

Научная статья
 УДК 656.025.2
 DOI: <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2026-23-3-484-495>
 EDN: SAGVAY



МОДЕЛИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ МЕЖМУНИЦИПАЛЬНЫХ КОРРЕСПОНДЕНЦИЙ В АГЛОМЕРАЦИИ КРУПНОГО ГОРОДА

А.В. Мартыненко

Уральский государственный университет путей сообщения,
 г. Екатеринбург, Россия
amartynenko@rambler.ru

АННОТАЦИЯ

Введение. В условиях крупных городских агломераций моделирование матрицы межмуниципальных корреспонденций необходимо для обоснования решений транспортного планирования. Наиболее распространённым инструментом является гравитационная модель, учитывающая пространственную удалённость между зонами, однако в агломерациях потенциально перспективен радиационный подход, опирающийся на механизм «промежуточных возможностей». При этом для агломераций крупных российских городов вопрос применимости радиационной модели до настоящего времени изучен недостаточно.

Цель работы. Оценить матрицу межмуниципальных корреспонденций в пределах городской агломерации по данным сотовых операторов о поездках населения и сопоставить точность гравитационной и радиационной моделей как инструментов, необходимых для решения задач транспортного планирования.

Материалы и методы. Использованы агрегированные данные сотовых операторов о межмуниципальных поездках населения в Екатеринбургской агломерации. В качестве обобщённой стоимости поездки использовались расстояния по сети автомобильных дорог, рассчитанные на основе данных OpenStreetMap. Для калибровки гравитационной и радиационной моделей с двойным ограничением использовались метод моментов и метод бипропорциональной балансировки.

Результаты. Выполнена калибровка моделей, построены прогнозные матрицы корреспонденций, и проведена валидация по наблюдаемым потокам. Показано, что оба подхода адекватно воспроизводят основные направления типа «ядро–спутники», однако на потоках средней величины и на связях между городами-спутниками проявляются различия, обусловленные разными механизмами формирования перемещений в моделях. По абсолютным метрикам точности небольшое преимущество демонстрирует гравитационная модель, тогда как по относительным ошибкам более устойчивые результаты показывает радиационная. При этом показатели тесноты связи между наблюдаемыми и модельными потоками высокие для обеих моделей.

Заключение. Результаты подтверждают сопоставимую объясняющую способность гравитационного и радиационного подходов при моделировании матрицы межмуниципальных корреспонденций. При этом радиационная модель является более предпочтительной с точки зрения практического использования в силу своей простоты и отсутствия калибруемых параметров.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: матрица корреспонденций, транспортное планирование, транспортное моделирование, поездки населения, городская агломерация, гравитационная модель, радиационная модель, метод Фёрнесса, данные сотовых операторов о поездках населения

БЛАГОДАРНОСТИ: работа выполнена в соответствии с планом НИР УрГУПС.

Статья поступила в редакцию 13.02.2026; одобрена после рецензирования 18.03.2026; принята к публикации 15.06.2026.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

Прозрачность финансовой деятельности: автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах. Конфликт интересов отсутствует.

Для цитирования: Мартыненко А.В. Моделирование матрицы межмуниципальных корреспонденций в агломерации крупного города // Вестник СиБАДИ. 2026. Т. 23, № 3. С. 484-495. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2026-23-3-484-495>

© Мартыненко А.В., 2026



Контент доступен под лицензией
 Creative Commons Attribution 4.0 License.

Original article
DOI: <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2026-23-3-484-495>
EDN: SAGVAY

MODELING OF INTER-MUNICIPAL ORIGIN–DESTINATION MATRIX FOR LARGE URBAN AGGLOMERATION

Alexander V. Martynenko

Ural State University of Railway Transport,
Yekaterinburg, Russia
amartynenko@rambler.ru

ABSTRACT

Introduction. In large urban agglomerations, modeling an inter-municipal origin–destination (OD) matrix is necessary to substantiate transport planning decisions. The most widely used tool is the gravity model, which accounts for spatial separation between zones; however, in agglomerations a radiation approach based on the “intervening opportunities” mechanism may be promising. At the same time, the applicability of the radiation model to agglomerations of major Russian cities remains insufficiently studied.

The objective is to estimate an inter-municipal OD matrix within an urban agglomeration based on mobile network operator data on population movements and to compare the accuracy of the gravity and radiation models as tools required for solving transport planning tasks.

Materials and methods. Aggregated mobile network operator data on inter-municipal population trips in the Yekaterinburg agglomeration were used. Road-network distances derived from OpenStreetMap data were used as the generalized travel cost. For calibrating the doubly constrained gravity and radiation models, the method of moments and the biproportional balancing (Furness) method were applied.

Results. The models were calibrated, predictive OD matrices were constructed, and validation against observed flows was performed. Both approaches were shown to reproduce adequately the main “core–satellite” directions; however, for medium-sized flows and for links between satellite towns, differences appear due to different trip generation mechanisms in the models. In terms of absolute accuracy metrics, the gravity model demonstrates a slight advantage, whereas the radiation model shows more stable performance in terms of relative errors. At the same time, the strength of association between observed and modeled flows is high for both models.

Conclusion. The results confirm a comparable explanatory power of the gravity and radiation approaches in modeling an inter-municipal OD matrix. The radiation model is more preferable from a practical perspective due to its simplicity and the absence of calibratable parameters.

KEYWORDS: origin–destination (OD) matrix; transport planning; transport modeling; population trips; urban agglomeration; gravity model; radiation model; Furness method; mobile network operator data on population trips

ACKNOWLEDGEMENTS: this work was carried out in accordance with the research plan of the Ural State University of Railway Transport.

The article was submitted: February 13, 2026; approved after reviewing: March 18, 2026; accepted for publication: June 15, 2026.

The author has read and approved the final manuscript.

Financial transparency: the author has no financial interest in the presented materials or methods. There is no conflict of interest.

