

Научная статья
 УДК 624.075
 DOI: <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2026-23-4-654-667>
 EDN: FOILEZ



ОБЩАЯ ГИБКОСТЬ РЕШЕТЧАТОЙ БАШНИ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

Ю.В. Краснощеков
 СМУ-175 «Радиострой»,
 г. Омск, Россия,
uv1942@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Введение. В статье приведены результаты исследования общей гибкости сквозного стержня, моделирующего решетчатую башню. Объектом исследования является четырёхгранный стержень пирамидальной формы. Обращается внимание на несоответствие значимости общей гибкости и деформаций сдвига решётки при оценке приведённой гибкости стержней переменного сечения по действующим нормам проектирования стальных конструкций. Цель статьи – анализ исследований и способов оценки общей гибкости решетчатых башен и разработка практического способа на основе метода конечных элементов. Предлагаемый способ основан на получении коэффициента длины переменного сечения из соотношения жёсткостей (радиусов инерции) опорного и эффективного сечений. Характеристики эффективного сечения получают по прогибу стержневой модели переменного сечения с учётом изменчивости по длине площади сечения поясов. На примере расчёта типовых башен антенных опор выполнено сравнение значений коэффициента длины, полученных разными способами.

Материалы и методы. Расчёт сквозного стержня переменного сечения на устойчивость сводится к рассмотрению отношения изгибных жёсткостей условных стержней с постоянными сечениями при равенстве критических сил сжатия. Изначально коэффициент длины стержня определяли из отношения моментов инерции конечных сечений при постоянстве площади сечения поясов. Полученные из анализа данных разных источников значения коэффициента длины переменного сечения значительно расходятся со значениями, определёнными по нормам проектирования башен ЛЭП. Расхождение связано с разным подходом к учёту возможной изменчивости площади сечения поясов по длине стержня. В настоящее время доступность метода конечных элементов для расчёта на изгиб стержневых моделей любой сложности позволяет без труда уточнять общую гибкость сквозного стержня. В примере расчёта показано, что гибкость сквозного стержня антенной опоры с переменной площадью сечения поясов близка к гибкости башен ЛЭП пирамидальной формы.

Выводы. В реальных конструкциях башен площадь сечения поясов башен обычно изменяется по высоте в соответствии с действующими усилиями, гибкостью поясов и сортаментом материала, применяемого для поясов. При решении задачи по определению коэффициента длины стержня переменного сечения разработан метод эффективного сечения. Момент инерции эффективного сечения легко определяется расчётом на изгиб модели пирамидальной башни в конечных элементах с учётом переменности не только геометрии сечений, но и площади сечения поясов. Предлагаемый метод рекомендуется применять при расчёте общей устойчивости башен антенных опор.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: решетчатая башня, сквозной стержень переменного сечения, общая гибкость стержня, общая устойчивость, коэффициент расчётной длины

Статья поступила в редакцию 26.12.2025; одобрена после рецензирования 11.05.2026; принята к публикации 21.08.2026.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

Прозрачность финансовой деятельности: автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах. Конфликт интересов отсутствует.

Для цитирования: Краснощеков Ю.В. Общая гибкость решетчатой башни переменного сечения // Вестник СибАДИ. 2026. Т. 23, № 4. С. 654–667. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2026-23-4-654-667>

© Краснощеков Ю.В., 2026



Контент доступен под лицензией
 Creative Commons Attribution 4.0 License.

Original article
DOI: <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2026-23-4-654-667>
EDN: FOILEZ

OVERALL FLEXIBILITY OF VARIABLE SECTION LATTICE TOWER

Yuriy V. Krasnoshchekov
SMU -175 "Radiostroy",
Omsk, Russia
uv1942@mail.ru

ABSTRACT

Introduction. The article presents the research results of the overall flexibility of a through-rod which is modeling a lattice tower. The object of the study is a tetrahedral pyramid-shaped rod. Special attention is paid to the discrepancy between the importance of total flexibility and lattice shear deformations when evaluating the reduced flexibility of rods with variable cross-section according to current steel structure design standards. The purpose of the article is to analyze studies and methods for assessing the overall flexibility of lattice towers and to develop a practical method based on the finite element method. The proposed method is based on obtaining the length coefficient of a variable cross-section from the ratio of stiffness (radius of inertia) of the support and effective sections. The characteristics of the effective section are obtained from the deflection of the variable cross-section rod model, taking into account the variability in the length of the sectional area of the belts. Using the example of calculating typical towers of antenna supports, a comparison of the values of the length coefficient obtained by different methods has been performed.

Materials and methods. The calculation of the through-rod of variable cross-section for stability is reduced to considering the ratio of the bending stiffness of conventional rods with constant cross-sections when the critical compressive forces are equal. Initially, the rod length coefficient was determined from the ratio of the moments of inertia of the end cross-sections with a constant sectional area of the belts. The values of the variable section length coefficient obtained from the analysis of data from different sources differ significantly from the values determined by the design standards of towers for power transmission lines. The discrepancy is connected with the different approach to accounting the possible variability of the sectional area of the belts along the length of the rod. Currently, the availability of the finite element method for calculating the bending stress strength of rod models of any complexity makes it easy to refine the overall flexibility of the through-rod. The calculation example shows that the flexibility of the through-rod of the antenna support with a variable sectional area of the belts is close to the flexibility of pyramid-shaped towers for power transmission lines.

Conclusions. In real tower constructions, the sectional area of the tower belts usually varies with height in accordance with the forces involved, the belt flexibility, and the grade of material used for it. For solving the problem of determining the length coefficient of the rod with variable cross-section, an effective cross-section method has been developed. The moment of inertia of the effective cross-section is easily determined by calculating the bending stress strength of the pyramid tower model in finite elements, taking into account the variability of not only the geometry of the sections, but also the sectional area of the belts. The proposed method is recommended to be applied in calculation of the overall stability of antenna towers.

KEYWORDS: lattice tower, through-rod with variable cross-section, overall flexibility of the rod, overall stability, coefficient of the calculated length

The article was submitted: December 26, 2025; approved after reviewing: May 11, 2025; accepted for publication: August 21, 2025.

The author has read and approved the final manuscript.

Financial transparency: the author has no financial interest in the presented materials or methods. There is no conflict of interest.

For citation. Krasnoshchekov Yu.V. Overall flexibility of variable section lattice tower *The Russian Automobile and Highway Industry Journal*. 2026; 23 (4): 654-667. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2026-23-4-654-667>

© Krasnoshchekov Yuriy V., 2026



Content is available under the license
Creative Commons Attribution 4.0 License.

ВВЕДЕНИЕ

Решётчатые башни представляют собой конструктивную систему из стержневых элементов: трёх или четырёх неразрезных ветвей (поясов) и связей в виде решётки. Для расчёта металлических башен применяется модель пространственной конструкции, наряду с проверкой отдельных элементов которой следует учитывать возможность достижения предельного состояния системы в целом. Система башни в целом рассматривается как сквозной стержень или стержень сквозного сечения. Несущая система сквозного стержня

характеризуется общей устойчивостью, а также прочностью или устойчивостью элементов в зависимости от их напряжённого состояния. Требования по проверке устойчивости таких стержней установлены на основе расчёта при действии продольной силы с изгибом.

Различают сквозные стержни постоянного и переменного сечения по длине. Решётчатые башни обычно выполняют в форме пирамиды с линейно-переменной высотой сечения по всей длине или на отдельных участках (рисунок 1). Расчётные модели таких башен или отдельных участков принимают в виде сквозных стержней переменного сечения по высоте.

