

Научная статья
УДК 625.712
DOI: <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2025-22-4-644-671>
EDN: PAXCJU



АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАСЧЕТА СЛАБЫХ ОСНОВАНИЙ ДОРОЖНЫХ НАСЫПЕЙ

А.С. Александров ✉, Н.П. Александрова, Т.В. Семенова

Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ),
г. Омск, Россия

✉ ответственный автор
aleksandrov00@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Введение. Приведены сведения об авариях, произошедших на дорогах РФ, США, КНР, Кипра, Индии, из-за недостаточного сопротивления сдвигу слабых грунтов основания насыпи. Поэтому приобретает актуальность анализ методов расчета устойчивости слабых оснований дорожных насыпей.

Методы и материалы. Известные методы определения предельных нагрузок подразделяются на расчеты: по первой критической нагрузке, аналитические и численные решения теории предельного равновесия грунта и расчеты, выполняемые методом конечных элементов. Сделан анализ каждого метода. Особое внимание уделено решению Евгеньева – Казарновского. Это решение является общепринятым методом расчета слабого основания насыпей автомобильных дорог. Авторами показан вывод формул для расчета коэффициента стабильности слабого основания и безопасного давления. Отмечены достоинства и недостатки этого метода. Рассмотрена специфика метода конечных элементов, применяемого для расчета грунтовых оснований. Приведены недостатки программных комплексов PLAXIS и MIDAS, обнаруженные специалистами СГУПС (г. Новосибирск).

Результаты. Предложен расчет устойчивости основания насыпи по напряжению сдвига, представляющего собой эквивалентное напряжение критерия Мора – Кулона. Предлагаемый расчет является аналогом расчета по первой критической нагрузке.

Заключение. Полученные результаты позволяют выполнять расчет слабых оснований насыпей. Поставлены задачи для будущих исследований авторов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: слабое основание насыпи, расчет слабого основания, параметры сопротивления сдвигу

Статья поступила в редакцию 31.05.2025; одобрена после рецензирования 17.06.2025; принята к публикации 22.08.2025.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Прозрачность финансовой деятельности: авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах. Конфликт интересов отсутствует.

Для цитирования: Александров А.С., Александрова Н.П., Семенова Т.В. Анализ методов расчета слабых оснований дорожных насыпей // Вестник СибАДИ. 2025. Т. 22, № 4. С. 644-671. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2025-22-4-644-671>

© Александров А.С., Александрова Н.П., Семенова Т.В., 2025



Контент доступен под лицензией
Creative Commons Attribution 4.0 License.

Original article

DOI: <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2025-22-4-644-671>

EDN: PAXCJU

ANALYSIS OF CALCULATION METHODS FOR WEAK FOUNDATIONS OF ROAD EMBANKMENTS

Anatoly S. Aleksandrov ✉, Nataliya P. Aleksandrova, Tatiana V. Semenova

The Siberian State Automobile and Highway University (SibADI),
Omsk, Russia

✉ corresponding author
aleksandrov00@mail.ru

ABSTRACT

Introduction. The article presents information on accidents that occurred on the roads of the Russian Federation, the USA, China, Cyprus, and India due to insufficient shear resistance of weak soils at the base of the embankment. Therefore, the analysis of methods for calculating the stability of weak foundations of road embankments becomes relevant.

Materials and methods. The famous methods for determining ultimate loads are divided into calculations: by the first critical load, analytical and numerical solutions of the theory of limit equilibrium of soil, and calculations performed by the finite element method. Each method has been analyzed. Particular attention is paid to the solution of Evgenyev - Kazarnovskiy. This solution is considered to be a generally accepted method for calculating the weak foundation of highway embankments. The authors have demonstrated the derivation of formulas for calculating the stability coefficient of the weak foundation and safe pressure. The advantages and disadvantages of this method have been noted. The specific features of the finite element method applied to calculate soil foundations have been considered. The disadvantages of the PLAXIS and MIDAS software packages, found by the specialists of the Siberian State Transport University (Novosibirsk), have been presented.