For citation: Martynenko A.V. Modeling of inter-municipal origin–destination matrix for large urban agglomeration. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal*. 2026; 23 (3): 484–495. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2026-23-3-484-495>

© Martynenko Alexander V., 2026



Content is available under the license
Creative Commons Attribution 4.0 License.

ВВЕДЕНИЕ

Точная количественная оценка и прогнозирование транспортного спроса являются ключевым элементом современного транспортного планирования. Достоверные модели позволяют обоснованно принимать решения по развитию и организации перевозок: определять рациональные маршруты и расписания, оценивать требуемую провозную способность, планировать обновление подвижного состава и приоритеты инфраструктурных инвестиций. Кроме того, результаты моделирования необходимы для анализа последствий принимаемых управленческих решений (изменений тарифов, схем движения, ограничений личного транспорта), обеспечения доступности рабочих мест и социальных услуг, а также для согласования транспортных решений с документами территориального и градостроительного планирования. В условиях агломераций, где ежедневная мобильность населения тесно связана с распределением мест проживания и занятости, моделирование транспортного спроса становится одним из основных инструментов оценки пространственных эффектов и поддержки решений в области устойчивого развития территорий.

Наиболее широко распространенным инструментом моделирования пространственного распределения поездок населения является гравитационная модель (ГМ), в основе которой лежит предположение, что интенсивность поездок определяется «масштабом» пункта отправления и пункта назначения (например, численностью населения, уровнем занятости, объемом деловой активности и т.п.), а также пространственной удаленностью между ними. При прочих равных ожидается, что потоки между крупными и географически близкими центрами оказываются выше, чем между небольшими и расположенными далеко друг от друга. Конкретная математическая форма зависимости выбирается исходя из особенностей моделируемой транспортной системы

и набора дополнительных ограничений, которые накладываются при постановке задачи.

Применение ГМ для количественного описания пространственных потоков восходит по меньшей мере к работам 1930-х годов [1]. Однако широко такие модели стали использоваться с середины XX в. [2] в применении не только к транспортным потокам, но также торговому, финансовому, миграционному и т.п. [3].

Наиболее интенсивное развитие теоретической базы ГМ приходится на 1960–1970-е годы, когда были подробно изучены математические свойства модели и разработаны процедуры оценки параметров по наблюдаемым данным. В ряде классических работ^{1,2,3,4} были предложены методы калибровки и приведены строгие обоснования их корректности, а также дано системное изложение^{5,6} теоретических аспектов применения этих результатов. Наряду с теоретическими исследованиями в этот период начинается практическое применение данных моделей для планирования транспортного развития конкретных территорий⁷. Однако возможность использования таких подходов в то время была ограничена, поскольку необходимые для калибровки эмпирические данные получались в основном из обследований, опросов и натурных наблюдений, что было ненадежным и требовало значительных затрат.

Сдвиг произошёл в конце 1990-х годов вследствие цифровизации и распространения технологий, генерирующих следы мобильности. Дорожные комплексы видеонаблюдения, безличные расчёты, повсеместное использование устройств с геопозиционированием и иные решения существенно расширили возможности получения детализированной информации о транспортных потоках.

Увеличение доступности данных привело к заметному росту числа исследований, посвящённых моделированию пространственного распределения поездок населения. Среди последних работ в этом направлении мож-

¹ Hyman G.M. The calibration of trip distribution models. *Environment and Planning*. 1969. 1: 105–112.

² Evans A.W. Some properties of trip distribution methods. *Transportation Research*. 1970. 4: 19–36.

³ Evans A.W. The calibration of trip distribution models with exponential or similar cost functions. 1971.

⁴ Kirby H.R. Theoretical requirements for calibrating gravity models. *Transportation Research*. 1974.

⁵ Hua C., Porell F. A critical review of the development of the gravity model. *International Regional Science Review*. 1979. 4(2): 97–126.

⁶ Erlander S., Stewart N.F. The gravity model in transportation analysis: theory and extensions. VSP, 1990.

⁷ Wells G. *Traffic engineering: an introduction*. London: Charles Griffin, 1979.

но отметить [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13] и множество других публикаций. В частности, в [4] на основе гравитационных спецификаций моделируется распределение поездок между станциями региональной железной дороги. Работа [5] посвящена изучению возможностей применения ГМ для описания пространственного распределения внутрирегиональных карпулинговых поездок. Аналогично в [6] изучается адекватность ГМ для железнодорожных пассажиропотоков в масштабах страны: используя данные об объемах продаж билетов на поезда дальнего следования для более чем 36 000 направлений, авторы детально исследовали возможность точного количественного моделирования матрицы корреспонденций. В [8] ГМ используется для оценки спроса на регулярных междугородних автобусных линиях, а в [9] рассматривается задача оценивания матриц корреспонденций больших размерностей для мультимодальных поездок на транспорте общего пользования. Применение ГМ в условиях неполных данных анализируется в работе [10], а вопросам, связанным с повышением точности моделирования матриц грузовых корреспонденций за счет учета социально-экономического расстояния, посвящена работа [12]. Также необходимо отметить обзорную статью [11], в которой систематизируются современные подходы к оцениванию матриц корреспонденций транспорта общего пользования по данным автоматизированных систем оплаты проезда.

Сравнительно недавно в качестве альтернативы ГМ была предложена радиационная модель (РМ), ориентированная на объяснение транспортных перемещений через механизм «промежуточных возможностей» без учета каких-либо затрат на перемещение (расстояние, время, стоимость и т.п.). В уже ставшей классической работе [14] РМ выводится как безпараметрическая зависимость объемов корреспонденций от «размера» пункта отправления (например, количества потенциальных отправителей), «привлекательности» пункта назначения (количества возможностей в нем) и суммарной «привлекательности» всех пунктов, расположенных между ними. РМ формирует потоки, которые зависят только от среды вокруг каждой пары пунктов отправления и прибытия. Это напоминает физический процесс излучения радиоактивного вещества в пространстве, что и послужило основанием для названия модели. Преимуществами такого подхода являются простота применения, отсутствие калибруемых параметров и прозрач-

ная интерпретация в терминах конкуренции возможностей. Хотя точность воспроизведения потоков чувствительна к тому, насколько адекватно выбран показатель «возможностей», в качестве которого может выступать численность населения, количество рабочих мест и т.п.