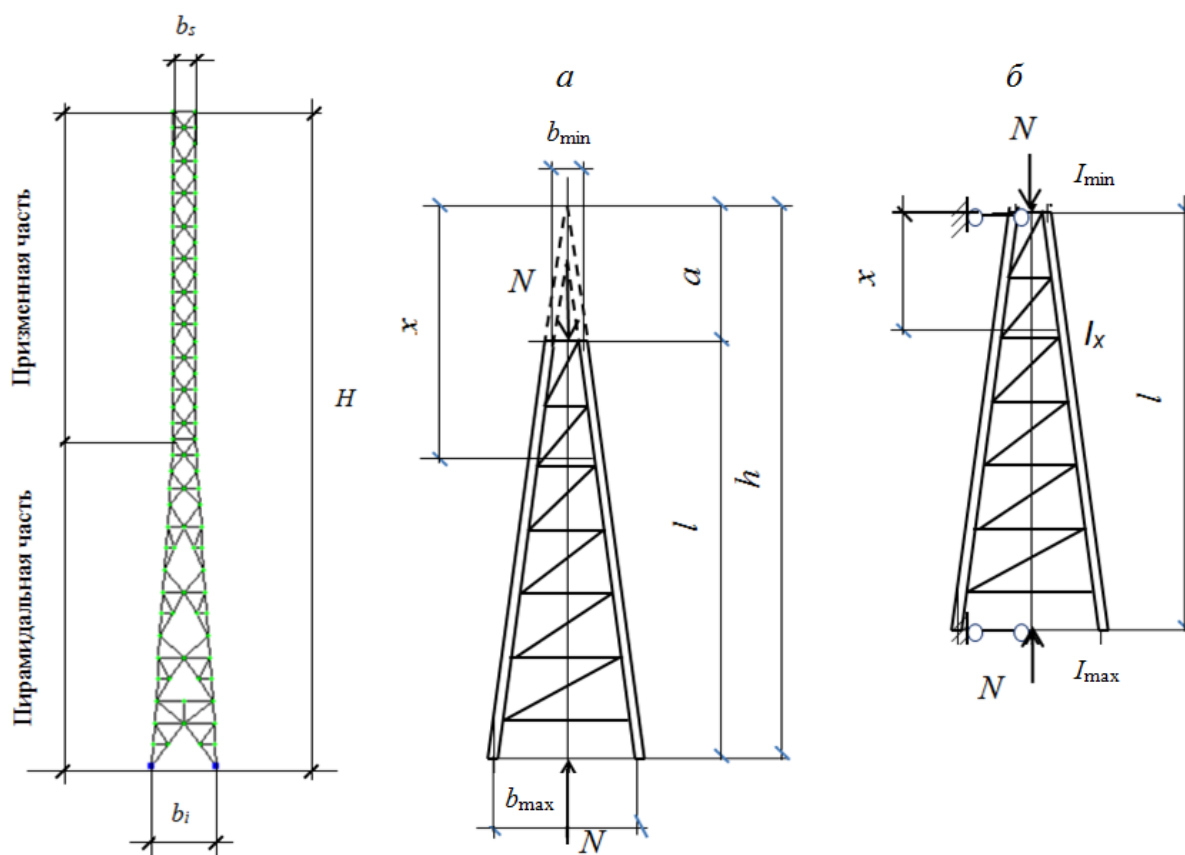


Рисунок 1 – Схема решетчатой башни с участком переменного сечения:
а и б – расчётные схемы пирамидальной башни
Источник: составлено автором.

Figure 1 – Calculation scheme of the lattice tower with a variable cross-section segment;
a and b - calculation schemes of the pyramid-shaped tower
Source: compiled by the author.

Основной характеристикой сквозного стержня при продольном изгибе является гибкость $\lambda = l_{ef}/r$ – функция расчётной длины стержня $l_{ef} = \mu l$ (μ – коэффициент приведения длины) и наименьших значений в сечении стержня момента инерции I и радиуса инерции $r = \sqrt{I/A}$, так как стержень теряет устойчивость в плоскости наибольшей гибкости. Момент инерции сечения сквозного стержня обычно принимают приближённо в зависимости от площади стержня в целом A и расстояния между осями ветвей b_0 : для четырёхгранного стержня $I = Ab_0^2/4$ и $r = 0,5b_0$, для трёхгранного стержня $I = Ab_0^2/6$ и $r = 0,41b_0$.

Расчёт устойчивости сквозных стержней производят по тем же правилам, что и сплошных, но с заменой гибкости стержня λ приведённой гибкостью λ_{ef} . В стержнях сквозного сечения в отличие от стержней сплошного сечения возрастает значение сдвиговых деформаций, особенно при изгибе. Приведённая гибкость λ_{ef} сквозного стержня характеризуется общей гибкостью (без учёта деформаций решётки), увеличенной местными гибкостями ветви и раскосов, воспринимающих сдвигающие усилия при изгибе стержня. Для учёта влияния поперечной силы в решетчатых стержнях приведённую гибкость определяют в общем виде по формуле

$$\lambda_{ef} = \sqrt{\lambda^2 + kA/A_d}, \quad (1)$$

где λ – гибкость сквозного стержня в целом (общая гибкость); $k = \pi^2/\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha$ (α – угол наклона раскоса к поясу); A – суммарная площадь поперечного сечения поясов; A_d – площадь сечения опорного раскоса (двух раскосов при крестовой решётке).

Коэффициент приведения длины решетчатого стержня можно определить по формуле

$$\mu_{ef} = \sqrt{\mu^2(1 + kA/\lambda^2 A_d)}. \quad (2)$$

Европейскими нормами 1993-3-1 (проектирование стальных конструкций башен и мачт) допускается на начальном этапе рассчитывать решётчатые опоры без учёта сдвиговых деформаций за исключением башен с преобладающей нагрузкой вершины.

В сквозных стержнях с решётками кроме расчёта на устойчивость стержня в целом проверяется также устойчивость отдельных

ветвей между узлами. В центрально сжатом сквозном стержне гибкость ветвей зависит от гибкости стержня в целом.

Общие правила и методы оценки общей гибкости конструкций с переменными сечениями (за исключением ступенчатого типа) в нормах проектирования не предусмотрены, хотя в большинстве случаев именно общая гибкость определяет величину приведённой гибкости и устойчивость конструкций. При недостатке информации проектировщик вынужден обращаться к справочным источникам или ограничиться, если это возможно, расчётом отдельных элементов конструктивной системы. Существуют разные методы расчёта на общую устойчивость стержня переменного сечения в основном путём интегрирования дифференциального уравнения изгиба [1], однако такой путь весьма трудоёмок, да и точное решение можно получить лишь для частных случаев.

В настоящее время применяют два способа оценки общей гибкости решетчатых башен, основанных на определении расчётной длины башни высотой l посредством функции приведения $\mu = f(\mu_1, \mu_2)^1$

$$l_{ef} = \mu_1 \mu_2 l. \quad (2)$$

В формуле (3) коэффициент μ_1 определяется в зависимости от условий закрепления концов стержня и вида нагрузки. Для консолей постоянного сечения с приложением нагрузки на свободном конце $\mu_1 = 2$. В антенной опоре пирамидальной формы (переменного сечения) нагрузка распределена неравномерно по высоте с максимальным значением в нижнем основании. Для этого случая возможно применение пониженного коэффициента свободной длины μ_1 .

