

Научная статья
УДК 629.3.027
DOI: <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2025-22-6-872-881>
EDN: JSJBYT



ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ СТРУКТУРНОЙ ТЕОРИИ ВИБРОЗАЩИТНЫХ СИСТЕМ

С.В. Корнеев¹, Р.С. Большаков² ✉

¹Омский государственный технический университет,
г. Омск, Россия

²Иркутский государственный университет путей сообщения,
г. Иркутск, Россия

✉ ответственный автор
bolshakov_rs@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Введение. Целью проведения научных исследований является оценка возможностей структурной теории виброзащитных систем применительно к формированию математической модели рессорного подвешивания транспортного средства. Такая задача является актуальной, так как в теоретическом плане вопросы в данном направлении не до конца проработаны.

Материалы и методы. В рамках структурной теории используется аналогия между расчётными схемами технических объектов в виде механических колебательных систем и системами автоматического управления. Системы автоматического управления в данном случае эквивалентны в динамическом отношении исходным расчётным схемам. Такой подход позволяет использовать при анализе технических объектов методы теории автоматического управления.

Результаты. Проведен анализ научной литературы в области теории развития подвески транспортных средств. Оценивается возможность использования методологии структурного математического моделирования при формировании подходов к математическому моделированию подвесок транспортных средств. Предложен подход к подбору параметров подвески транспортного средства. В линейной постановке построена математическая модель системы в виде уравнений движения в операторной форме с учетом упругих и демпфирующих элементов. На основе уравнений движения получены передаточные функции системы по двум координатам.

Обсуждение и заключение. Приведены аналитические соотношения с учетом коэффициента связности координат движения технического объекта. Получены передаточные функции соотношения координат движения элементов транспортных средств с учетом демпфирующих элементов и при действии условного случайного сигнала от неровностей дорожного покрытия.

Анализ показывает, что решение задачи формирования математической модели транспортных средств можно осуществить методами структурной теории виброзащитных систем даже в линейной постановке. Полученные результаты позволяют в первом приближении улучшить динамические характеристики подвески автомобиля как системы автоматического управления. Дальнейшие исследования будут направлены на оценку возможностей активных и полупассивных виброзащитных систем.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: структурная теория виброзащитных систем, транспортные средства, математическое моделирование, рессорное подвешивание

Статья поступила в редакцию 24.09.2025; одобрена после рецензирования 10.11.2025; принята к публикации 15.12.2025.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Прозрачность финансовой деятельности: авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах. Конфликт интересов отсутствует.

Для цитирования: Корнеев С.В., Большаков Р.С. Особенности построения математической модели транспортного средства на основе методов структурной теории виброзащитных систем // Вестник СибАДИ. 2025. Т. 22, № 6. С. 872-881. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2025-22-6-872-881>

© Корнеев С.В., Большаков Р.С., 2025



Контент доступен под лицензией
Creative Commons Attribution 4.0 License.

Original article

DOI: <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2025-22-6-872-881>

EDN: JSJBYT

MATHEMATICAL MODELING OF A VEHICLE BASED ON METHODS OF STRUCTURAL THEORY OF VIBRATION PROTECTION SYSTEMS

Sergey V. Korneev¹, Roman S. Bolshakov² ✉

¹Omsk State Technical University,
Omsk, Russia

²Irkutsk State Transport University,
Irkutsk, Russia

✉ corresponding author
bolshakov_rs@mail.ru

ABSTRACT

Introduction. The purpose of the research is to evaluate the capabilities of the structural theory of vibration protection systems as applied to mathematical modeling the spring suspension of a vehicle. This is an urgent problem since there is obvious lack in theoretical knowledge in this area.

Materials and methods. Within the framework of the structural theory, the analogy method has been used to compare the calculation schemes of technical objects in the form of mechanical oscillatory systems and automatic control systems. In this case, automatic control systems are equivalent in dynamic terms to the original calculation schemes. This approach allows to use automatic control theory methods in the analysis of technical objects.

Results. An analysis of scientific literature in the field of vehicle suspension design theory has been carried out. The possibility of using the methodology of structural mathematical modeling in the development of approaches to rational vehicle suspension design has been assessed. An approach to selecting vehicle suspension parameters has been proposed. In a linear formulation, a mathematical model of the system has been constructed in the form of operator equations of motion, elastic and damping elements being taken into account. Based on the equations of motion, transfer functions of the system in two coordinates have been obtained.

Discussions and Conclusion. Analytical relationships are given taking into account the linkage coefficient of technical objects motion coordinates. The transfer functions of the relationship between vehicle elements motion coordinates were obtained taking into account the effect of damping elements and conditional random signals of road surface irregularities.

The analysis suggests that the solution to the problem of mathematical modeling a rational vehicle suspension can be implemented through using methods of the structural theory of vibration protection systems even in a linear formulation. The results obtained have made it possible to improve the dynamic characteristics of the car suspension as an automatic control system in the first approximation. Further research will be aimed at evaluating the capabilities of active and semi-active vibration protection systems.