Дальнейшие исследования были сосредоточены на двух практических вопросах: насколько точно РМ описывает потоки для территорий разного уровня (страна – регион – город) и какие характеристики лучше всего использовать в качестве меры возможностей пунктов отправления и прибытия. Так, в [15] было показано, что поездки в городах действительно обладают высокой регулярностью, однако «универсальная» безпараметрическая форма не всегда корректно воспроизводит наблюдаемое распределение поездок по дальности и направлениям. Для уровня города РМ не является гарантированно применимой: её нужно проверять на конкретных данных и при необходимости дополнять. Например, к исходной модели могут быть добавлены дополнительные сведения о фактической мобильности, извлечённые из цифровых следов в социальных сетях [16]. Привлечение подобной внешней информации позволяет заметно повысить точность прогнозов и сделать модель более устойчивой к особенностям конкретной территории.

РМ применяют не только для прямого расчёта потоков, но и в задачах, где потоки выступают исходными данными для других показателей и моделей. Так, в [17] сопоставляют гравитационный и радиационный подходы при расчёте транспортной доступности и показывают, что выбор модели распределения поездок заметно влияет на итоговые оценки: одни и те же зоны могут выглядеть более или менее «доступными» в зависимости от того, как модель учитывает конкуренцию между близлежащими возможностями. Похожий подход используется и в работе [18]. Здесь РМ рассматривается наряду с другими моделями как механизм, объясняющий формирование транспортной сети на основе моделируемой интенсивности взаимодействия между территориями.

Также отметим, что весьма перспективным направлением является разработка нейросетевых моделей на основе радиационного подхода. В недавней работе [19] была предложена РМ глубокого обучения для прогнозирования объемов междугородних корреспонденций. На основе ключевой идеи «промежуточных

возможностей» (влияние окружения между пунктами отправления и прибытия) создана нейросеть, обученная на расширенном наборе характеристик городов. Этот подход позволил сохранить интерпретируемую структуру РМ и одновременно повысить точность за счёт использования дополнительных данных и машинного обучения.

Отсутствие явного учета расстояний в РМ (в отличие от ГМ) на первый взгляд выглядит спорным, поскольку транспортные издержки обычно считаются ключевым фактором взаимодействия территорий. Однако радиационный подход опирается на другую логику: направление поездки определяется, прежде всего, распределением возможностей (рабочих мест, образовательных возможностей, наличия товаров и услуг) и их конкуренцией в окружающем пространстве. Во многих ситуациях расстояние не слишком важно: если в ближайшем окружении нужных возможностей нет, то поездка будет осуществлена в пункт, обладающий этими возможностями, независимо от того, расположен он в 20 или 40 км.

Такие соображения особенно характерны для агломерации большого города из-за концентрации занятости и сервисов в ядре и ограниченного набора альтернатив на периферии. В силу этого РМ представляется перспективным инструментом для моделирования матрицы межмуниципальных корреспонденций в агломерации большого города. Однако до настоящего момента не проводились какие-либо исследования, направленные на проверку адекватности радиационного подхода для агломераций крупных российских городов. Поэтому цель настоящей работы – оценить матрицу межмуниципальных корреспонденций в пределах городской агломерации по данным сотовых операторов о поездках населения и сопоставить точность гравитационной и радиационной моделей как инструментов, необходимых для решения задач транспортного планирования.

Практическая значимость настоящей работы определяется тем, что оцененная матрица межмуниципальных корреспонденций может использоваться как входная информация в задачах транспортного планирования агломерации: при оценке транспортного спроса, для сравнительного анализа сценариев развития улично-дорожной сети и организации движения, а также при расчетах показателей транспортной доступности.

МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

В настоящем исследовании для моделирования матрицы межмуниципальных корреспонденций использовались ГМ и РМ с двойным ограничением по отправлениям и прибытиям.

ГМ с двойным ограничением имеет вид [1]:

$$T_{ij} = a_i b_j f(c_{ij}), \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^J T_{ij} = O_i \quad \forall i = 1, \dots, I, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^I T_{ij} = D_j \quad \forall j = 1, \dots, J. \quad (3)$$

Здесь T_{ij} – среднесуточное количество поездок на всех видах транспорта из пункта отправления i в пункт прибытия j ; I – количество пунктов отправления; J – количество пунктов прибытия; O_i – среднесуточное количество поездок из пункта i (во все пункты прибытия); D_j – среднесуточное количество поездок в пункт j (из всех пунктов отправления); c_{ij} – обобщенная стоимость поездки из пункта i в пункт j (может учитывать расстояние, время, стоимость и т.п.; измеряется в условных единицах или может быть выражена в единицах длины, времени, стоимости); a_i и b_j – балансирующие коэффициенты и в качестве функции тяготения $f(c)$ была выбрана показательная функция

$$f(c_{ij}) = c_{ij}^{\gamma} \exp(-\mu c_{ij}) \text{ при } i \neq j, \quad f(c_{ii}) = 0,$$

где γ, μ – параметры, которые калибруются по эмпирическим данным. Отметим, что нулевые значения функции f на главной диагонали обусловлены тем, что моделирование выполнялось только для межмуниципальных поездок, поэтому все наблюдаемые и модельные объемы внутримunicipальных поездок полагаются равными нулю.