Results. The calculation of the embankment base stability by shear stress, which is the equivalent to the stress of the Mohr-Coulomb criterion, has been presented. The proposed calculation is the analogue of the calculation by the first critical load.

Conclusion. The obtained results allow us to make weak embankment bases calculations. The goals for the authors' future research have been set.

KEYWORDS: weak embankment base, weak base calculation, shear resistance parameters

The article was submitted: May 31, 2025; **approved after reviewing:** June 17, 2025; **accepted for publication:** August 22, 2025.

All authors have read and approved the final manuscript.

Financial transparency: the authors have no financial interest in the presented materials or methods. There is no conflict of interest.

For citation. Aleksandrov A.S., Aleksandrova N.P., Semenova T.V. Analysis of calculation methods for weak foundations of road embankments. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal*. 2025; 22 (4): 644-671. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2025-22-4-644-671>

© Aleksandrov A.S., Aleksandrova N.P., Semenova T.V., 2025



Content is available under the license
Creative Commons Attribution 4.0 License.

ВВЕДЕНИЕ

Слабые грунты широко распространены на территории России. В своей фундаментальной работе проф. М.Ю. Абелев¹ сообщает, что в отдельную группу слабые грунты выделены в 1965 г. на всесоюзном совещании, состоявшемся в г. Таллине. Классифицирующими признаками слабого грунта приняли сжимаемость и степень влажности. В настоящее время к этим признакам добавили сопротивление сдвигу. Согласно работе М.Ю. Абелева слабые грунты преимущественно залегают ниже уровня грунтовых вод или ниже верховодки, и к ним, как правило, относятся аллювиальные, морские, озерные, дельтовые, лиманные, болотные грунты, реже делювиальные и пролювиальные. Поэтому слабые грунты распространены по всей территории РФ. Проектирование сооружений на слабых грунтах является актуальной задачей дорожного строительства.

Методы расчета слабых оснований насыпей являются базовыми знаниями специалистов дорожной отрасли, они описаны в учебной (А.К. Бируля², В.Ф. Бабков и О.В. Андреев³, И.Е. Евгеньев и В.Д. Казарновский⁴, И.И. Леонович⁵, В.И. Пуркин⁶), справочной (пособие⁷, пособие⁸, справочник⁹) и методической (ОДМ 218.4.4.002–2020¹⁰, ОДМ 218.3.120–2020¹¹) литературе. В указанных нами работах и документах представлены различные методы расчета слабых оснований от фундаментальной двухчленной зависимости Прандтля – Рейснера и классического решения Евгеньева – Казарновского на быструю и медленную

отсыпку насыпей до современных способов, ориентированных на применение метода конечных элементов, реализованного в программных продуктах.

Целью нашей работы является анализ методов расчета слабых оснований для выявления их достоинств и недостатков. Актуальность такой работы состоит в поиске наиболее надежного метода расчета слабых оснований дорожных насыпей. Согласно А.К. Бируля¹² просадки возникают как вследствие деформирования слабого основания, так и из-за деформаций уплотнения грунта в высоких насыпях. Первая причина объясняется большими давлениями, передаваемыми насыпями, на слабое основание. В этом случае при достаточной мощности залежей слабого грунта в основании насыпи образуется поверхность скольжения, по которой грунт отжимается за пределы насыпи. Вторая причина, как правило, обусловлена некачественным уплотнением грунта в теле насыпи. Этот вопрос в нашей статье не рассматривается.

Аварии, обусловленные нарушением устойчивости слабого основания насыпей, происходят как в нашей стране, так и за рубежом [1, 2, 3, 4]. Авторы работы [1] описывают аварию земляной дамбы, произошедшей в округе Медина штата Огайо. В процессе строительства отсыпалась насыпь длиной 91 м, соединяющая межштатные автомагистрали I-76 и I-71. Высота насыпи должна была составить 9,7 м (с учетом дополнительной пригрузки мощностью 0,6 м). Но после отсыпки насыпи на высоту 4,0 м (примерно 43% от проектной высо-

¹ Абелев М.Ю. Слабые водонасыщенные глинистые грунты как основание сооружений. М.: Стройиздат, 1973. 288 с.