KEYWORDS: structural theory of vibration protection systems, vehicles, mathematical modeling, spring suspension

The article was submitted: September 24, 2025; approved after reviewing: November 10, 2025; accepted for publication: December 15, 2025.

The authors have read and approved the final manuscript.

Financial transparency: the authors have no financial interest in the presented materials or methods. There is no conflict of interest.

For citation. Korneev S.V., Bolshakov R.S. Mathematical modeling of a vehicle based on methods of structural theory of vibration protection systems. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal*. 2025; 22(6): 872-881. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2025-22-6-872-881>

© Korneev Sergey V., Bolshakov Roman S., 2025



Content is available under the license
Creative Commons Attribution 4.0 License.

ВВЕДЕНИЕ

Обновление экономических связей внутри страны направлено на смещение акцентов с сырьевой к инновационной модели развития с целью крупномасштабного перехода к замещению импортной продукции широкой номенклатуры промышленных товаров, в том числе для последующей интеграции в мировое экономическое пространство. В этой ситуации необходимо обратить внимание на повышение нагрузки на автомобильный и электрический виды транспорта, что должно учитываться оценке безопасности перевозочных процессов в долгосрочной перспективе развития отрасли¹ [1, 2, 3, 4, 5, 6].

Необходимо отметить ряд проблем, от решения которых зависит поступательное движение автомобильного транспорта. К ним можно отнести ненадлежащее качество транспортных услуг, интенсивную эксплуатацию дорожной сети, недобросовестную конкуренцию, высокий уровень аварийности, низкую экологичность автомобильного транспорта для внешней среды и населения и др.² [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13]. Все эти факторы так или иначе зависят от текущего технического состояния, имеющегося в наличии подвижного состава.

Текущее состояние подвижного состава напрямую влияет на его износ [14, 15, 16, 17, 18, 19, 20], в том числе в условиях долговременной эксплуатации основных фондов подвижного состава автомобильного транспорта, что в конечном итоге ведёт к увеличению себестоимости перевозок. В этой связи одной из важных задач является улучшение силовых характеристик подвески автомобилей.

В предлагаемой статье рассматривается формирование математической модели рессорного подвешивания на основе методов структурной теории виброзащитных систем.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Повышение производительности автомобильного транспорта напрямую зависит от подвески эксплуатируемого подвижного состава как комплекса демпфирующих, упругих

и направляющих элементов. Усовершенствование каждого из них определяет техническое состояние транспортного средства.

Основные проблемы, возникающие в связи с упругим устройством подвески, сводятся к выбору типа упругого элемента и характеристики упругого устройства подвески. Перспективными являются исследования в области оценки упругих элементов пневматического, гидравлического и гидропневматического типа, в том числе в контексте по автоматизации подвески.

Основной частью подвески является упругий элемент. Варьирование параметров составляющих элементов подвески позволяет изменять жесткость подвески по различным законам, что ставит вопрос о рациональной характеристике подвески в плоскость актуальности и практического применения. В рессорных, пружинных, торсионных и других подвесках с металлическими упругими элементами удастся изменять в нужных пределах жесткость в зависимости от перемещения колеса. Это достигается сочетанием нескольких упругих элементов и рычажной связи. Важным является решение вопроса об изменении жесткости подвески в зависимости от внешних факторов.

Широкое применение систем автоматического управления ставит вопрос о применении методов структурной теории виброзащитных систем для формирования математической модели системы подвески автомобиля для улучшения плавности хода [1, 2]. На рисунке 1 приведена расчётная схема автомобиля в виде механической колебательной системы со следующими обозначениями: M , m_1 , m_2 , m_3 – массо-инерционные элементы, k_{11} , k_{12} , k_{21} , k_{22} , k_3 – коэффициенты жесткости упругих элементов, b_{11} , b_{12} , b_{21} , b_{22} , b_3 – коэффициенты демпфирования, l_0 , l_1 , l_2 – расстояния от центра тяжести O до точки крепления массы m_3 и крайних точек твердого тела соответственно, J – момент инерции. Движение твердого тела описывается координатами y_1 , y_2 и y_0 , φ , а движение промежуточных масс промежуточных масс – в y_{11} , y_{12} .

¹Распоряжение Правительства РФ от 28 декабря 2022 г. № 4261-п. Об утверждении Стратегии развития автомобильной промышленности Российской Федерации до 2035 г.

²Елисеев С.В. Прикладной системный анализ и структурное математическое моделирование (динамика транспортных и технологических машин: связность движений, вибрационные взаимодействия, рычажные связи). Иркутск: Изд-во ИргУПС, 2018. 692 с.