Коэффициент приведения длины сквозного стержня переменного сечения μ_2 для башни пирамидальной формы рекомендуется определять по таблице 1 (строка 1) в зависимости от отношения моментов инерции минимального (верхнего) и максимального (нижнего) сечений башни (первый способ). Данный способ реализован в стандарте башенных кранов при расчёте решетчатых стрел переменного сечения.

В нормах проектирования стальных конструкций указания по оценке гибкости башен

¹ Горев В.В. Общая устойчивость сжатых сквозных стержней // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1983. № 1. С. 39–40.

отсутствуют даже в главе, посвящённой проектированию антенных сооружений. Для башенных конструкций опор ЛЭП, которые характеризуются действием сосредоточенной нагрузки в верхней части опоры, приведена формула обобщённого коэффициента приведения при гибкости $\lambda = \mu/b_i$ четырёхгранного сквозного стержня пирамидальной формы (второй способ)

$$\mu = 1,25(b_s/b_i)^2 - 2,75(b_s/b_i) + 3,5, \quad (4)$$

где $b_s = b_{\min}$ и $b_i = b_{\max}$ – расстояния между осями поясов верхнего и нижнего оснований наиболее узкой грани пирамиды.

Способы отличаются основным параметром изменчивости (переменности) сечений. Если в таблице 1 таким параметром является отношение $i = I_{\min}/I_{\max}$ моментов инерции верхнего и нижнего сечений, то в нормах проектирования за основу принято отношение радиусов инерции крайних сечений b_s/b_i . Существенный недостаток обоих способов в неопределённости влияния изменчивости площади сечения стержня A . Для устранения этой неопределённости изменчивостью площади сечения сквозного стержня зачастую пренебрегают, принимая $A = \text{const}$. При оценке гибкости λ стержня в целом не учитывается упругое взаимодействие поясов с решёткой. Кроме этого, первым способом невозможна оценка коэффициента μ_2 при моменте инерции верхнего сечения, близкого к нулю. Затруднено также использование табличных значений параметров вместо функциональных при автоматизации расчёта. Второй способ предусмотрен только для частного случая сквозного стержня при известном значении μ_1 .

В настоящее время расчёт башенных сооружений, как правило, выполняется на ЭВМ по сертифицированным программным комплексам, реализующих метод конечных элементов, и сводится к определению усилий в стержневых элементах и горизонтальных перемещений верха сооружения [2, 3, 4]. Несущая способность элементов при действии сжимающих усилий (местная устойчивость) проверяется вручную как при центральном сжатии без учёта взаимодействия различных форм потери устойчивости. Например, программный комплекс ЛИРА, разработанный для применения в разных странах, предоставляет возможность

проверки общей устойчивости с определением коэффициента запаса и формы потери устойчивости [3, 4]. Реализованный вариант расчёта на общую устойчивость предполагает, что распределение продольных сил N в элементах уже известно (вычислены с помощью линейного процессора через критический параметр нагрузки), но ничего общего с расчётом по нормам РФ не имеет. Расчёт сводится к отысканию значения числового параметра α по Эйлеру (коэффициент запаса общей устойчивости), соответствующего потери устойчивости при продольной силе αN . Коэффициент свободной (расчётной) длины для стержневого элемента, исходя из общей устойчивости (самого «неустойчивого» элемента), вычисляется по формуле

$$\mu = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{EI}{\alpha N}}.$$

Таким образом, пока не имеется единого подхода к определению общей гибкости сквозных стержней переменного сечения, которые принимают в качестве расчётных моделей решетчатых башен. Цель статьи – анализ исследований и способов оценки общей гибкости решетчатых башен и разработка практического способа на основе метода конечных элементов.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Общая гибкость стержня λ постоянного сечения является важным параметром общей устойчивости сооружения, характеризующей критической (эйлеровой) силой в виде

$$N_{cr} = \pi^2 EA / \lambda^2. \quad (5)$$

Формулой (5) можно пользоваться при условии, если потеря устойчивости наступает при напряжениях меньше предела пропорциональности. Для стержня переменного сечения выражение (5) представим в условном виде

$$N_{cr} = \pi^2 E I I_{ef}^2. \quad (6)$$

Здесь I_{ef} определяется по формуле (3). Значения коэффициента μ_2 для решетчатых башен можно получить из некоторых исследований. В справочнике под ред. И.А. Биргера² для пирамидальных стержней, состоящих из четырёх поясов, рекомендуется применять результаты исследования А.Н. Динника, опубликованные ещё в 1912 г.

² Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трёх томах. Том 3. Под ред. И. А. Биргера. М.: Машиностроение, 1968. 568 с.

Исследования А.Н. Динника³. Одним из первых исследование устойчивости стержней переменного сечения при степенном законе изменения изгибной жёсткости $EI(x)$ выполнил А. Н. Динник. Он представил критическую силу в виде

$$N_{cr} = KEI_{\max}/l^2, \quad (7)$$

где K – коэффициент устойчивости, зависящий от закона изменения $EI(x)$ вдоль длины стержня и от способа закрепления концов его.

В результате решения задачи прямым интегрированием однородного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами

$$EI(x)y'' + Ny = 0 \quad (8)$$

были составлены таблицы коэффициентов K в зависимости от отношения $i = I_{\min}/I_{\max}$.

Для пирамидальной решетчатой стойки А.Н. Динник применил степенной закон изменения жёсткости вдоль длины стержня в виде $EI(x) = EI_{\max}(a + bx)^m$, представляя переменное значение момента инерции $I(x)$ в зависимости от значений $I_{\max}$ и $I_{\min}$ концевых сечений (рисунк 1, б). Применительно к случаю свободного опирания стержня обоими концами, при котором $\mu_1 = 1$, коэффициенты K и μ_2 в зависимости от i приведены в таблице 1 (строка 2). Зависимость этих коэффициентов получена из выражений (5) и (6) при моменте инерции поперечного сечения $I = I_{\max}$.

$$K = \pi^2/(\mu_1\mu_2)^2. \quad (9)$$

Откуда

$$\mu_2 = \pi/\sqrt{K}. \quad (10)$$

Таблица 1

Значения коэффициентов μ для пирамидальных башен, определённые по разным источникам
Источник: составлено автором.

Table 1

The values of the μ coefficients for the pyramid-shaped towers, determined from various sources

Source: compiled by the author.

	$i = I_{\min}/I_{\max}^*$	0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
1	μ_2	-	1,66	1,45	1,24	1,14	1,06	1,00
2	K [3] $\mu_2(10)$ при $m = 2$		3,59 1,66	4,73 1,44	6,39 1,24	7,70 1,13	8,83 1,06	π^2 1,00
3	$\mu_2(12)$		1,66	1,44	1,24	1,13	1,06	
4	$\mu_2(13)$		1,68	1,46	1,25	1,13	1,06	
5	μ μ_2	0,025 6,32	0,173 2,40	0,263 1,95	0,438 1,51	0,618 1,27	0,804 1,12	1,000 1,00
6	$\mu_2(18)$		1,78	1,50	1,26	1,14	1,06	1,00
7	$\mu_2(4)$ μ	1,75	1,32 2,64	1,26 2,52	1,13 2,26	1,06 2,12	1,02 2,04	1,00 2,00
8	$\mu_2(4)$ μ	1,75	1,62 3,24	1,50 3,00	1,30 2,60	1,15 2,30	1,05 2,10	1,00 2,00

* Так как здесь принято $A = \text{const}$, то $i = b_{\min}^2/b_{\max}^2$

³ Динник А. Н. Устойчивость упругих систем. ОНТИ НКТИ СССР, 1935. 184 с.

