков с помощью коэффициента ko_add, что позволяет внутри заданных отрезков получать другие отрезки, уже из которых (после применения данной методики) определяют оптимальные и на выходе получают нужную кривую с необходимым количеством точек (опять же за счёт коэффициента ko_add).

Вывод

Данная методика расчётов, несмотря на вышеуказанные минусы, даёт хорошие результаты, которые представлены в табл. 1 и на рис. 3, и может быть использована при обработке различных экспериментальных данных, основанной на интерполяции кубическими сплайнами.

Примечание: в данной методике положение узлов на каждом шаге определяется по формуле (3) при $ko\_div = 2$, т. к. она позволяет «попадать» в узлы табличных данных при чётных значениях ko_shift, что удобно для сравнения расчётных данных с теоретическими, и может быть использована при $ko\_div > 2$.

Библиографический список

1. Самарский, А.А. Численные методы / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
2. Калиткин, Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
3. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов. – М.: Наука, 1975. – 632 с.
4. Алексеев, Е.Р., Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9 / Е.Р. Алексеев, О.В. Чеснокова. – М.: НТ Пресс, 2006. – 492 с.
5. Носач, В.В. Решение задач аппроксимации с помощью персональных компьютеров / В.В. Носач. – М.: МИКАП, 1994. – С. 194-213.
6. Баринов, В.А. Аппроксимация опытных данных сплайном по методу наименьших квадратов / В.А. Баринов // Учёные записки ЦАГИ. – 1975. – Т. 6. № 5. – С. 128-132.
7. Бартеньев, О.В. Современный Фортран / О.В. Бартеньев. – М.: Диалог-МИФИ, 1998. – 397 с.
8. Заварыкин, В.М. Численные методы: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / В.М. Заварыкин, В.Г. Житомирский, М.П. Лапчик. – М.: Просвещение, 1990. – 176 с.

PROCESSING OF EXPERIMENTAL DATA BASED ON "TECHNIQUE OF SHIFT" INTERPOLATED CUBIC SPLANES

V.A. Fedoruk

Abstract. This article proposes the analysis of experimental data using interpolation cubic splines to use "technique of shift", based on the shift points of stitching together fragments cubic parabolas relative to the interpolation nodes linked to the experimental data. To test this technique as a reference (test) or Gaussian distribution curve of normal distribution is selected. These calculated data are in good agreement with the normal distribution within the error made to the test curve.

Keywords: experimental data, interpolation, cubic splines, interpolation nodes.

References

1. Samarskij A.A., Gulin A.V. *Chislennye metody* [Numerical methods]. Moscow, Nauka, 1989. 432 p.
2. Kalitkin N.N. *Chislennye metody* [Numerical methods]. Moscow, Nauka, 1978. 512 p.
3. Bahvalov N.S. *Chislennye metody* [Numerical methods]. Moscow, Nauka, 1975. 632 p.
4. Alekseev E.R., Chesnokova O.V. *Reshenie zadach vychislitel'noj matematiki v paketah Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9* [Decision of problems of computational mathematics in packages Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9]. Moscow, NT Press, 2006. 492 p.
5. Nosach V.V. *Reshenie zadach approksimatsii s pomoshh'ju personal'nyh komp'juterov* [Solution approximation problems by means of personal computers]. Moscow, MIKAP, 1994. pp. 194-213.
6. Barinov V.A. Approksimacija opytnyh dannyh splajnom po metodu naimen'shih kvadratov [Approximation of experimental data spline least squares]. *Uchenye zapiski TsAGI*, 1975, T. 6. no 5. pp. 128-132.
7. Bartenev O.V. *Sovremennyj Fortran* [Modern Fortran]. Moscow, Dialog-MIFI, 1998. 397 p.
8. Zavarykin V.M., V.G. Zhitomirskij, M.P. Lapchik. *Chislennye metody* [Numerical methods]: Ucheb. posobie dlja studentov phiz.-mat. spets. ped. In-tov. Moscow, Prosveshchenie, 1990. 176 p.

Федорук Владимир Аркадьевич (Омск, Россия) – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Физика» ФГБОУ ВПО «СибАДИ» (644080, г. Омск, пр. Мира, 5, e-mail: fedoruk_va@mail.ru).

Vladimir A. Fedoruk (Omsk, Russian Federation) – candidate technical sciences, professor, Head of the Department of Phisics, The Siberian State Automobile and Highway Academy (644080, Mira, 5 prospect, Omsk, e-mail: fedoruk_va@mail.ru).