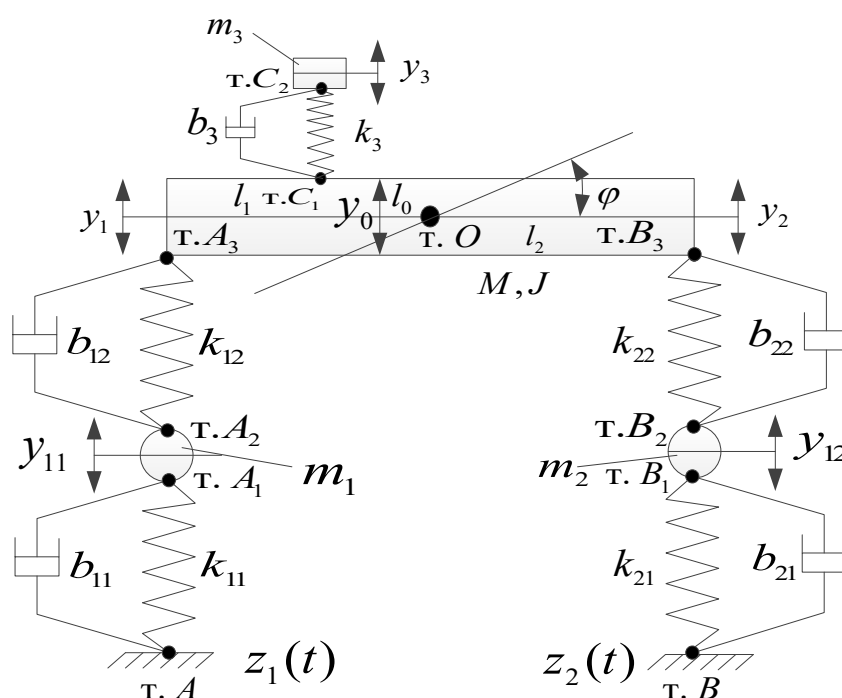


Рисунок 1 – Расчетная схема автомобиля
Источник: составлено авторами.

Figure 1 – Car design scheme
Source: compiled by the authors.

На основании расчетной схемы построим выражения для кинетической, потенциальной и энергии рассеяния:

$$T = \frac{1}{2} M y_0'^2 + \frac{1}{2} J \varphi'^2 + \frac{1}{2} m_1 y_{11}'^2 + \frac{1}{2} m_2 y_{12}'^2 + \frac{1}{2} m_3 y_3'^2, \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_{12} (y_1 - y_{11})^2 + \frac{1}{2} k_{22} (y_2 - y_{21})^2 + \frac{1}{2} k_{11} (y_{11} - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_{21} (y_{12} - z_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_3 - y_{c1})^2, \quad (2)$$

$$\Phi = \frac{1}{2} b_{12} (y_1' - y_{11}')^2 + \frac{1}{2} b_{22} (y_2' - y_{12}')^2 + \frac{1}{2} b_{11} (y_{11}' - z_1')^2 + \frac{1}{2} b_{21} (y_{12}' - z_2')^2 + \frac{1}{2} b_3 (y_3' - y_{c1}')^2. \quad (3)$$

Примем ряд дополнительных соотношений:

$$\begin{aligned} y_0 &= a y_1 + b y_2, \varphi = c (y_2 - y_1), y_{c1} = y_0 - l_0 \varphi, \\ a &= \frac{l_2}{l_1 + l_2}, b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, c = \frac{1}{l_1 + l_2}, a_1 = a + l_0 c, b_1 = b - l_0 c. \end{aligned} \quad (4)$$

Тогда выражения (1) – (3) примут следующий вид:

$$T = \frac{1}{2} M (a y_1' + b y_2')^2 + \frac{1}{2} J (c (y_2' - y_1'))^2 + \frac{1}{2} m_1 y_{11}'^2 + \frac{1}{2} m_2 y_{12}'^2 + \frac{1}{2} m_3 y_3'^2, \quad (5)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_{12} (y_1 - y_{11})^2 + \frac{1}{2} k_{22} (y_2 - y_{21})^2 + \frac{1}{2} k_{11} (y_{11} - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_{21} (y_{12} - z_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_3 - a_1 y_1 - b_1 y_2)^2, \quad (6)$$

$$\Phi = \frac{1}{2} b_{12} (y_1' - y_{11}')^2 + \frac{1}{2} b_{22} (y_2' - y_{12}')^2 + \frac{1}{2} b_{11} (y_{11}' - z_1')^2 + \frac{1}{2} b_{21} (y_{12}' - z_2')^2 + \frac{1}{2} b_3 (y_3' - a_1 y_1' - b_1 y_2')^2. \quad (7)$$