Исследования А.Р. Ржаницына. На исследование устойчивости стержней переменного сечения А.Н. Динника также ссылается А.Р. Ржаницын⁴. Он подробно изложил решение задачи решетчатого стержня с постоянным сечением поясов и линейно-переменной высотой сечения, принимая $E/(x) = Ax^2$ (рисунок 1, а). При $h^2/a^2 = I_{\max}/I_{\min}$ и $A = E(\sqrt{I_{\max}} - \sqrt{I_{\min}})^2/l^2$, А. Р. Ржаницын получил выражение для критической силы шарнирно опёртого стержня в виде (приводится с исправлением допущенной в [6] погрешности)

$$N_{cr} = E\pi^2(\sqrt{I_{\max}} - \sqrt{I_{\min}})^2[1/\pi^2 + 1/(ln\sqrt{I_{\max}} - ln\sqrt{I_{\min}})^2]/l^2. \quad (11)$$

Принимая $i = I_{\min}/I_{\max}$, из (11) получили коэффициент μ_2 для пирамидальных стержней

$$\mu_2 = 1/(1 - \sqrt{i})(\sqrt{0,025} + (1/(ln\sqrt{1/i}))^2). \quad (12)$$

Значения коэффициентов μ_2 , полученные по результатам исследований А.Н. Динника и А.Р. Ржаницына, за исключением случая $i = 1$ полностью совпали (см. таблицу 1, строки 2 и 3), поэтому их можно считать теоретически обоснованными для решетчатого стержня с постоянным сечением поясов и линейно-переменной высотой сечения или для идеального двутавра с постоянной площадью полков и с бесконечно тонкой, но абсолютно жёсткой на сдвиг стенкой.

Выражение (12) можно упростить, если пренебречь влиянием постоянной величины 0,025

$$\mu_2 = ln\sqrt{1/i} / (1 - \sqrt{i}). \quad (13)$$

Погрешность зависимости (13) по сравнению с (12) не более 1%.

Исследования Ф. Блейха. Из зарубежных авторов решение задачи устойчивости стержня переменного сечения привёл также Ф. Блейх⁵, сославшийся на работы А.Н. Динника, опубликованные в 1914 г.

По Ф. Блейху для сжатого стержня переменного сечения с прямыми поясами критическая сила N_{cr} определяется как для стержня постоянного поперечного сечения с эквивалентным моментом инерции по зависимости

$N_{cr} = \mu\pi^2EI_{\max}/l^2$. Ф. Блейх привёл формулу и численные значения коэффициентов μ , которые в пересчёте на μ_2 показаны в таблице 1, строка 5. В отличие от исследований других авторов значения коэффициентов μ_2 можно определить на всем диапазоне от 0 до 1, но они, по сравнению с другими, существенно завышены.

Следовательно, можно считать, что теоретическим обоснованием коэффициентов приведения длины сквозного стержня переменного сечения μ_2 , рекомендованных для оценки общей гибкости башни пирамидальной формы, являются исследования А.Н. Динника и А.Р. Ржаницына.

Исследования С.Д. Лейтеса. Результаты предыдущих исследований обобщены С.Д. Лейтесом при постановке задачи об устойчивости линейно упругой стержневой системы⁶. Обобщая эйлерову задачу, он рассматривает линейно упругую плоскую стержневую систему, элементы которой центрально сжаты или растянуты. Система в целом удовлетворяет условиям, которые предъявляются при расчёте по деформированной схеме, однако критерием потери устойчивости системы принимается не напряжённое состояние, а критическое значение параметра нагрузки, в качестве которого для сжатого стержня k длиной l_k служит число

$$u_k = \sqrt{N_k/EI_k} \cdot l_k. \quad (14)$$

Если один из сжатых стержней рассматривать как ведущий (обозначается без индекса k), то вследствие пропорциональности возрастания сжимающих сил параметр нагрузки для любого из стержней системы равен

$$u_k = \omega_k u; \quad \omega_k = \sqrt{N_k E I / N E I_k} \cdot l_k / l, \quad (15)$$

где ω_k – постоянное число для каждого элемента k .

Если известно критическое значение ведущего параметра нагрузки u_{cr} , то критический параметр нагрузки для стержня с номером k на основании (15) равен $u_{k,cr} = \omega_k u_{cr}$. Критическая сила для этого стержня

⁴ А. Р. Ржаницын. Устойчивость равновесия упругих систем. Техтеоргиз, 1955. 475 с.

⁵ Ф. Блейх. Устойчивость металлических конструкций. Физматгиз, 1959. 544 с.

⁶ С. Д. Лейтес. Устойчивость стержневых систем // Справочник проектировщика. Расчётно-теоретический. В двух книгах. Кн. 2. М.: Стройиздат, 1973. С. 186–269.

$$N_{k,cr} = u_{k,cr}^2 EI_k / l_k^2 = \pi^2 EI_k / (\beta_k l_k)^2, \quad (16)$$

где β_k – коэффициент свободной длины.

$$\beta_k = \pi / \omega_k u_{cr}. \quad (17)$$

Здесь понятие коэффициента свободной длины β_k используется для компактной записи результатов исследования устойчивости системы.

Этот коэффициент применён также для определения свободной длины $l_{k,cr} = \beta_k l_k$ центрально сжатого шарнирно опёртого стержня той же жёсткости EI_k , который по устойчивости эквивалентен рассматриваемому. При этом критическую нагрузку $N_{k,cr}$ следует рассматривать как упругую характеристику, оценивающую длину стержня, которая необходима для выполнения расчёта по нормативной методике, и связь стержня с системой.

Решетчатую башню переменного сечения можно рассматривать как плоскую систему, расчётная схема которой в виде шарнирно опёртой балки представлена на рисунке 1. Коэффициент свободной длины $\mu_2 = \beta_k$ определяем для элемента k длиной $l_k = \mu_2 l$ и жёсткостью $EI_k = EI_{\min}$ ($I_{\min}$ – момент инерции верхнего сечения пирамидальной башни). При этом выполняются условие $l_k l = \sqrt{I_{\max} / I_{\min}} = \sqrt{1/i}$ и равенство сил сжатия всех элементов $N_k = N$.

Критическое значение ведущего параметра по формуле (14) $u_{cr} = \sqrt{N_{cr} / EI} \cdot l$. Подставляем в это выражение $N_{cr} = \pi^2 EI / l^2$ и после сокращений получаем $u_{cr} = \pi$. По формуле (15) при $l_k = l$ имеем $\omega_k = \sqrt{1/i}$ и по формуле (17) $\beta_k = 1/\omega_k$. При $l_k l = \sqrt{1/i}$ по формуле (15) $\omega_k^2 = \sqrt{1/i} \cdot \sqrt{1/i}$ и по формуле (17) $\beta_k = 1/\sqrt{\omega_k} = 1/\sqrt{\sqrt{1/i}}$ или

$$\mu_2 = \sqrt[4]{1/i}. \quad (18)$$

Значения μ_2 при разных i приведены в таблице 1 (строка 6). В реальной конструкции башни обычно $i \geq 0,1$, при этом максимальное увеличение значения μ_2 не более 7%.