Для калибровки модели (1)–(3) по наблюдаемым значениям применяется метод максимального правдоподобия (подробное изложение можно найти, например, в [6]). Этот метод сводит отыскание параметров γ, μ и балансирующих коэффициентов a_i, b_j к численному решению системы уравнений:

$$\sum_{j=1}^J T_{ij} = O_i^{\text{набл}} \quad \forall i = 1, \dots, I, \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^I T_{ij} = D_j^{\text{набл}} \quad \forall j = 1, \dots, J, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J T_{ij} c_{ij} = C_{\text{ср}}^{\text{набл}}, \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J T_{ij} \ln c_{ij} = (\ln C)_{\text{ср}}^{\text{набл}}, \quad (7)$$

где $O_i^{\text{набл}}$ и $D_j^{\text{набл}}$ – наблюдаемые (фактические) объемы отправок и прибытий; $C_{\text{ср}}^{\text{набл}}$ и $(\ln C)_{\text{ср}}^{\text{набл}}$ – наблюдаемые средние стоимости поездки (обычная и логарифмированная).

РМ, введенная в [14], имеет вид:

$$T_{ij} = O_i \cdot \omega_{ij}, \quad i \neq j, \quad \omega_{ij} = \frac{m_i n_j}{(m_i + s_{ij})(m_i + n_j + s_{ij})}, \quad (8)$$

где m_i и n_j характеризуют «масштаб» пунктов i и j в терминах доступных возможностей (opportunities), которые потенциально могут быть целью перемещения. В качестве меры возможностей обычно берут численность населения, количество рабочих мест, объем услуг и торговли, количество мест в образовательных организациях и т.п. В настоящей работе для этих целей будет использоваться наиболее универсальная величина – численность населения муниципального образования. Величина s_{ij} определяется как суммарное число возможностей, расположенных в пространстве между i и j , то есть внутри окружности, центром которой является пункт i , а радиус равен c_{ij} :

$$s_{ij} = \sum_{k \neq i, j; c_{ik} < c_{ij}} n_k.$$

Тем самым выбор пункта назначения j при поездке из пункта i зависит не от самой величины расстояния как таковой, а от количества возможностей, расположенных между i и j . Принципиальной особенностью модели (8) является отсутствие параметров, нуждающихся в калибровке, что с практической точки зрения представляет собой огромное преимущество, поскольку использование этой модели не требует затрат на сбор данных для калибровки.

Отметим, что матрица корреспонденций, вычисленная по формуле (8), не удовлетворяет балансовым условиям по строкам и столбцам, т.е. в общем случае для РМ не будут выполнены равенства (2) и (3). Дело в том, что при выводе модели (8) в [14] используется идеализированная транспортно-территориальная система с бесконечным количеством пунктов отправления/прибытия (соответственно, с бесконечным количеством возможностей) и ненулевыми диагональными корреспонденциями. В такой идеализированной системе ω_{ij} имеют смысл вероятностей, для которых справедлива нормировка $\sum_i \omega_{ij} = \sum_j \omega_{ij} = 1$. А это, в свою очередь, обеспечивает выполнение условий (2) и (3). Однако для реальной территории с конечным числом пунктов отправления/прибытия эта нормировка нарушается.

Таким образом, ω_{ij} задаёт пространственную структуру распределения потоков (относительные предпочтения направлений), но не обеспечивает автоматического выполнения балансовых ограничений (2) и (3). Поэтому на практике при заданных $O_i^{\text{набл}}$ и $D_j^{\text{набл}}$ в РМ вводят балансирующие коэффициенты a_i , b_j и рассматривают ее как модель с двойным ограничением по отправлениям и прибытиям:

$$T_{ij} = a_i b_j \omega_{ij}, \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^J T_{ij} = O_i^{\text{набл}} \quad \forall i = 1, \dots, I, \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^I T_{ij} = D_j^{\text{набл}} \quad \forall j = 1, \dots, J. \quad (11)$$

Коэффициенты a_i , b_j могут быть найдены численно из системы уравнений (10)–(11) с помощью классического метода бипропорциональной балансировки (метод Фёрнесса) [1].

Для валидации и сравнительного анализа точности ГМ и РМ в настоящем исследовании были использованы данные сотовых операторов о междумуниципальных поездках населения в пределах Екатеринбургской агломерации, содержащиеся в региональной геоинформационной системе Свердловской области. Эти данные представляют собой среднее количество поездок в сутки (по данным 2024 г.) для каждой пары из 13 муниципальных образований, входящих в агломерацию Екатеринбурга (рисунки 1).

Симметризованный вариант полученной из системы матрицы корреспонденций $T^{\text{набл}} = \{T_{ij}^{\text{набл}}\}$ представлен на рисунке 2 (внутримуниципальные поездки не рассматриваются, т.е. $T_{ii}^{\text{набл}} = 0$). В качестве наблюдаемых значений объемов отправок и прибытий для калибровки моделей использовались значения

$$O_i^{\text{набл}} = \sum_{j=1}^N T_{ij}^{\text{набл}},$$

$$D_j^{\text{набл}} = \sum_{i=1}^N T_{ij}^{\text{набл}},$$

где $N = 13$ – количество муниципальных образований.