Запишем для исследуемого технического объекта дифференциальных уравнений движения:

$$Ma^2y_1'' + Maby_2'' + Jc^2y_1'' - Jc^2y_2'' + b_{12}(y_1' - y_{11}') + b_3(a_1^2y_1' + a_1b_1y_2' - y_3a_1) + k_{12}(y_1 - y_{11}) + k_3(a_1^2y_1 + a_1b_1y_2 - y_3a_1) = 0, \quad (8)$$

$$Mb^2y_2'' + Maby_1'' + Jc^2y_2'' - Jc^2y_1'' + b_{22}(y_2' - y_{12}') + b_3(b_1^2y_2' + a_1y_1b_1 - y_3b_1) + k_{22}(y_2 - y_{12}) + k_3(b_1^2y_2 + a_1y_1b_1 - y_3b_1) = 0, \quad (9)$$

$$m_1y_{11}'' + b_{11}y_{11}' + k_{11}y_{11} = b_{11}z_1' + k_{11}z_1, \quad (10)$$

$$m_2y_{12}'' + b_{21}y_{12}' + k_{21}y_{12} = b_{21}z_2' + k_{12}z_2, \quad (11)$$

$$m_3y_3'' + b_3(y_3' - a_1y_1' - b_1y_2') + k_3(y_3 - a_1y_1 - b_1y_2) = 0. \quad (12)$$

В операторной форме с применением преобразований Лапласа при нулевых начальных условиях система уравнений движения примет следующий вид (где $p = j\omega$ ($j = \sqrt{-1}$) – комплексная переменная):

$$(Ma^2 + Jc^2)\bar{y}_1p^2 + (Mab - Jc^2)\bar{y}_2p^2 + b_{12}(\bar{y}_1 - \bar{y}_{11})p + b_3(a_1^2\bar{y}_1 + a_1b_1\bar{y}_2 - \bar{y}_3a_1)p + k_{12}(\bar{y}_1 - \bar{y}_{11}) + k_3(a_1^2\bar{y}_1 + a_1b_1\bar{y}_2 - \bar{y}_3a_1) = 0, \quad (13)$$

$$(Mab - Jc^2)\bar{y}_1p^2 + b_{22}(\bar{y}_2 - \bar{y}_{12})p + (Mb^2 + Jc^2)\bar{y}_2p^2 + b_3(b_1^2\bar{y}_2 + a_1\bar{y}_1b_1 - \bar{y}_3b_1)p + k_{22}(\bar{y}_2 - \bar{y}_{12}) + k_3(b_1^2\bar{y}_2 + a_1\bar{y}_1b_1 - \bar{y}_3b_1) = 0, \quad (14)$$

$$m_1\bar{y}_{11}p^2 + b_{11}\bar{y}_{11}p + k_{11}\bar{y}_{11} = (b_{11}p + k_{11})\bar{z}_1, \quad (15)$$

$$m_2\bar{y}_{12}p^2 + b_{21}\bar{y}_{12}p + k_{21}\bar{y}_{12} = (b_{21}p + k_{12})\bar{z}_2, \quad (16)$$

$$m_3\bar{y}_3p^2 + b_3(\bar{y}_3 - a_1\bar{y}_1 - b_1\bar{y}_2)p + k_3(\bar{y}_3 - a_1\bar{y}_1 - b_1\bar{y}_2) = 0. \quad (17)$$

Для дальнейших исследований исключим координаты движения y_{11} , y_{12} и с учетом трансформации упругодемпфирующих блоков

$$k_{np1} = \frac{(m_1p^2 + k_{11} + b_{11}p)(k_{12} + b_{12}p)}{(m_1p^2 + k_{11} + b_{11}p + k_{12} + b_{12}p)}, \quad (18)$$

$$k_{np2} = \frac{(m_2p^2 + k_{21} + b_{21}p)(k_{22} + b_{22}p)}{(m_2p^2 + k_{21} + b_{21}p + k_{22} + b_{22}p)}, \quad (19)$$

получим коэффициенты уравнений для системы с тремя степенями свободы, приведённые в таблице.

Таблица
Коэффициенты уравнений движения в координатах y_1, y_2, y_3
Источник: составлено авторами.

Table
Coefficients of the motion equations in y_1, y_2, y_3 coordinates
Source: compiled by the authors.

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(Ma^2 + Jc^2)p^2 + \frac{(m_1p^2 + k_{11} + b_{11}p) \times (k_{12} + b_{12}p)}{+k_{12} + b_{12}p} + (k_3 + b_3p)a_1^2$	$(Mab - Jc^2)p^2 + (k_3 + b_3p)a_1b_1$	$-(k_3 + b_3p)a_1$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$(Mab - Jc^2)p^2 + (k_3 + b_3p)a_1b_1$	$(Mb^2 + Jc^2)p^2 + \frac{(m_2p^2 + k_{21} + b_{21}p) \times (k_{22} + b_{22}p)}{+k_{22} + b_{22}p} + (k_3 + b_3p)b_1^2$	$-(k_3 + b_3p)b_1$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-(k_3 + b_3p)a_1$	$-(k_3 + b_3p)b_1$	$-(k_3 + b_3p)b_1$
$(b_{11}p + k_{11})\bar{z}_1$	$(b_{21}p + k_{12})\bar{z}_2$	-

Примечание: z_1, z_2 – кинематические возмущения в системе координат y_1, y_2, y_3 .