² Бируля А.К. Проектирование автомобильных дорог: учебник. Часть 1. М.: Автотрансиздат, 1961. 499 с.

³ Бабков В.Ф., Андреев О.В. Проектирование автомобильных дорог: учебник. Часть 1. М.: Транспорт, 1979. 367 с.

⁴ Евгеньев И.Е., Казарновский В.Д. Земляное полотно автомобильных дорог на слабых грунтах. М.: Транспорт, 1976. 271 с.

⁵ Леонович И.И., Вырко Н.П. Механика земляного полотна. Минск: Наука и техника, 1975. 232 с.

⁶ Пуркин В.И. Проектирование дорог в болотистой местности: учебное пособие. М.: МАДИ, 2021. 84 с.

⁷ Пособие по проектированию земляного полотна автомобильных дорог на слабых грунтах (к СНиП 2.05.02-85). М.: Стройиздат, 1989. 192 с.

⁸ Пособие по проектированию земляного полотна автомобильных дорог на слабых грунтах. М.: Информавтодор. 2004.

⁹ Справочник инженера дорожника. Изыскания и проектирование автомобильных дорог / О.В. Андреев, В.Ф. Бабков, А.К. Бируля, Е.Н. Гарманов, Т.Н. Глаголева, М.А. Григорьев, В.П. Залуга, К.А. Казанский, М.С. Коганзон, С.В. Коновалов, Е.В. Крутецкий, Ю.С. Крылов, М.Л. Соколов, В.И. Федоров, В.А. Федотов, Г.И. Шейнис, Ю.М. Яковлев. М.: Транспорт, 177. 559 с.

¹⁰ ОДМ 218.4.4.002–2020. Методические рекомендации по использованию существующих насыпей из слабых и обводненных грунтов при реконструкции автомобильных дорог. М.: Росавтодор, 2020. 80 с.

¹¹ ОДМ 218.3.120–2020. Методические рекомендации по расчету насыпей автомобильных дорог на слабых грунтах основания с применением геосинтетических материалов. М.: Росавтодор, 2020. 90 с.

¹² Бируля А.К. Проектирование автомобильных дорог: учебник. ... 499 с.

ты) весь участок длиной 91 м провалился. В процессе обследования установлено [1], что основание насыпи состоит из пяти грунтовых слоев. Фактическая линия скольжения прошла через наиболее слабый слой, характеризующийся сопротивлением недренированному сдвигу 9,6 кПа. Мощность этого слоя 3,6 м, залегание поверхности слоя на глубине 5,8 м от подошвы насыпи. Таким образом, причиной аварии являются слабое основание и чрезмерно быстрая отсыпка насыпи.

Авторы работы [2] выполнили анализ двух аварий, произошедших на шоссе вблизи г. Калькутта (штат Западная Бенгалия, Индия). Аварийные участки располагаются на 18 и 26 км. Обе насыпи отсыпаны по слабому основанию и подтапливаются водой. Первая насыпь (участок 18 км) подтоплена в течение всего года, а вторая – в течение длительного периода. Насыпи укреплены подпорной стенкой. На обоих участках авария произошла сразу после полуночи 9 февраля 2006 года, примерно через месяц после того, как шоссе было открыто для движения автотранспорта. Во время аварии участок недавно построенного двухполосного подъездного пути просел по вертикали примерно на 3 м и сместился в бок примерно на 1 м. На обоих участках подпорная стенка разрушилась без существенных внутренних повреждений, то есть из-за неустойчивости подстилающего грунта, что указывает на глубокое разрушение грунта в основании [2]. Расчеты показали, что расчетная поверхность скольжения прошла под подпорной стенкой по слою слабого грунта с сопротивлением сдвигу 23 кПа [2].