МО агломерации Екатеринбурга с автомобильными дорогами и населёнными пунктами

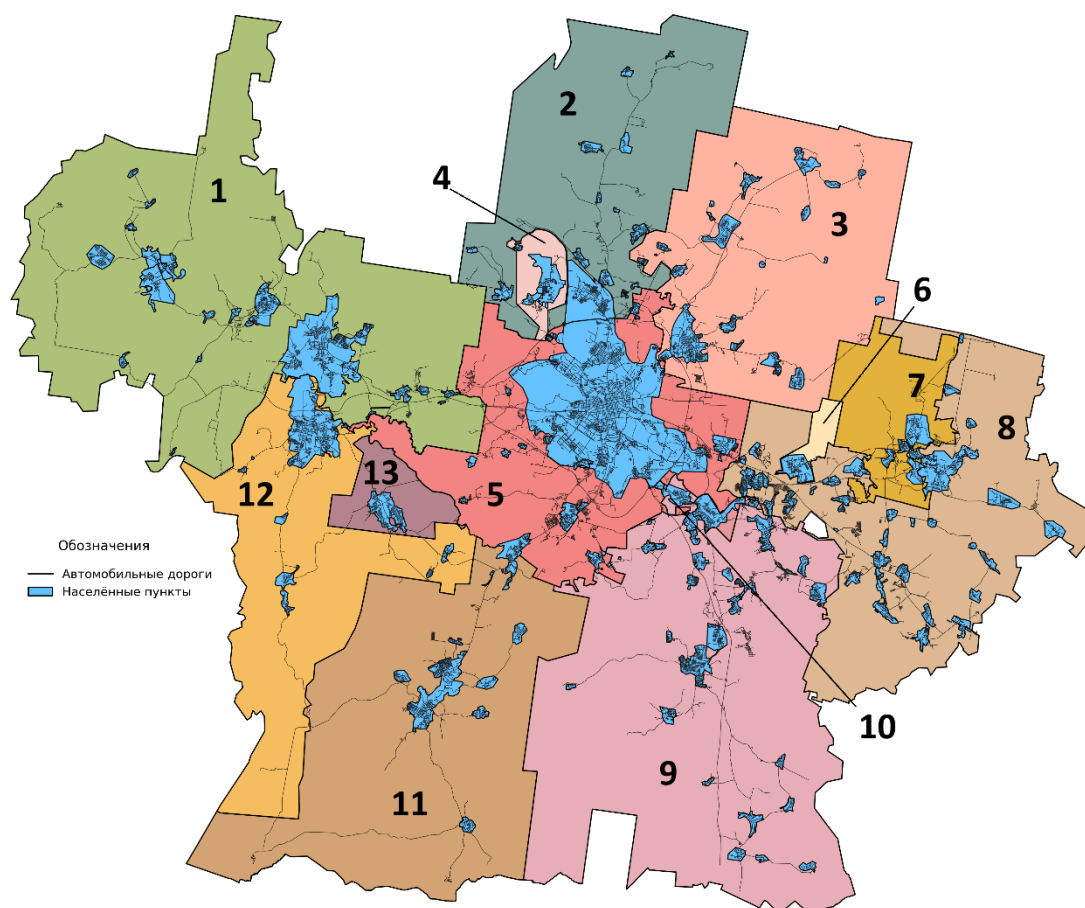


Рисунок 1 – Агломерация Екатеринбурга: 1 – МО Первоуральск, 2 – ГО Верхняя Пышма, 3 – Березовский МО, 4 – МО Среднеуральск, 5 – ГО Екатеринбург, 6 – ГО Верхнее Дуброво, 7 – МО Заречный, 8 – Белоярский МО, 9 – Сысертский МО, 10 – Арамилский ГО, 11 – Полевской МО, 12 – МО Ревда, 13 – МО Дегтярск
Источник: составлено автором.

Figure 1 – Yekaterinburg agglomeration: 1 – Pervouralsk MD, 2 – Verkhnyaya Pyshma UD, 3 – Berezhovskiy MD, 4 – Sredneuralsk MD, 5 – Yekaterinburg UD, 6 – Verkhneye Dubrovo UD, 7 – Zarechny Municipal District, 8 – Beloyarsky Municipal District, 9 – Sysert MD, 10 – Aramil UD, 11 – Polevskoy MD, 12 – Revda MD, 13 – Degtyarsk MD
Source: compiled by the author.

В качестве обобщенной стоимости использовались кратчайшие расстояния (в км) по автомобильным дорогам между центрами самых крупных населенных пунктов, входящих в МО. Расстояния были рассчитаны на основе гео-данных из OpenStreetMap (OSM).

Обработка данных, калибровка моделей и визуализация результатов были выполнены средствами языка Python.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате численного решения системы уравнений (4)–(7) были найдены баланси-ровочные коэффициенты и параметры функции тяготения для ГМ. В частности, было получе-но $\gamma = -1,44$, $\mu = 0,0197$. Аналогично из системы уравнений (10)–(11) были определены балан-сировочные коэффициенты для РМ. Рассчи-танные на основе ГМ и РМ матрицы корре-спонденций приведены на рисунке 2.