РЕЗУЛЬТАТЫ

Пользуясь понятиями теории автоматического регулирования [6, 7, 8], представим колебательную систему, эквивалентную автомобилю (см. рисунок 1) в виде структурной схемы системы автоматического управления (рисунок 2).

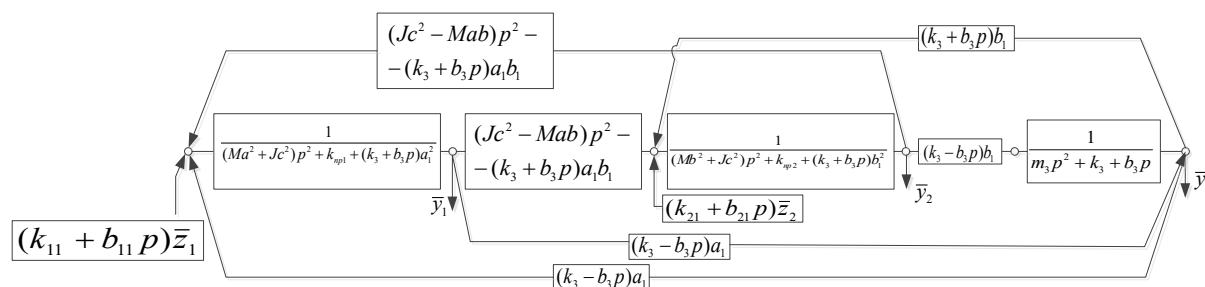


Рисунок 2 – Структурная схема исходной системы
Источник: составлено авторами.

Figure 2 – Structural scheme of the initial system
Source: compiled by the authors.

Все парциальные системы связаны между собой, возмущения приложены к двум входам, существует возможность использования принципа суперпозиции. Кинематические воздействия обозначим следующим образом:

$$\bar{Q}_{экв1} = (k_{11} + b_{11}p)\bar{z}_1, \bar{Q}_{экв2} = (k_{21} + b_{21}p)\bar{z}_2. \quad (20)$$

Соотношение между координатами движения можно представить следующим выражением:

$$\bar{Q}_{экв2} = \alpha \bar{Q}_{экв1}, \quad (21)$$

представляющим собой коэффициент связности.

Выражения для смещений по координатам y_1, y_2 для построения передаточной функции межпарциальных связей примут вид:

$$y_1 = \frac{Q_{экв1}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + \alpha \bar{Q}_{экв1}(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33})}{A_0}, \quad (22)$$

$$y_2 = \frac{Q_{экв1}(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + \alpha \bar{Q}_{экв1}(a_{11}a_{33} - a_{13}a_{31})}{A_0}, \quad (23)$$

где A_0 – характеристическое уравнение системы:

$$A_0 = a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}^2 - a_{22}a_{13}^2 - a_{33}a_{12}^2 + 2a_{12}a_{23}a_{31}. \quad (24)$$

Передаточные функции по координатам y_1, y_2 запишем в виде:

$$W_1(p) = \frac{y_1}{Q_{экв1}} = \frac{(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + \alpha(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33})}{A_0}, \quad (25)$$

$$W_2(p) = \frac{y_2}{Q_{экв1}} = \frac{(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + \alpha(a_{11}a_{33} - a_{13}a_{31})}{A_0}. \quad (26)$$

Передаточная функция межпарциальной связи, на основе которой может быть определено необходимое сочетание параметров, примет вид

$$W(p) = \frac{y_2}{y_1} = \frac{(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + \alpha(a_{11}a_{33} - a_{13}a_{31})}{(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + \alpha(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33})}. \quad (27)$$

При использовании виброзащитной системы пассивного типа при помощи полученной математической модели можно получить такой подбор параметров, при котором будет минимальна передача кинематического возмущения от дорожного покрытия на корпус автомобиля. Также снижается влияние вращательной степени свободы в том случае, если соотношение координат движения y_2/y_1 стремится к единичному значению.

Для построения амплитудно-частотной характеристики различных значений коэффициента связности примем следующие значения параметров, характерных для легкового транспортного средства: $M = 250$ кг, $J = 1000$ кг·м², $m_1 = 28$ кг, $m_2 = 28$ кг, $m_3 = 100$ кг, $k_{11} = 10000$ Н/м, $k_{12} = 70$ Н/м, $k_{21} = 10000$ Н/м, $k_{22} = 70$ Н/м, $k_3 = 10000$ Н/м, $b_{11} = 110000$ Нсек/м, $b_{12} = 100000$ Нсек/м, $b_{21} = 110000$ Нсек/м, $b_{22} = 100000$ Нсек/м, $b_3 = 100000$ Нсек/м, $l_0 = 0,3$ м, $l_1 = 2$ м, $l_2 = 2$ м, $\alpha = 0,1; 0,3; 0,6; 1$. Изменение частоты ω в пределах от 0 до 1000 Гц для оценки изменения соотношения в этом диапазоне частот, что условно может соответствовать движению с установленной скоростью по неровной дороге (рисунок 3).