Исследования других авторов. В статьях [5, 6] применён закон изменения жёсткости $E(x) = E / l_{\max}^m (a + bx)^m$, как в исследовании А.Н. Динника, в котором безразмерные параметры принимаются по геометрическим характеристикам стержня. В работе [5] рассмотрена модель решетчатой башни при $m = 2$ с учётом одновременного действия сосредоточенных и распределённых продольных нагрузок. При исследовании стержней с непрерывно изменя-

емой жёсткостью учитывается также действие поперечных нагрузок, а показатель степени m определяется геометрией конструкции башни [6, 7]. Принцип гибкости использовался при оптимизации компоновки решетчатых башен [8, 9]. Следует признать, что вопросам общей устойчивости решетчатых башен уделяется мало внимания и ограничиваются обычно проверкой местной устойчивости отдельных элементов. Например, при усилении решетчатых башен неизбежна неравномерность жёсткости сечений по длине, поэтому при выборе метода усиления следует оценивать влияние общей гибкости [10].

Таким образом, для решения задачи устойчивости решетчатой башни переменного сечения обычно применяется расчётная схема в виде стержня переменной жёсткости, сжимаемого продольной силой (см. рисунок 1). Расчётные значения гибкости стержня получают при решении уравнения изгиба (8) по балочной схеме на двух опорах (при этом $\mu_1 = 1$) с переменными коэффициентами. Если ширина сечения b изменяется по линейной зависимости, то момент инерции сечения считается изменяющимся по квадратичному закону $I \approx 0,5 A_{ch} b^2$, поскольку собственными моментами поясов можно пренебречь. При изгибной жёсткости сечений $E/(x) = Ax^2$ и поясами постоянного поперечного сечения A_{ch} коэффициент длины стержня μ_2 определяют по формулам (10), (12) или приближённо (18) из отношения моментов инерции конечных сечений $I_{\min} / I_{\max} = b_{\min}^2 / b_{\max}^2$, получаемого из равенства критической силы (6) для этих сечений.

Однако площадь сечения поясов башен A_{ch} может меняться по высоте в соответствии с действующими усилиями, устойчивостью поясов и сортаментом материала, применяемого для поясов. Закономерность изменчивости определяется перечисленными факторами и имеет ступенчатый характер. Для решения задачи общей устойчивости решетчатой башни переменного сечения изменчивость площади сечения поясов напрямую не учитывается. В нормах проектирования РФ на этот случай прямых указаний нет, но расчёт общей устойчивости стержневых конструкций переменного сечения рекомендуется выполнять по формуле (4).

Сравним результаты приведённых исследований с рекомендациями норм проектирования учитывая, что табличные значения коэффициентов приведения длины μ_2 получены при условии постоянной площади сечения по

всей длине стержня. При этом условии заменили выражение $(b_s/b_i)^2$ на $i = I_{\min}/I_{\max}$, соответственно b_s/b_i на $\sqrt{i}$ и после деления μ на μ_1 (значению $b_s = b_i$ по формуле (4) соответствуют $\mu_2 = 1$ и $\mu_1 = 2$) получили значения коэффициентов свободной длины μ_2 для решетчатых башен пирамидальной формы, которые приведены в таблице 1 (строка 7) и значительно отличаются от других. Если допустить, что площадь сечения поясов меняется по линейной зависимости как и b_s/b_i , т. е. $A_{\min}/A_{\max} = b_{\min}^2/b_{\max}^2$, то $I_{\min}/I_{\max} = b_s/b_i$. При этом по формуле (4) получили значения коэффициентов свободной длины μ_2 , близкие результатам исследований А.Н. Динника и А.Р. Ржаницына (строка 8).

На основе экспериментальных исследований и компьютерного моделирования развивается теория расчёта общей и местной устойчивости сжатых стержневых конструкций [10, 11, 12]. Автор нового подхода к расчёту устойчивости И.Д. Грудев определяет критическое состояние потери устойчивости по критерию достижения сжимающим усилием максимального значения в стержне с начальной погибью [13, 14]. Он утверждает, что можно отказаться от использования коэффициента продольного изгиба и от понятия расчётных длин сжатых стержней, вследствие чего расчёт становится менее трудоёмким и более точным. Что касается расчёта сквозных стержней, в качестве которых рассматриваются башни в целом, методика, изложенная в СП, по его мнению, неудовлетворительна не только по сложности и точности, но и в части представления процесса потери устойчивости.

Условность отдельной проверки общей устойчивости стержня в целом и местной устойчивости отдельных ветвей отмечал В.В. Горев. Он предлагал выполнять расчёт сквозных стержней по деформированной схеме с учётом взаимодействия общей и местной форм потери устойчивости по обобщённой зависимости, в которой критическое напряжение $\sigma_{cr} = \varphi_b \varphi R_y$ представлено как сопротивление стали с коэффициентом устойчивости ветви при расчётной длине, равной расстоянию между узлами соединительной решётки, и коэффициентом устойчивости сквозного стержня, определяемым в зависимости от условной приведённой гибкости стержня

$$\bar{\lambda}_{ef} = \lambda_{ef} \sqrt{\varphi_b R_y / E}. \quad (19)$$

Как видно из приведённой формулы, во взаимодействии форм потери устойчивости В.В. Горев отдаёт предпочтение местной форме, принимая общую форму в непосредственной зависимости от местной формы потери устойчивости.

Предложение В.В. Горева критически оценивает проф. Г.И. Белый, поскольку оно неоправданно занижает общую устойчивость решетчатого стержня [15]. Г.И. Белый приводит решение для проверки общей устойчивости по критическому напряжению $\sigma_{cr} = \varphi_{e,d} R_y$, которое включает дополнительную зависимость от коэффициента устойчивости ветви. Получено решение задачи общей устойчивости решетчатого стержня с учетом местной устойчивости ветви [16].

Практический метод расчёта решетчатых башен, изложенный в нормативных документах, весьма сложен и трудоёмок, поэтому исследования устойчивости башенных сооружений продолжают [8, 17, 18, 19].

В европейских нормах рассматривается методика расчёта сжатых элементов сквозного постоянного сечения при использовании модели колонны с раскосной и планочной решёткой, шарнирно неподвижными опорами и начальным искривлением $e_0 = L/500$. В сущности, решетчатый стержень заменяется эквивалентной стойкой сплошного сечения, как в исследовании Ржаницына. При расчёте также не используется параметр гибкости. Расчёт состоит из двух стадий: определение максимальных расчётных усилий в рамках теории второго порядка и проверка критических элементов ветвей и решётки на восприятие этих усилий. Эффекты второго рода (влияние деформаций) учитываются при определении расчётных усилий на устойчивость сжатой ветви сквозного элемента, причём ветви могут быть как сплошного, так и сквозного сечения с площадью A_{ch} . Формулы выведены из дифференциального уравнения колонны с учётом эффектов второго порядка⁷.

В европейских нормах (EN 1993-1-1) для определения несущей способности элемента по устойчивости с переменным поперечным сечением по длине или при неравномерном сжатии можно выполнять расчёт по теории второго порядка с учётом несовершенства в

⁷ Гарднер Л., Нетеркот Д.А. Руководство для проектировщиков к Еврокоду 3: проектирование стальных конструкций EN 1993-1-1, 1993-1-3, 1993-1-8. М.: МГСУ, 2012. 224 с.