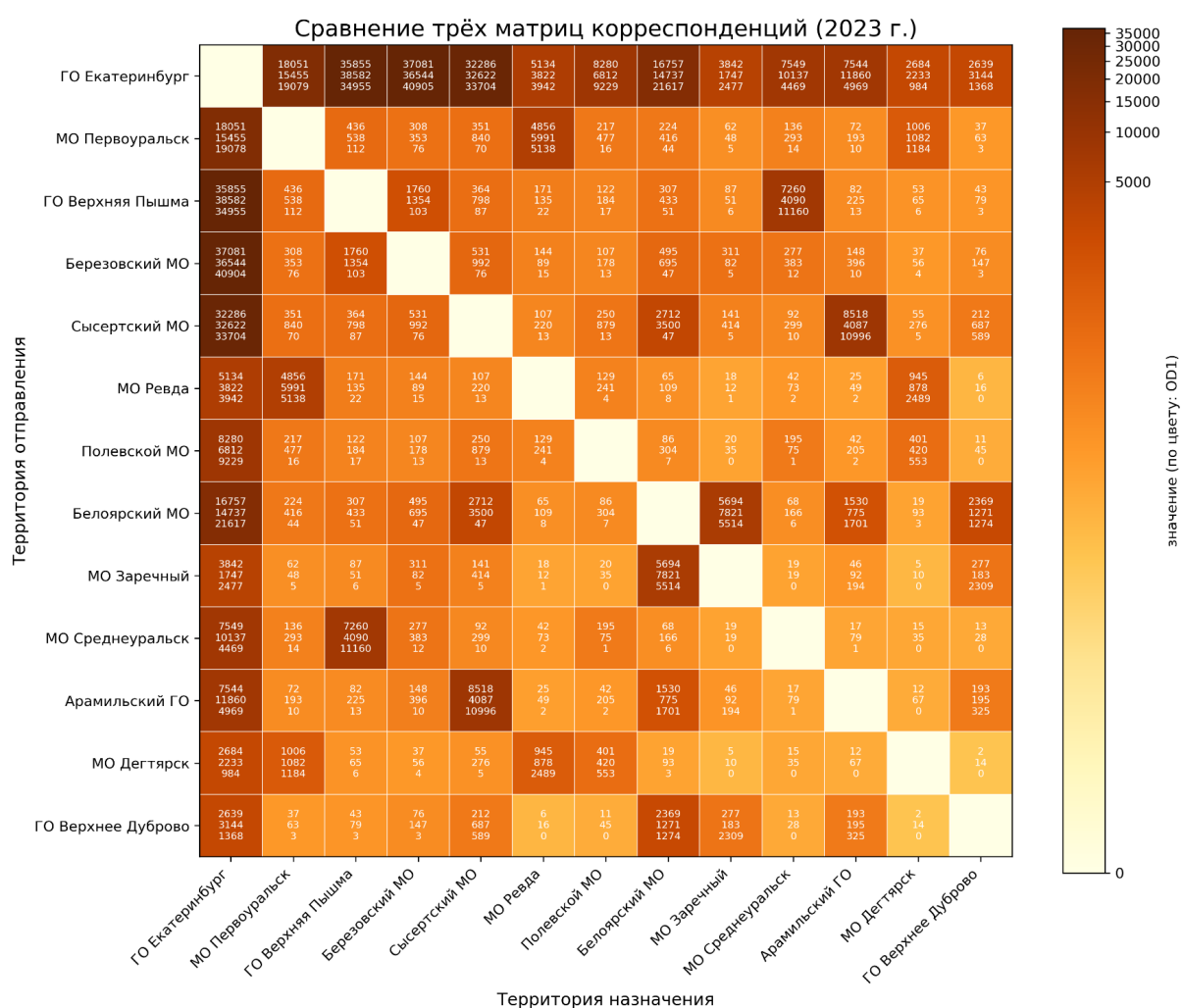


Рисунок 2 – Наблюдаемая и модельные матрицы корреспонденций в агломерации г. Екатеринбурга (среднее количество поездок в сутки). Верхнее число в ячейке – фактическое значение, среднее и нижнее получены на основе ГМ и РМ соответственно
Источник: составлено автором.

Figure 2 – Observed and modeled origin-destination matrices in the Yekaterinburg agglomeration (average number of trips per day). The top number in each cell is the observed value; the middle and bottom numbers are obtained from the gravity model (GM) and the radiation model (RM), respectively
Source: compiled by the author.

Таблица
Сравнение результатов моделирования для ГМ и РМ
Источник: составлено автором.

Table
Comparison of modelling results for the gravity model and the radiation model
Source: compiled by the author.

Метрика качества	ГМ	РМ
Средняя абсолютная ошибка	496,5	555,9
Среднеквадратическая ошибка	1047,6	1128,0
Средняя относительная ошибка	1,027	0,876
Коэффициент корреляции	0,990	0,990
Коэффициент детерминации	0,978	0,974

Отметим, что фактические значения корреспонденций демонстрируют высокую степень неоднородности: наряду с направлениями, где объемы достигают десятков тысяч поездок в сутки, присутствует большое число пар МО с малыми значениями (единицы-десятки и сотни поездок в сутки). Наиболее крупные корреспонденции формируются между ядром агломерации (ГО Екатеринбург) и городами-спутниками из ближайшего пояса агломерации. В частности, для направлений Екатеринбург – Верхняя Пышма и Екатеринбург – Берёзовский наблюдаемые значения составляют 35 855 и 37 081 поездок в сутки соответственно. При этом обе модели воспроизводят эти потоки близко к наблюдаемым (для Екатеринбург – Верхняя Пышма: ГМ 35852, РМ 34955; для Екатеринбург – Берёзовский: ГМ 36544, РМ 40904).

Одновременно с этим для ряда направлений заметны существенные различия в поведении ГМ и РМ при воспроизведении потоков средней величины (порядка нескольких тысяч поездок/сутки) и потоков между городами-спутниками. Например, для пары Екатеринбург – Среднеуральск фактическое значение равно 7 549, при этом ГМ дает 10 137, а РМ – 4 469. Для пары Верхняя Пышма – Среднеуральск наблюдаемое значение равно 7 260, тогда как ГМ дает 4 090, а РМ – 11 160. Аналогичный характер расхождений имеет место и для пары Сысерть – Арамиль: при фактическом значении 8 518 ГМ дает 4 087, а РМ – 10 996. Таким образом, для части направлений ГМ и РМ дают отклонения разного знака относительно

фактических значений, что отражает значительные различия между гравитационным и радиационным механизмами формирования пространственной структуры потоков.

Значения различных метрик качества ГМ и РМ, сравнивающих фактические значения корреспонденций с модельными, приведены в таблице. Формально по значениям абсолютных метрик преимущество имеет ГМ: MAE составляет 496,5 против 555,9 у РМ, RMSE – 1047,6 против 1128,0. При этом по относительной метрике (MAPE) меньшая ошибка наблюдается у РМ: 0,876 против 1,027 у ГМ. Это означает, что при усреднении по всем направлениям ГМ точнее воспроизводит потоки в абсолютных значениях, тогда как РМ в среднем дает меньшую относительную ошибку. Значения коэффициентов корреляции (и, соответственно, коэффициентов детерминации) для обеих моделей практически совпадают.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты валидации на данных межмуниципальных поездок в пределах Екатеринбургской агломерации показывают, что РМ обеспечивает качество, сопоставимое с ГМ. Высокие значения коэффициента детерминации для обеих моделей ($R^2 = 0,978$ для ГМ и $R^2 = 0,974$ для РМ) свидетельствуют о том, что обе постановки достаточно точно воспроизводят наблюдаемую структуру корреспонденций и могут использоваться как инструменты количественного описания пространственного распределения поездок населения на муниципальном уровне.