Анализируя аварию на дороге, соединяющей деревни Ната – Пенталия – Панайя (Кипр, курортный район Пафос), авторы работы [3] пришли к выводу, что обрушение откоса произошло по линии скольжения, расположенной гораздо глубже наиболее вероятной поверхности сдвига, определенной расчетом при проектировании. Причина такого несоответствия [3] местоположения расчетной и фактической поверхности скольжения заключается в скоплении воды после обильных осадков. Повышенная влажность грунтов основания насыпи привела к снижению сопротивления сдвигу и обрушению дороги [3].

Авторы работы [4] выполнили обследование двух аварийных участков на скоростной дороге в городском уезде Синьтай (провин-

ция Шаньдун, КНР). Насыпь отсыпана по основанию из пластичного грунта мощностью 14 м. После обильных дождей и увлажнения грунтов основания насыпь просела с образованием выпоров грунта вдоль подошвы [4]. Вследствие наличия таких выпоров причиной аварии посчитали чрезмерное деформирование грунтов основания насыпи, обусловленное снижением их сопротивления сдвигу из-за увлажнения осадками.

Отметим, что в работах [1, 2, 3, 4] основным инструментом определения причин аварий земляных насыпей принят расчет по методу поверхностей скольжения, из которых часть линий скольжения проведена через слои слабого основания. Расчеты выполняются при подстановке в формулы параметров прочности грунта, определенных экспериментально. Примечательно, что все расчеты показали, что наиболее вероятная поверхность скольжения прошла через слой из наиболее слабого грунта. В России базовым методом расчета устойчивости слабого основания является решение Евгеньева – Казарновского.

Аналогичный порядок исследования нами был применен для определения причин образования просадок по ул. Набережная на участке от ул. Романа Кузоваткина до ул. Нефтяников, расположенной в г. Нефтеюганске в пределах поймы р. Обь. Строительство дороги завершено в 2023 г., а диагностика выполнена специалистами нашей кафедры осенью 2024 г. В первую очередь сделан отбор проб грунта насыпи и ее основания. Отбор проб произвели с разных горизонтов насыпи и основания путем колонкового бурения на глубину 10–11 м. В результате установили геологический разрез, состоящий:

- из песчаного грунта насыпи высотой 4–4,5 м;
- насыпного песчаного грунта земляной дамбы, отсыпанной двумя годами ранее для защиты территории от подтопления высотой 1–1,5 м;
- трехслойного основания насыпи из суглинка тяжелого текучепластичной консистенции, суглинка легкого текучего и супеси легкой текучей.

Связные грунты характеризуются показателем текучести, превышающим значение 0,5. Поэтому по классификациям ГОСТ 33149–2014¹³, ГОСТ 33063–2014¹⁴,

¹³ ГОСТ 33149–2014 (Введен впервые) (введен 01.12.2015). Дороги автомобильные общего пользования. Правила проектирования автомобильных дорог в сложных условиях. М.: Стандартинформ, 2015. 40 с.

¹⁴ ГОСТ 33063–2014 (Введен впервые) (введен 01.12.2015). Дороги автомобильные общего пользования. Дороги автомобильные общего пользования. Классификация типов местности и грунтов. М.: Стандартинформ, 2016. 49 с.

СП 34.13330.2021¹⁵ суглинки и супесь являются слабыми грунтами. Кроме того, определение параметров прочности и деформируемости, выполненное при помощи измерительно-вычислительного комплекса АС и С, показало, что модуль деформации супеси при давлении 0,25 МПа меньше 5 МПа. Вследствие чего супесь текучая является слабым грунтом и по классификационному признаку «сжимаемость». Анализ проектной документации позволил установить, что проект не содержит расчетов слабого основания, а конструкции земляного полотна приняты типовые, то есть как для нормальных условий строительства. Поэтому при определении причин появления просадок нами выполнен анализ методов расчета устойчивости слабого основания. В ходе исследования изучены публикации других авторов, преследующих аналогичную цель. В результате мы пришли к выводу о необходимости доработки и развития метода Евгеньева – Казарновского, показав один из вариантов вывода основных формул этого метода (коэффициента стабильности и безопасной нагрузки), с возможностью более точного определения местоположения наиболее опасной точки.