виде изгибного отклонения сжатого элемента. Метод расчёта назван общим методом проверки устойчивости при продольном изгибе и плоской формы изгиба по деформированной схеме. Допускается использование расчёта по методу конечных элементов. Расчётный (эффективный) момент инерции сечения сквозного элемента с раскосной решёткой допускается определять по формуле

$$I_{ef} = 0,5A_{ch}b^2. \quad (20)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Критерием устойчивости сквозного стержня считается критическое отношение I_{min}/I_{max} , при превышении которого происходит потеря устойчивости сжатого пояса от совместного действия изгиба стержня в результате искривления оси и равномерного сжатия по всей длине. При таком подходе общая гибкость стержня приближённо характеризуется только изгибной жёсткостью, а коэффициент длины стержня μ_2 переменного сечения для расчёта практически значимых конструкций пирамидальных башен определяется по таблице 1. Применяется также приближенный приём определения критической силы, дающий хорошие результаты. Сущность этого приёма сводится к тому, что стержень переменного сечения заменяется стержнем постоянного сечения, который при изгибе по синусоиде при одинаковой нагрузке даёт прогиб той же величины, что и данный стержень. Так, если наибольший момент инерции сечений стержня превосходит наименьший вдвое, то применение приближенного приёма приводит к ошибке в величине критической силы около 2%, а при $I_{min}/I_{max} = 0,8$ ошибка составит 1%⁸.

Покажем, что подобный принцип приближения обычно используется для определения μ_2 как коэффициента эффективности стержня переменного сечения.

Критическая сила решетчатого стержня пирамидальной башни, определяемая выражением (6), характеризует устойчивость условного стержня постоянного сечения с моментом

инерции $I = I_{max}$ опорного сечения при расчётной длине $l_{ef} = \mu_2 l$, т. е.

$$N_{cr} = \pi^2 E I_{max} / (\mu_2 l)^2. \quad (21)$$

Сечение условного стержня с моментом инерции $I = I_{ef}$ будем считать эффективным сечением. При номинальной длине l стержня постоянного сечения с моментом инерции I_{ef} соответствует эквивалентная критическая сила

$$N_{cr} = \pi^2 E I_{ef} / l^2. \quad (22)$$

При условии равной устойчивости стержней постоянного сечения (21) и (22) коэффициент эффективности стержня переменного сечения

$$\mu_2 = \sqrt{I_{max} / I_{ef}}. \quad (23)$$

Момент инерции эффективного сечения $I_{ef} = I_{max} / \mu_2^2$ определяется в зависимости от отношения $i = b_{max}^2 / b_{ef}^2$ по максимальному прогибу сквозного стержня на двух опорах (см. рисунок 1) при решении уравнения изгиба или по коэффициенту μ_2 (см. таблицу 1). Если площадь опорного и эффективного сечений одинаковая, то в таблице 1 коэффициент μ_2 правильнее определять по отношению b_{min}^2 / b_{max}^2 .

В реальных конструкциях башен площадь сечений поясов, как правило, изменяется по длине, поэтому следует принимать $\mu_2 = \sqrt{I_{max} / I_{ef}}$. При решении задачи по определению μ_2 момент инерции эффективного сечения легко определяется расчётом на изгиб модели пирамидальной башни высотой l методом конечных элементов. На первом этапе определяется горизонтальное перемещение верха сооружения (прогиб) консольной модели от условной поперечной силы Q (рисунок 2). Затем вычисляется изгибная жёсткость $E I_{ef}$ как для стержня постоянного сечения из известной справочной формулы

$$y = Q l^3 / 3 E I_{ef}. \quad (24)$$

⁸ Хечумов Р.А. Устойчивость составных стержней переменного сечения. В кн. Исследования по теории стержней, пластинок и оболочек. М.: МИСИ. 1965. С. 106–123.

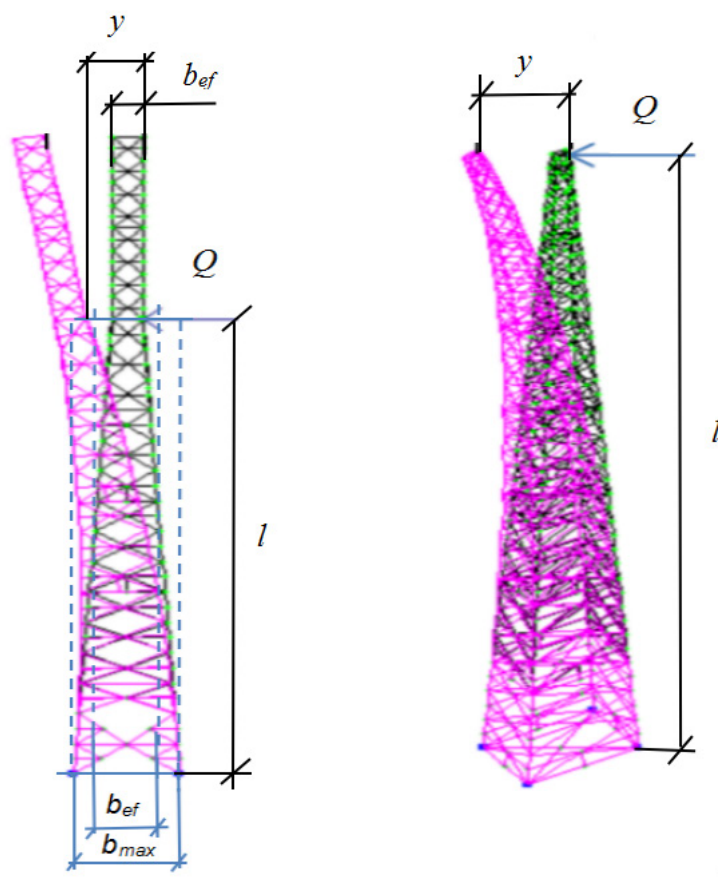


Рисунок 2 – Деформированные схемы решетчатых башен АО-70М и АО-70 при определении коэффициента μ_2
Источник: составлено автором.

Figure 2 – Deformed schemes of the AO-70M and AO-70 lattice towers when determining the μ_2 coefficient
Source: compiled by the author.

В таблице 2 приведены значения коэффициентов μ_2 , вычисленные разными способами, для типовых башен АО-70М, АО-70 и АО-90.

Отметим конструктивные особенности башен.

Башня АО-70М состоит из двух частей: нижней пирамидальной формы высотой $l = 50$ м и верхней призматической формы. Ширина нижнего сечения $b_{\max} = 7,6$ м, верхнего $b_{\min} = 2,2$ м. Пояса пирамидальной части переменного сечения из уголков $\angle 200 \times 12$, $\angle 180 \times 11$, $\angle 160 \times 10$,

$\angle 140 \times 10$, призмы $\angle 125 \times 9$ и $\angle 100 \times 8$. Прогиб $y = 15,6$ мм при $Q = 1$ тс.

Башня АО-70 пирамидальной формы высотой $l = 70$ м, $8,6$ м, 1 м. Пояса $\angle 200 \times 14$, $\angle 180 \times 12$, $\angle 160 \times 12$, $\angle 140 \times 10$, $\angle 125 \times 8$, $\angle 100 \times 7$. Прогиб $y = 44,3$ мм.

Башня АО-90 пирамидальной формы высотой $l = 90$ м, $10,8$ м, 1 м. Пояса $\angle 200 \times 14$, $\angle 180 \times 12$, $\angle 160 \times 10$, $\angle 125 \times 8$, $\angle 110 \times 7$. Прогиб $y = 56,1$ мм.