С прикладной точки зрения важным выводом является то, что РМ можно применять для моделирования матриц корреспонденций вместо ГМ при сценарных расчетах загруженности транспортной инфраструктуры. Причем в отличие от гравитационного подхода, где требуется калибровка параметров функции тяготения, РМ является безпараметрической моделью и поэтому не требует сбора дополнительных эмпирических данных для калибровки, что является принципиальным преимуществом для прикладных задач.

При этом применение радиационной модели для агломерации крупного города связано с рядом условий. Ее использование представляется наиболее обоснованным для моноцентрической агломерации, где основная часть поездок осуществляется между ядром и городами-спутниками, а пространственная структура поездок в значительной степени определяется распределением мест приложения труда, услуг и иных возможностей в центре агломерации. В этих условиях радиационная модель может рассматриваться как полноценная альтернатива гравитационной модели, особенно в задачах предварительной оценки и сценарного анализа. Вместе с тем ее применение в каждом конкретном случае должно подтверждаться эмпирической валидацией, поскольку степень адекватности модели зависит от особенностей пространственной организации конкретной территории и характера ее транспортных связей.

Также необходимо отметить, что возможность использования РМ для моделирования матриц корреспонденций территориально-транспортных систем другого масштаба (внутригородской уровень, межмуниципальные связи региона, межрегиональные потоки в пределах страны) требует дальнейших исследований. Результаты, полученные для агломерации, не могут быть автоматически перенесены на другие системы, поскольку изменение масштаба сопровождается иной структурой расселения и центров притяжения, различиями в роли транспортной сети, неоднородностью качества сообщения, а также различиями в целях поездок и используемых видов транспорта.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Ortuzar J.D., Willumsen L.G. *Modelling transport*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2011. 606 p.
2. Трофименко Ю.В., Якимов М.Р. *Транспортное планирование: формирование эффективных транспортных систем крупных городов: монография. 2-е изд., перераб. и доп.* Пермь: Агентство РА-ДАР, 2022. 536 с.
3. Мартыненко А.В. Модификация гравитационной модели Андерсона и ван Винкоопа для анализа торговли между Россией и Беларусью // *AlterEconomics*. 2022. № 2(19). С. 326–350. <https://doi.org/10.31063/AlterEconomics/2022.19-2.7>
4. Cordera R., Sañudo R., dell'Olio L., Ibeas Á. Trip distribution model for regional railway services considering spatial effects between stations. *Transport Policy*. 2018. 67: 77–84.
5. Мартыненко А.В., Филиппова Е.Г. Моделирование пространственного распределения междугородных автомобильных поездок на основе данных сервисов карпулинга // *Транспорт Урала*. 2021. № 3(70). С. 33–38. <https://doi.org/10.20291/1815-9400-2021-3-33-38>
6. Мартыненко А.В., Сайфутдинов Д.Ж. Адекватность гравитационной модели для железнодорожных пассажиропотоков // *Мир транспорта*. 2023. № 1(104). С. 75–86. <https://doi.org/10.30932/1992-3252-2023-21-1-9>
7. Капский Д.В. Пример построения матрицы межрайонных корреспонденций // *Вестник Белорусско-Российского университета*. 2022. № 1(74). С. 5–16.
8. Фадеев А.И., Ильянков А.М. Управление транспортным предложением на регулярных междугородных автобусных линиях // *Вестник СибАДИ*. 2023. № 5(93). С. 632–648. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2023-20-5-632-648>
9. Zhao D., Mihăiță A.-S., Ou Y., Grzybowska H., Li M. Origin–destination matrix estimation for public transport: a multi-modal weighted graph approach. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2024. 165: 104694. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2024.104694>
10. He B.Y., Chow J.Y.J. Gravity model of passenger and mobility fleet origin-destination patterns with partially observed service data. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*. 2021. 2675(6): 235–253.
11. Hussain E., Bhaskar A., Chung E. Transit OD matrix estimation using smartcard data: recent developments and future research challenges. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2021. 125: 103044. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2021.103044>
12. Zhao Y., Cheng S., Gao S., Lu F. A gravity-inspired model integrating geospatial and socioeconomic distances for truck origin–destination flows prediction. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*. 2025. 136: 104328. <https://doi.org/10.1016/j.jag.2024.104328>
13. Timofeeva G., le O. Evaluation of origin-destination matrices based on analysis of data on transport passenger flows. In: *Applications of Mathematics in Engineering and Economics (AMEE 2020): Proceedings of the 46th International Conference; 2020 June 07–13; Sofia*. Sofia: American Institute of Physics Inc., 2020. P. 100002. <https://doi.org/10.1063/5.0041801>