С результатами нашего анализа мы хотим ознакомить коллег и дать свои предложения по совершенствованию метода Евгеньева – Казарновского.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Известные решения расчета слабых оснований можно классифицировать на расчеты: по первой критической нагрузке, аналитические и численные решения теории предельного равновесия грунта. В рамках каждого метода можно применить метод уменьшения параметров прочности, согласно которому в расчет вводят уменьшенные значения параметров сопротивления сдвигу, например, сцепления и тангенса угла внутреннего трения. Анализ различных решений, полученных применением этих методов, является основной целью нашей работы.

Расчеты по первой критической нагрузке берут свое начало от известной работы Н.П. Пузыревского¹⁶. В этой работе получена

формула для вычисления абсолютно безопасного давления на грунтовое основание от нагрузки, распределенной по гибкой полосе. Понятие первой критической нагрузки введено Н.М. Герсевановым в фундаментальной работе¹⁷. В этой работе обосновано, что при рассмотрении зависимости осадки грунтового массива от давления необходимо различать три фазы деформаций (уплотнения, сдвига и разрушения). Первая критическая нагрузка отделяет первую фазу деформаций (фаза уплотнения) от второй (фаза сдвигов). При деформировании грунтового основания в первой фазе осадка массива связана с давлением линейно. Следовательно, первая критическая нагрузка представляет собой наибольшую величину давления, при котором применим расчет осадок от нагрузок по линейным зависимостям.

Здесь сделаем некоторое отступление, которое, с одной стороны, показывает, что деление зависимости осадки от давления на фазы является условным и представляет собой некоторую абстракцию, но, с другой стороны, является вполне приемлемым для инженерных расчетов. Наше замечание вытекает из основ механики сплошной среды, а именно линейной теории упругости, требующей соблюдения законов изменения объема и формы. В частности, закон изменения формы утверждает, что девиатор напряжений D_σ пропорционален девиатору деформаций D_ε ($D_\sigma = 2 \cdot G \cdot D_\varepsilon$, где G представляет собой модуль сдвига). Это значит, что если девиатор напряжений отличен от нуля, то и деформация сдвига отлична от нуля. Следовательно, деформации сдвига отсутствуют только при гидростатическом сжатии, при котором главные напряжения равны¹⁸ ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$). При любом другом напряженном состоянии девиатор напряжений $\sigma_d = \sigma_1 - \sigma_3$ больше нуля, значит, есть и деформация сдвига. Так как в любой точке грунтовой среды возникает трехосное сжатие, характеризующееся главными напряжениями $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ (точки, расположенные вне оси симметрии нагрузки) и $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ (точки, принадлежащие оси симметрии нагрузки), то в каждой точке возникают

¹⁵ СП 34.13330.2021 (Взамен СП 34.13330.2012) (введен 09.02.2021). Свод правил. Автомобильные дороги. СНиП 2.05.02-85*. М.: Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации, 2021. 94 с.

¹⁶ Пузыревский Н.П. Теория напряженности земляных грунтов. Л.: Изд-во ЛИИПС, 1929. 68 с.

¹⁷ Герсеванов Н.М. Опыт применения теории упругости к определению допускаемых нагрузок на грунт на основе экспериментальных работ // Труды МИИТ. 1930. № XV. С. 255–284.

¹⁸ Ельцов Ю.А., Ельцов А.Ю. Прочность и устойчивость в сплошной среде. Ижевск: Изд-во ИЖГТУ, 2005. 112 с.