Таблица 2

Значения коэффициентов μ и гибкости λ типовых башен
Источник: составлено автором.

Table 2

Values of the μ coefficients and λ flexibility of typical towers
Source: compiled by the author.

Башня	μ_2 по таблице 1; μ по (3); λ	μ_2 , μ по (4); λ	μ_2 по (23); μ по (3); λ
АО-70М	1,67; 3,34; 43,9	1,40; 2,80; 36,8	1,45; 2,90; 32,2
АО-70	-	1,60; 3,20; 52,1	1,80; 3,60; 58,6
АО-90	-	1,63; 3,26; 54,3	1,73; 3,46; 57,7

Модели башен, деформированные схемы (см. рисунок 2) и прогибы u получены в среде программного комплекса ЛИРА.

Общую гибкость λ по данным таблицы 1 оценить невозможно, если $b_{\min}^2/b_{\max}^2 < 0,1$. Значения гибкости рассмотренных в примере башен (см. таблицу 2), определённые предлагаемым способом (23), больше на 6–12% рекомендуемых нормами для башен ЛЭП (4) и меньше на 36% полученных по данным, приведённым в таблице 1. Предлагаемый способ рекомендуется применять при расчёте общей устойчивости башен антенных опор.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ метода расчёта на общую устойчивость сквозного стержня переменного сечения, принимаемого в качестве модели решетчатой башни разного назначения по действующим нормам проектирования стальных конструкций, свидетельствует о недостатке в некоторых случаях теоретических данных для определения приведённой гибкости λ_{ef} сквозного стержня по формуле (1) с увеличением влияния деформаций сдвига решётки. Для башен ЛЭП увеличение приведённой гибкости компенсируется в определённой степени формулой (4) снижением общей гибкости λ без учёта деформаций сдвига, в результате чего обеспечивается требование пониженной приведённой гибкости башен ЛЭП по сравнению с башнями менее ответственными по назначению, например, с антенными опорами. Указания по определению гибкости λ антенных опор в нормах проектирования отсутствуют.

Как показал анализ исследований общей гибкости сквозного стержня переменного сечения, для определения общей гибкости длительное время стала традиционной расчётная схема в виде стержня переменной жёсткости $E/(x) = Ax^2$ с поясами постоянного поперечного сечения, сжимаемого продольной силой

(см. рисунок 1). Критерием устойчивости сквозного стержня пирамидальной формы считается критическое отношение моментов инерции конечных сечений $I_{\min}/I_{\max} = b_{\min}^2/b_{\max}^2$, получаемого из равенства критической силы для крайних сечений, при превышении которой происходит потеря устойчивости сжатого пояса от совместного действия изгиба стержня в результате искривления оси и равномерного сжатия по всей длине. При таком подходе общая гибкость стержня приближённо (без учета конструктивных несовершенств) характеризуется только изгибной жёсткостью, а значения коэффициента длины стержня μ_2 переменного сечения для оценки гибкости практически значимых конструкций пирамидальных башен получены из анализа разных источников и представлены в таблице 1.

В реальных конструкциях башен площадь сечения поясов башен обычно изменяется по высоте в соответствии с действующими усилиями, гибкостью поясов и сортаментом материала, применяемого для поясов. При решении задачи по определению коэффициента μ_2 разработан метод эффективного сечения, при котором $\mu_2 = \sqrt{I_{\max}/I_{ef}}$. Момент инерции эффективного сечения легко определяется расчётом на изгиб модели пирамидальной башни высотой l в конечных элементах с учётом переменности не только геометрии сечений, но и площади сечения поясов. Предлагаемый метод рекомендуется применять при расчёте общей устойчивости башен антенных опор.

В статье не рассматривалась проблема точности определения гибкости, которая пока не возникала в практике проектирования решетчатых башен. Принимается, что точность всех известных способов достаточна для практической оценки общей гибкости решетчатой башни переменного сечения и соответствует требованиям норм проектирования.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Сеницкий Ю.Э., Ишутин А.С. Общая устойчивость сжатых составных стержней переменного сечения // Вестн. Сам. гос. университета. Сер. Физ.-мат. науки. Т. 19, № 2. 2015. С. 341–357. <https://doi.org/10.14498/vsgtu1350>
2. Галай В.С. Устойчивость стальных центрально сжатых стержней в методиках СП 16.13330.2011 и EN 1993-1-1 // Alfabuild. 2019. С. 82–91.
3. Зиганшин А.Д., Ахтямова Л.Ш., Сабитов Л.С. [и др.]. Численное моделирование конструкций сооружений башенного типа в программных комплексах ANSYS и ЛИРА-САПР // Научно-технический вестник Поволжья. 2021. № 2. С. 65–68.
4. Иоскевич А.В., Савченко А.В. Сравнение ПВК SCAD Office и Лира-САПР на примере расчета башни связи. Строительство уникальных зданий и сооружений. 10(25). 2014. С. 7–21.
5. Улитин Г.М., Царенко С.Н. Устойчивость упругого весомого стержня переменной изгибной жёсткости, моделирующего конструкции башенного типа // Строительная механика и расчёт сооружений. № 6. 2015. С. 36–40.
6. Царенко С.Н. Продольно-поперечный изгиб стержней переменной жёсткости // Известия вузов. Строительство. 2016. № 1. С. 5–12.
7. Царенко С.Н. Устойчивость весомых стержней переменного сечения // Вестник Волгоградского архитектурно-строительного университета. Сер.: Строительство и архитектура. 2016. Вып. 46(65). С. 68–74.
8. Голиков А.В., Терновой В.А., Габова В.В. Метод усиления решетчатых башен // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. 2022. Вып. 1(86). С. 18–32.
9. Голиков А.В., Михальчинок Е.А. Определение рациональной конструктивной формы башен сотовой связи // Вестник Рос. ун-та дружбы народов. Сер.: Инженерные исследования. 2019. Т. 20, № 2. С. 163–173. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2019-20-2-163-173>
10. Голиков А.В., Веремеев Д.В. Обобщённые принципы компоновки и назначения габаритных размеров трёхгранных решётчатых башен // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. 2023. Вып. 1(90). С. 14–32.
11. Краснощёков Ю.В., Заполева М.Ю. Устойчивость поясов антенных опор // Вестник СибАДИ. 2022. Т. 19, № 6 (88). С. 935–948. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2022-19-6-936-948>
12. Закурдаева О.Н., Голиков А.В. Повреждаемость антенно-мачтовых сооружений сотовой связи // Строительство уникальных зданий и сооружений. 4(67). 2018. С. 1–12.
13. Грудев И.Д. Несущая способность сжатых элементов стержневых конструкций. М.: НИУ МГСУ. 2012. 387 с.
14. Грудев И.Д., Артёмов А.А. Прямой метод расчета сжатых элементов стальных конструкций в составе сооружений // Промышленное и гражданское строительство. 2003. № 6. С. 34–35.
15. Белый Г.И. Расчет на устойчивость решетчатых элементов стальных конструкций // Вестник МГСУ. 2022. Т. 17. Вып. 10. С. 1347–1357. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2022.10.1347-1357>
16. Белый Г.И., Лобовский М.О. Устойчивость ветвей решетчатых элементов стальных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2023. № 2(97). С. 18–29. <https://doi.org/10.23968-1999-5571-2023-20-2-18-29>
17. Краснощёков Ю.В., Заполева М.Ю. Перераспределение усилий между поясами четырехпоясных башен // Вестник СибАДИ. 2024. Т. 21, № 3. С. 452–463. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2024-21-3-452-46>
18. Белый Г.И., Гарипов А.И. Запредельное напряженно-деформированное состояние в поперечных сечениях стальных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2022. № 4(93). С. 16–30. <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2022-19-4-16-30>
19. Белый Г.И., Лобовский М.О. Устойчивость двухветвевых решетчатых элементов стальных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2025. № 4(111). С. 26–34. <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2025-22-4-26-3>