14. Simini F., González M.C., Maritan A., Barabási A.-L. A universal model for mobility and migration patterns. *Nature*. 2012. 484: 96–100. <https://doi.org/10.1038/nature10856>
15. Yan X.-Y., Zhao C., Fan Y., Di Z., Wang W.-X. Universal predictability of mobility patterns in cities. *Journal of The Royal Society Interface*. 2014. 11: 20140834. <https://doi.org/10.1098/rsif.2014.0834>
16. Beiró M.G., Panisson A., Tizzoni M., Cattuto C. Predicting human mobility through the assimilation of social media traces into mobility models. *EPJ Data Science*. 2016. 5: 30. <https://doi.org/10.1140/epjds/s13688-016-0092-2>
17. Piovani D., Arcaute E., Uchoa G., Wilson A., Batty M. Measuring accessibility using gravity and radiation models. *Royal Society Open Science*. 2018. 5: 171668. <https://doi.org/10.1098/rsos.171668>
18. Дохов Р.А., Топников М.А., Волошок А.С. Методы моделирования связей в сетях городов: расстояние, гравитация, радиация (на примере США) // Известия РАН. Серия географическая. 2025. № 5 (89). С. 685–698. <https://doi.org/10.7868/S2658697525050017>
19. Liu J., Xu L., Ma L., Wang C., Chen N. Modeling inter-city population flows: a Deep Radiation model with multisource geographic features. *International Journal of Digital Earth*. 2025. 18(1): 2506497. <https://doi.org/10.1080/17538947.2025.2506497>
20. Ortuzar J.D., Willumsen L.G. *Modelling Transport*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd; 2011. 606 p.
21. Трофименко Ю.В., Якимов М.Р. Транспортное планирование: Формирование эффективных транспортных систем крупных городов (2-е изд., переработанное и расширенное). Пермь: РАДАР-Агентство; 2022. 536 с. (In Russ.)
22. Martynenko A.V. [Modification of the Anderson–van Wincoop gravity model for the analysis of trade between Russia and Belarus]. *AlterEconomics*. 2022;2(19):326–350. (In Russ.) <https://doi.org/10.31063/AlterEconomics/2022.19-2.7>
23. Cordera R., Sañudo R., dell’Olio L., Ibeas Á. Trip distribution model for regional railway services considering spatial effects between stations. *Transport Policy*. 2018;67:77–84. <https://doi.org/10.1016/j.tranpol.2018.01.016>
24. Martynenko A.V., Filippova E.G. [Modeling the spatial distribution of intercity automobile trips based on carpooling service data]. *Transport Urala*. 2021;3(70):33–38. (In Russ.) <https://doi.org/10.20291/1815-9400-2021-3-33-38>
25. Martynenko A.V., Saifutdinov D.Zh. [Adequacy of the gravity model for railway passenger flows]. *Mir transporta*. 2023;1(104):75–86. <https://doi.org/10.30932/1992-3252-2023-21-1-9> (In Russ.)
26. Kapskiy D.V. [An example of constructing an interdistrict origin–destination matrix]. *Vestnik Belorussko-Rossiyskogo universiteta*. 2022;1(74):5–16. (In Russ.)
27. Fadeev A.I., Il'yankov A.M. [Management of transport supply on regular intercity bus routes]. *Vestnik SibADI*. 2023;5(93):632–648. (In Russ.) <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2023-20-5-632-648>
28. Zhao D., Mihăiță A.-S., Ou Y., Grzybowski H., Li M. Origin–destination matrix estimation for public transport: a multi-modal weighted graph approach. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2024;165:104694. (In Russ.) <https://doi.org/10.1016/j.trc.2024.104694>
29. He B.Y., Chow J.Y.J. Gravity model of passenger and mobility fleet origin–destination patterns with partially observed service data. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*. 2021;2675(6):235–253. <https://doi.org/10.1177/0361198121992074>
30. Hussain E., Bhaskar A., Chung E. Transit OD matrix estimation using smartcard data: recent developments and future research challenges. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2021;125:103044. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2021.103044>
31. Zhao Y., Cheng S., Gao S., Lu F. A gravity-inspired model integrating geospatial and socioeconomic distances for truck origin–destination flows prediction. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*. 2025;136:104328. <https://doi.org/10.1016/j.jag.2024.104328>
32. Timofeeva G., Ie O. Evaluation of origin–destination matrices based on analysis of data on transport passenger flows. In: *Applications of Mathematics in Engineering and Economics (AMEE 2020): Proceedings of the 46th International Conference*; 2020 June 07–13; Sofia. Sofia: American Institute of Physics Inc.; 2020. P. 100002. <https://doi.org/10.1063/5.0041801>
33. Simini F., González M.C., Maritan A., Barabási A.-L. A universal model for mobility and migration patterns. *Nature*. 2012;484:96–100. <https://doi.org/10.1038/nature10856>
34. Yan X.-Y., Zhao C., Fan Y., Di Z., Wang W.-X. Universal predictability of mobility patterns in cities. *Journal of The Royal Society Interface*. 2014; 11: 20140834. <https://doi.org/10.1098/rsif.2014.0834>
35. Beiró M.G., Panisson A., Tizzoni M., Cattuto C. Predicting human mobility through the assimilation of social media traces into mobility models. *EPJ Data Science*. 2016;5:30. <https://doi.org/10.1140/epjds/s13688-016-0092-2>
36. Piovani D., Arcaute E., Uchoa G., Wilson A., Batty M. Measuring accessibility using gravity and radiation models. *Royal Society Open Science*. 2018; 5:171668. <https://doi.org/10.1098/rsos.171668>
37. Dokhov R.A., Topnikov M.A., Voloshok A.S. [Methods for modeling links in networks of cities: distance, gravity, radiation (a case study of the USA)]. *Izvestiya RAN. Seriya geograficheskaya*. 2025;89(5):685–698. <https://doi.org/10.7868/S2658697525050017> (In Russ.)
38. Liu J., Xu L., Ma L., Wang C., Chen N. Modeling inter-city population flows: a Deep Radiation model with multisource geographic features. *International Journal of Digital Earth*. 2025;18(1):2506497. <https://doi.org/10.1080/17538947.2025.2506497>

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Мартыненко Александр Валериевич – канд. физ.-мат. наук, доц., доц. кафедры «Естественно-научные дисциплины» Уральского государственного университета путей сообщения (620034, г. Екатеринбург, ул. Колмогорова, д. 66).

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4701-6398>,

Scopus ID: 16039651100,

Researcher ID: AAE-9576-2021,

Author ID: 779563,

SPIN-код: 8871-4804,

e-mail: amartynenko@rambler.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Martynenko Alexander V. – Cand. of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Natural Sciences, Ural State University of Railway Transport (66 Kolmogorova St., Yekaterinburg, 620034).

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4701-6398>,

Scopus ID: 16039651100,

Researcher ID: AAE-9576-2021,

Author ID: 779563,

SPIN-code: 8871-4804,

e-mail: amartynenko@rambler.ru