и деформации сдвига. Тогда, если давление сколь угодно мало отлично от нуля, то и деформация сдвига отлична от нуля. С увеличением давления, передаваемого сооружением на грунтовое основание, девиаторы напряжений и деформаций возрастают. Поэтому в первой фазе деформирования, называемой фазой уплотнения, возникают как деформации изменения объема, так и деформации сдвига. Но при малых давлениях и девиаторы малы. Вследствие этого в первой фазе деформирования грунтового основания преобладают деформации изменения объема, а деформации сдвига малы. Значит, первая критическая нагрузка представляет собой пороговую величину давления, при превышении которой пренебрегать деформациями сдвига нельзя. Тем не менее деление криволинейной зависимости осадки от давления на три фазы является приемлемым приближением для инженерных расчетов, выполняемых с достаточной точностью, а не с максимальной. Введение такой абстракции позволяет упростить решение и избежать сложных выкладок. Видимо по этой причине учение о фазах деформирования грунтового основания Н.М. Герсеванова популярно среди специалистов и приводится как в учебниках¹⁹

и учебных пособиях²⁰, так и монографиях²¹ по расчету устойчивости оснований. Безусловно, что решения о первой критической нагрузке обладают достаточной точностью для инженерных расчетов.

В основу решения Н.П. Пузыревского положен критерий пластичности Мора – Кулона и формулы Мичелла²². Для простых нагрузок, распределенных по закону прямоугольника или закону треугольника, задачу о напряженном состоянии основания решают в главных осях. В этом случае критерий Мора – Кулона записывают в главных напряжениях. При воздействии на основание нагрузок сложного очертания производят разбиение нагрузки на более простые, для которых имеются известные решения по расчету компонент тензора напряжений. В этом случае задача решается в произвольно ориентированных осях, а критерий Мора – Кулона записывают в компонентах тензора напряжений. Уравнения предельного состояния критерия Мора – Кулона, записанные в разных формах, приведены в таблице 1, а в таблице 2 приведено решение Дж. Мичелла для вычисления главных напряжений и компонент тензора.

Таблица 1

Уравнения предельного состояния критерия Мора – Кулона
Источник: известные уравнения.

Table 1

Limit state equations of the Mohr–Coulomb criterion
Source: well-known equations.

Вид уравнения предельного состояния	Уравнения предельного состояния
В главных напряжениях где σ_1 и σ_3 – максимальное и минимальное главное напряжение	$\frac{1}{\cos \varphi} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi = c$
	$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot c \cdot \operatorname{ctg} \varphi + \sigma_1 + \sigma_3} = \sin \varphi$
В компонентах тензора напряжений где σ_z и σ_x и τ_{zx} – нормальные и касательные напряжения (компоненты тензора)	$\frac{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4 \cdot \tau_{zx}^2}{(\sigma_z + \sigma_x + 2 \cdot c \cdot \operatorname{ctg} \varphi)^2} = \sin^2 \varphi$

¹⁹ Механика грунтов, основания и фундаменты: учебник / С.Б. Ухов, В.В. Семенов, В.В. Знаменский, З.Г. Тер-Мартirosян, С.Н. Чернышов. М.: Изд-во АСВ, 1994. 527 с.

²⁰ Учебное пособие по курсу «Механика грунтов» / Петраков А.А., Яркин В.В., Таран Р.А., Казачек Т.В.; под ред. Петракова А.А. Макеевка: ДонНАСА, 2004. 164 с.

²¹ Березанцев В.Г. Расчет оснований сооружений. Л.: Изд-во литературы по строительству, 1970. 207 с.

²² Michell J.H. The inversion of plane stress. Proc. Lond. Math. Soc., vol. 34, 1902, Pp. 134–142.