REFERENCES

1. Senitsky Yu.E., Ishutin A.S. Obshchaya ustoychivost szhatykh sostavnykh sterzhney peremennogo secheniya [Overall stability of compressed compound bars in variable cross section]. *Vestnik Samar. Cos. Techn. Ser. Fiz.-mat. Nauki*. 2015; Vol. 19, no. 2: 341–357. (In Russ.) <https://doi.org/10.14498/vsgtu1350>
2. Galay V.V. Ustoychivost stalnykh tsentralno szhatykh sterzhney v metodikakh SP 16.13330.2011 I EN 1993-1-1 [Stability of steel centrally compressed rods in the procedures of SP 16.13330.2011 and EN 1993-1-1]. *Alfabuild*. 2019; 82–91. (In Russ.)
3. Ziganshin A.D., Akhtyamova L.Sh., Sabitov L.S., etc. Chislennoe modelirovanie konstruktivnykh sooruzheniy bashennogo tipa v programmnykh kompleksakh ANSYS I LIRA-SAPR [Numerical modeling of tower-type structures in ANSYS and LIRA-CAD software complexes]. *Nauchno-tehnicheskiy vestnik Povolzhya*. 2021; No. 2: 65–68. (In Russ.)
4. Ioskevich A.V., Savchenko A.V. Sravnenie PVK SCAD Oficce I lira-SAPR na primere rascheta bashni svyazi [Comparison of PVC SCAD Office and Lira-CAD on the example of calculating the communication tower]. *Stroitelstvo unikalnykh zdaniy I sooruzheniy*. 2014; 10(25): 7–21. (In Russ.)
5. Ulitin G. M., Tsarenko S.N. Ustoychivost uprugogo vesomogo sterzhnya peremennoy izgibnoy zhyostkosti, modeliruyushchego konstruktii bashennogo tipa [Stability of an elastic weighty rod of variable bending stiffness, modeling tower-type structures]. *Stroitel'naya mekhanika I raschyty sooruzheny*. 2015; No. 6: 36–40. (In Russ.)
6. Tsarenko S.N. Prodolno-poperechny izgib sterzhney peremennoy zhostkosti [Longitudinal-transverse bending of rods of variable stiffness]. *Izvestiya VUS. Stroitelstvo*. 2016; No. 1: 5–12. (In Russ.)

7. Tsarenko S.N. Ustoychivost vesomykh sterzhney peremennogo secheniya [Stability of weighty rods of variable cross-section]. *Vestnik Volgogradskogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Ser.: Stroitel'stvo I arkhitektura*. 2016; No. 46(65). 68-74. (In Russ.)

8. Golikov A.V., Ternovoy V.A., Gabova V.V. Metod usileniya reshetchatykh bashen [Method of reinforcement of lattice towers]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta*. 2022; No. 1(86): 18-32. (In Russ.)

9. Golikov A.V., Mikhalechonok E.A. Opredelenie ratsionalnoy konstruktivnoy formy bashen sotovoy svyazi [Determination of the rational constructive form of cellular towers]. *Vestnik Ros, un-ta družby narodov. Ser.: Inzhenernye issledovaniya*. 2019; Vol. 20, No. 2: 163-173. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2019-20-2-163-173>

10. Golikov A.V., Veremeev D.V. Obobshchennyye printsipy komponovki I naznacheniya gabaritnykh razmerov tryokhgrannikh reshetchatykh bashen [Generalized principles of layout and overall dimensions of triangular lattice towers]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta*. 2023; No. 1(90): 14-32. (In Russ.)

11. Krasnoshchekov Yu.V., Zapoleva M.Y. Ustoychivost poyasov antennykh opor [Stability of antenna support belts]. *Vestnik Sibadi*. 2022; 6 (88): 935-948. (In Russ.) <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2022-19-6-936-948>

12. Zakurdaeva O.N., Golikov A.V. Povrezhdamost antenno-machtovykh sooruzheniy sotovoy svyazi [Damage to antenna-mast structures of cellular communications]. *Stroitel'stvo unikalnykh zdaniy I sooruzheniy*. 2018; 4(67):1-12. (In Russ.)

13. Grudev I.D. *Nesushchaya sposobnost szhatykh elementov sterzhnevyykh konstruktsiy* [Bearing capacity of compressed elements of rod structures]. Moscow. NIU MGSU. 2012; 387. (In Russ.)

14. Grudev I.D., Artyomov A.A. Pryamoy metod rascheta szhatykh elementov stalnykh konstruktsiy v sostave sooruzheniya [Direct method of calculation of compressed elements of steel structures in the structure]. Moscow. *Promyshlennoe I grazhdanskoe stroitel'stvo*. 2003; 6: 34-35. (In Russ.)

15. Belyy G.I. Raschet na ustoychivost reshetchatykh elementov stalnykh konstruktsiy [Calculation of the stability of lattice elements of steel structures]. *Vest-*

nik MGSU. 2022; Vol. 17, no.10: 1347-1367. (In Russ.) <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2022.10.1347-1357>

16. Belyy G.I., Lobovskiy M.O. Ustoychivost vetvey reshetchatykh elementov stalnykh konstruktsiy [Stability of branches of lattice elements of steel structures]. *Vestnik Grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*. 2023, № 2(97): 18-29. (In Russ.) <https://doi.org/10.23968-1999-5571-2023-20-2-18-29>

17. Krasnoshchekov Yu.V., Zapoleva M.Y. Pereraspredelenie usiliy mezhdu poyasami chetyryokhpoyasnykh bashen [Redistribution of efforts between the belts of four-belt towers]. *Vestnik Sibadi*. 2024; Vol. 21, no. 3: 452-463. (In Russ.) <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2024-21-3-452-46>

18. Belyy G.I., Garipov A.I. Zapredelnoe napryazhenno-deformirovannoe sostoyaniye v poperechnykh secheniyakh stalnykh konstruktsiy [Extreme stress-strain state in the cross-sections of steel structures]. *Vestnik Grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*. 2022. № 4(93): 16-30. (In Russ.) <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2022-19-4-16-30>

19. Belyy G.I., Lobovskiy M.O. Ustoychivost dvukhvetvevykh reshetchatykh elementov stalnykh konstruktsiy [Stability of two-branched lattice elements of steel structures]. *Vestnik Grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*. 2025. № 4(111). 26-34. (In Russ.) <https://doi.org/10.23968/1999-5571-2025-22-4-26-34>

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Краснощечков Юрий Васильевич – д-р техн. наук, СМУ-175 «Радиострой» (644082, г. Омск, ул. Энгельса, д. 1).

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6695-1648>,

SPIN-код: 1100-2040,

Author ID: 789982,

e-mail: uv1942@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Krasnoshchekov Yuriy Vasilyevich – Doctor of Technical Sciences, SMU-175 "Radiostroy" (1, Engels Street, Omsk, 644082).

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6695-1648>,

SPIN-code: 1100-2040,

Author ID: 789982,

e-mail: uv1942@mail.ru