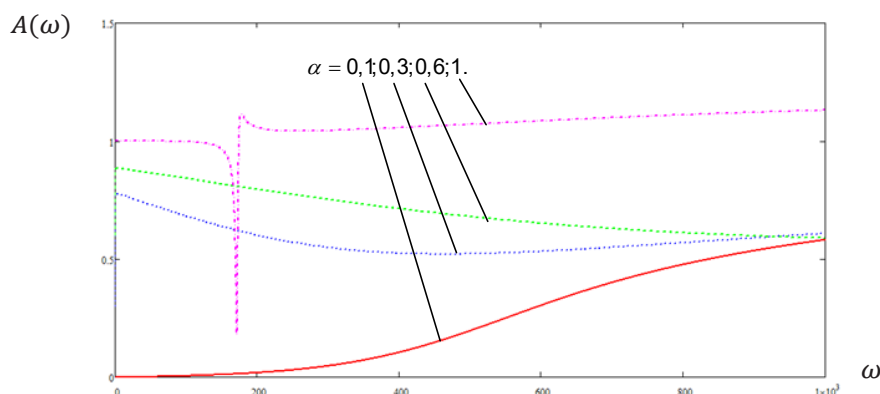


Рисунок 3 – Амплитудно-частотные характеристики передаточной функции соотношения y_2/y_1
Источник: составлено авторами.

Figure 3 – Amplitude-frequency characteristics of the y_2/y_1 ratio transfer function
Source: compiled by the authors.

Анализ полученных кривых показывает, что при увеличении α соотношение между координатами движения y_2/y_1 стремится к 1, а также при $\alpha = 1$ присутствует резонансная частота и частота динамического гашения колебаний.

ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведён анализ современного состояния теоретических исследований в области построения математической модели транспортного средства. Выявлен ряд вопросов, недостаточно проработанных в этом направлении научных исследований. Предложено использование методов структурной теории виброзащитных систем для оценки динамического состояния подвижного состава, характерного для автомобильного транспорта. Представлены аналитические соотношения, позволяющие произвести подбор параметров, при которых можно исключить вращательную степень свободы движения транспортного средства в линейной постановке задачи.

Таким образом, теоретические положения структурной теории виброзащитных систем позволяют в первом приближении улучшить динамические характеристики подвески автомобиля как системы автоматического управления. Дальнейшие исследования будут направлены на оценку возможностей активных и полупассивных виброзащитных систем.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Котиев Г.О., Дьяков А.С., Дубровский А.Ф. [и др.]. К анализу эффективности пневматической подвески автобуса на базе полноприводного автомобиля «Урал» // Грузовик. 2023. № 10. С. 3–8. <https://doi.org/10.36652/1684-1298-2023-10-3-8>
2. Евсеев К.Б., Косицын Б.Б., Котиев Г.О., Стадучин А.А. К вопросу оценки управляемости гусеничных поездов на этапе проектирования с использованием комплекса натурно-математического моделирования // Труды НАМИ. 2022. № 1(288). С. 35–51. <https://doi.org/10.51187/0135-3152-2022-1-35-51>
3. Zheglov L., Fominykh A. Vehicle vibration safety estimation area // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering : Design Technologies for Wheeled and Tracked Vehicles, MMBC 2019, Moscow, 01–02 октября 2019 года. Vol. 820. Moscow: Institute of Physics Publishing, 2020. P. 012028. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/820/1/012028>
4. Lahtyukhov M., Zheglov L. Automatization of calculation of dynamic characteristics of the car suspension system // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering : Design Technologies for Wheeled and Tracked Vehicles, MMBC 2019, Moscow, 01–02 октября 2019 года. Vol. 820. Moscow: Institute of Physics Publishing, 2020. P. 012031. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/820/1/012031>
5. Махутов Н.А. Безопасность и риски: системные исследования и разработки. Новосибирск: Наука, 2017. 724 с.
6. Deubel C., Ernst S., Prokop G., Objective evaluation methods of vehicle ride comfort—a literature review. J. Sound Vib. 2023. 548: 117515. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2022.117515>
7. Zhang B., Wang H., Li Z. et al. Stiffness design and mechanical performance analysis of transverse leaf spring suspension. J Mech Sci Technol. 2023. 37:1339–1348. <https://doi.org/10.1007/s12206-023-0220-47>
8. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
9. Harris C. M., Crede C.E. Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw – Hill Book Co, 2002. 1457 p.
10. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects. Series: Studies in Systems, Decision and Control, Springer International Publishing, Cham, 2020. Vol.252: 521 p.
11. Gorobtsov A.S., Kartsov S.K., Polyakov Y.A. Estimation of the vibration loading vehicle with pneumatic-hydraulic suspensions // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Tomsk, 27–29 октября 2016 года. Vol. 177. Tomsk: Institute of Physics Publishing, 2017. P. 012086. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/177/1/012086>. EDN YVLWDD. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/177/1/012086>
12. Polyakov Y.A. The choice of rational stiffness joints parameters of the cabin suspension levers in the vehicle // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Novosibirsk, 12–14 декабря 2018 года. Vol. 560. Novosibirsk: Institute of Physics Publishing. 2019. P. 012151. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/560/1/012151>. EDN TOWPUZ.
13. Zhang B., Su X. Dynamic modeling and elastic characteristic analysis of the transverse leaf spring suspension. J Mech Sci Technol. 2024. 38: 1051–1058. <https://doi.org/10.1007/s12206-024-0203-0>
14. Li P., Xu X., Liang C. et al. Modeling and Control of the Linear Motor Active Suspension with Quasi-zero Stiffness Air Spring System Using Polynomial Chaos Expansion. Chin. J. Mech. Eng. 2025. 38: 105. <https://doi.org/10.1186/s10033-025-01273-z>
15. Li Q, Zhao W.H. Uncertainty analysis of motion accuracy on single-axis feed drive systems. Advances in Mechanical Engineering, 2024. 16(1): 1-15. <https://doi.org/10.1177/16878132231222790>
16. Xu X, Liu H, Jiang X, et al. Uncertainty analysis and optimization of quasi-zero stiffness air suspension based on polynomial chaos method. Chinese Journal of Mechanical Engineering. 2022. 35(1): 1–19. <https://doi.org/10.1186/s10033-022-00758-5>
17. Ma Z., Xu X., Xie J. et al. Negative Stiffness Control of Quasi-Zero Stiffness Air Suspension via Data-Driven Approach with Adaptive Fuzzy Neural Network Method. Int. J. Fuzzy Syst. 2022. 24: 3715–3730. <https://doi.org/10.1007/s40815-022-01357-1>