Таблица 2

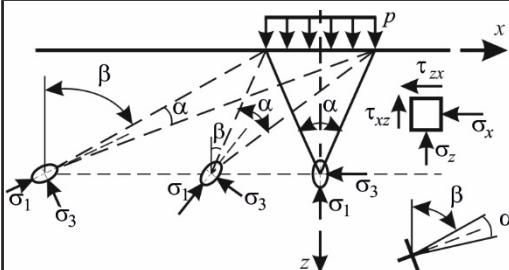
Решение Дж. Мичелла

Источник: заимствован из работы Дж. Мичелла²³

Table 2

John Henry Michell's Calculation

Source: adapted from the work of J. H. Michell²³

Расчетная схема к задаче Мичелла	Формулы расчета напряжений	
	Главные	Компоненты тензора
	$\sigma_1 = \frac{p}{\pi} \cdot (\alpha + \sin \alpha);$ $\sigma_3 = \frac{p}{\pi} \cdot (\alpha - \sin \alpha)$	$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \cdot [\alpha + \sin \alpha \cdot \cos(\alpha + 2 \cdot \beta)];$ $\sigma_x = \frac{p}{\pi} \cdot [\alpha - \sin \alpha \cdot \cos(\alpha + 2 \cdot \beta)];$ $\tau_{xz} = \frac{p}{\pi} \cdot [\sin \alpha \cdot \sin(\alpha + 2 \cdot \beta)],$
где p – давление, распределенное по гибкой полосе и передаваемое на основание, Па; α – угол видимости нагрузки, ограниченный отрезками, соединяющими рассматриваемую точку с краями нагрузки, радиан; β – угол между прямой параллельной оси ординат и ближайшим отрезком, ограничивающим угол видимости, как показано на расчетной схеме, радиан		

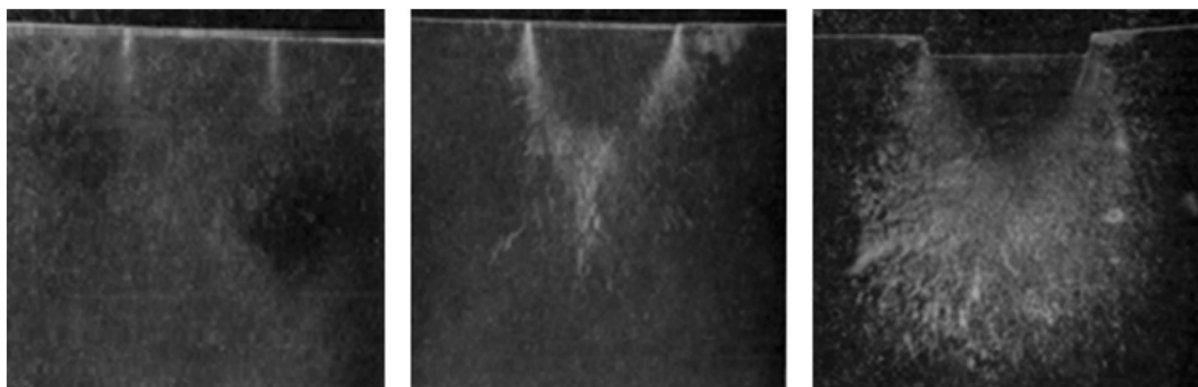


Рисунок 1– Развитие зон разрушения (пластических деформаций) под краями штампа, вдавливаемого в парафин [5]

Figure 1– Development of fracture zones (plastic deformations) under the edges of the stamp pressed into the paraffin [5]

Формулы Дж. Мичелла предназначены для вычисления напряжений от внешней нагрузки, передающей на основание давление величины p . При расчете устойчивости основания в этих формулах необходимо учесть вес грунта в массиве, расположенном над рассматриваемой точкой, а также влияние боковой нагрузки при ее наличии. Поэтому Н.П. Пузыревский формулы, представленные в таблице 1, записал в виде

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{p - \gamma \cdot h}{\pi} \cdot (\alpha + \sin \alpha) + \gamma \cdot (h + z); \\ \sigma_3 &= \frac{p - \gamma \cdot h}{\pi} \cdot (\alpha - \sin \alpha) + \gamma \cdot (h + z), \end{aligned} \quad (1)$$

где γ – вес грунта, Н/м³; h – высота боковой пригрузки, м; z – расстояние от подошвы фундамента до наиболее опасной точки грунтового основания, в которой возникает предельное состояние, м.