18. Jiang X.W., Xu X., Liang C., et al. Robust controller design of a semi-active quasi-zero stiffness air suspension based on PCE. *Journal of Vibration and Control*. 2024. 30(3-4): 906-925. <https://doi.org/10.1177/107754632311537>

19. Chen L., Xu X., Liang C., et al. Semi-active control of a new quasi-zero stiffness air suspension for commercial vehicles based on h_2H^∞ state feedback. *Journal of Vibration and Control*. 2022. 10775463211073193. <https://doi.org/10.1177/10775463211073193>

20. Kulkarni C.D., Sail P.P., Kalaskar A.V. et al. Real-time road testing and analysis of adjustable passive suspension system with variable spring stiffness. *JMST Adv*. 2024. 6: 233–246. <https://doi.org/10.1007/s42791-024-00082-0>

REFERENCES

1. Kotiev G.O., Dyakov A.S., Dubrovsky A.F. [et al.] To analyze the effectiveness of the pneumatic suspension of a bus based on the Ural four-wheel drive car. *Truck*. 2023; No. 10. pp. 3-8. <https://doi.org/10.36652/1684-1298-2023-10-3-8>

2. Evseev K.B., Kositsyn B.B., Kotiev G.O., Stadukhin A.A. On the issue of caterpillar trains controllability evaluation at the design stage using a complex of natural-mathematical modeling. *Trudy NAMI*. 2022;(1): 35-51. (In Russ.) <https://doi.org/10.51187/0135-3152-2022-1-35-51>

3. Zheglov L., Fominykh A. Vehicle vibration safety estimation area. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering : Design Technologies for Wheeled and Tracked Vehicles, MMBC 2019, Moscow, 01–02 октября 2019 года. Vol. 820. Moscow: *Institute of Physics Publishing*, 2020; P. 012028. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/820/1/012028>

4. Lahtyukhov M., Zheglov L. Automatization of calculation of dynamic characteristics of the car suspension system. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering : Design Technologies for Wheeled and Tracked Vehicles, MMBC 2019, Moscow, 01–02 октября 2019 года. Vol. 820. Moscow: *Institute of Physics Publishing*, 2020; P. 012031. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/820/1/012031>

5. Makhutov N.A. Safety and risks: system research and development. Novosibirsk: Nauka Publ., 2017; 724 p.

6. Deubel C., Ernst S., Prokop G., Objective evaluation methods of vehicle ride comfort—a literature review. *J. Sound Vib*. 2023; 548: 117515. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2022.117515>

7. Zhang B., Wang H., Li Z. et al. Stiffness design and mechanical performance analysis of transverse leaf spring suspension. *J Mech Sci Technol*. 2023; 37:1339–1348. <https://doi.org/10.1007/s12206-023-0220-47>. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000; 957 p.

8. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000; 957 p.

9. Harris S.M., Crede C.E. Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw. Hill Book Co, 2002; 1457 p.

10. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects. Series: Studies in Systems, Decision and Control. 2020; Vol.252, Springer International Publishing, Cham. 521 p.

11. Gorobtsov A.S., Kartsov S.K., Polyakov Y.A. Estimation of the vibration loading vehicle with pneumatic-hydraulic suspensions // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Tomsk, 27–29 октября 2016 года. Vol. 177. Tomsk: Institute of Physics Publishing. 2017; P. 012086. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/177/1/012086>. EDN YVLWDD.

12. Polyakov Y.A. The choice of rational stiffness joints parameters of the cabin suspension levers in the vehicle // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Novosibirsk, 12–14 December 2018. Vol. 560. *Novosibirsk: Institute of Physics Publishing*. 2019; P. 012151. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/560/1/012151>. – EDN TOWPUZ.

13. Zhang B., Su X. Dynamic modeling and elastic characteristic analysis of the transverse leaf spring suspension. *J Mech Sci Technol*. 2024; 38: 1051–1058. <https://doi.org/10.1007/s12206-024-0203-0>

14. Li P., Xu X., Liang C. et al. Modeling and Control of the Linear Motor Active Suspension with Quasi-zero Stiffness Air Spring System Using Polynomial Chaos Expansion. *Chin. J. Mech. Eng*. 2025. 38: 105. <https://doi.org/10.1186/s10033-025-01273-z>

15. Li Q., Zhao W.H. Uncertainty analysis of motion accuracy on single-axis feed drive systems. *Advances in Mechanical Engineering*. 2024; 16(1): 1-15. <https://doi.org/10.1177/16878132231222790>

16. Xu X., Liu H., Jiang X., et al. Uncertainty analysis and optimization of quasi-zero stiffness air suspension based on polynomial chaos method. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 2022; 35(1): 1–19. <https://doi.org/10.1186/s10033-022-00758-5>

17. Ma Z., Xu X., Xie J. et al. Negative Stiffness Control of Quasi-Zero Stiffness Air Suspension via Data-Driven Approach with Adaptive Fuzzy Neural Network Method. *Int. J. Fuzzy Syst*. 2022; 24: 3715–3730. <https://doi.org/10.1007/s40815-022-01357-1>

18. Jiang X.W., Xu X., Liang C., et al. Robust controller design of a semi-active quasi-zero stiffness air suspension based on PCE. *Journal of Vibration and Control*. 2024; 30(3-4): 906-925. <https://doi.org/10.1177/107754632311537>

19. Chen L., Xu X., Liang C., et al. Semi-active control of a new quasi-zero stiffness air suspension for commercial vehicles based on h_2H^∞ state feedback. *Journal of Vibration and Control* 2022; 10775463211073193. <https://doi.org/10.1177/10775463211073193>

20. Kulkarni C.D., Sail P.P., Kalaskar A.V. et al. Real-time road testing and analysis of adjustable passive suspension system with variable spring stiffness. *JMST Adv*. 2024; 6: 233–246. <https://doi.org/10.1007/s42791-024-00082-0>

ЗАЯВЛЕННЫЙ ВКЛАД АВТОРОВ

Корнеев С.В. Вклад в общую работу заключается в постановке цели и задач исследования, анализе результатов математического моделирования, подготовке текста статьи.

Большаков Р.С. Вклад в общую работу заключается в проведении анализа литературных источников, разработке математической модели, анализе результатов математического моделирования, подготовке текста статьи.

AUTHORS' CONTRIBUTION

Korneev S.V. Setting the research goals and objectives, analyzing the results of mathematical modeling, and writing the manuscript.

Bolshakov R.S. Conducting literary review, developing a mathematical model, analyzing the results of mathematical modeling, writing the manuscript.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Корнеев Сергей Васильевич – д-р техн. наук, проф. кафедры «Химия и химическая технология» Омского государственного технического университета (644050, г. Омск, пр. Мира, д. 11).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7243-1841>,

SPIN-код: 7617-5239,

AuthorID: 684645,

e-mail: svkorneev51@mail.ru

Большаков Роман Сергеевич – канд. техн. наук, доц. кафедры «Управление эксплуатационной работой» Иркутского государственного университета путей сообщения (664074, г. Иркутск, ул. Чернышевского, д. 15).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1187-5932>

SPIN-код: 2025-4049,

AuthorID: 628220,

e-mail: bolshakov_rs@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Korneev Sergey V. – Professor, Department of Chemistry and Chemical Technology, Omsk State Technical University (Mira Av., 11, Omsk, 664074).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7243-1841>,

SPIN-code: 7617-5239,

AuthorID: 684645,

e-mail: svkorneev51@mail.ru

Bolshakov Roman S. – Associate Professor, Department of Control of Operational Work, Irkutsk State Transport University (Chernyshevsky St., 15, Irkutsk, 664074).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1187-5932>,

SPIN-code: 2025-4049,

AuthorID: 628220,

e-mail: bolshakov_rs@mail.ru