²³ Michell J.H. The inversion of plane stress ... Pp. 134–142.

В формуле (1) от давления p , передаваемого внешней нагрузкой, вычитается давление, созданное боковой пригрузкой, которое во втором слагаемом каждой зависимости суммируется с давлением от веса грунта, расположенного в основании под подошвой фундамента. Зависимости (1) подставляются в уравнение предельного состояния условия пластичности Мора – Кулона (см. таблицу 1). Полученное уравнение решается относительно переменной z , определяя ее максимальное значение $z_{\max}$ при угле видимости, равном разности половины числа π (π) и угла внутреннего трения (φ). Полученное уравнение решается относительно давления, после чего получают формулу

$$p = \left(z_{\max} + h + \frac{c}{\gamma} \cdot \operatorname{ctg} \varphi \right) \cdot \frac{\pi \cdot \gamma}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} + \gamma \cdot h. \quad (2)$$

Под величиной $z_{\max}$ понимают глубину распространения неустойчивых областей, зарождающихся в виде точек под краями нагрузки, распределенной по закону прямоугольника. Это подтверждено экспериментами, в ходе которых наблюдали за развитием пластических зон в основании при увеличении нагрузки. Процесс развития пластических зон под краями штампа, вдавливаемого в парафин, показан на рисунке 1 [5].

Обратим внимание, что процесс пластического деформирования грунта в условиях испытания сопровождается развитием микротрещин, длина которых увеличивается при возрастании нагрузки и вызванной ей деформации. Таким образом, процессы разрушения и пластического деформирования протекают совместно. В силу этого обстоятельства авторы работы [5] предпочитают использовать термин «зона разрушения», заменяя им стандартный термин «зона пластических деформаций». Здесь нами показано, что для характеристики динамики одного и того же процесса развития неустойчивых областей имеется два термина «зона пластических деформаций» и «зона разрушения» или «прорезка» [5].

Возвращаясь к анализу данных рисунка 1, укажем, что по мере увеличения давления, передаваемого штампом на основание, в материале происходит зарождение пластических зон в виде двух точек, расположенных под краями штампа. Давление, соответствующее образованию этих двух пластических точек,

равно первой критической нагрузке Н.М. Герсевича. При дальнейшем увеличении нагрузки глубина распространения пластических зон возрастает. В конечном итоге пластические зоны смыкаются. Давление, соответствующее смыканию пластических зон, соответствует давлению, при котором происходит потеря несущей способности основания. Давление, соответствующее потере несущей способности основания, называют второй критической нагрузкой. Поэтому в решение (2) вводились различные значения величины $z_{\max}$. Н.П. Пузыревский принял нулевое значение глубины $z_{\max}$. В результате в нашем арсенале появилась формула для вычисления абсолютно безопасного давления на грунтовое основание. Эту формулу дают в виде

$$p_{\text{без}} = \frac{\pi \cdot (\gamma \cdot h + c \cdot \operatorname{ctg} \varphi)}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} + \gamma \cdot h. \quad (3)$$

В случае отсутствия боковой пригрузки, то есть при $h=0$, зависимость (3) примет вид

$$p_{\text{без}} = \frac{\pi \cdot c \cdot \operatorname{ctg} \varphi}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}}. \quad (4)$$

Абсолютно безопасное давление, вычисляемое по зависимостям (3) и (4), соответствует величине первой критической нагрузки. Обратим внимание, что Н.П. Пузыревский в основу вывода зависимости (3) положил уравнение предельного состояния критерия Мора – Кулона. Поэтому термин «первая критическая нагрузка» имеет второе определение. В соответствии с этим определением первая критическая нагрузка характеризует величину давления, передаваемого сооружением, при котором в наиболее опасной точке основания образуется площадка и на ней наступает предельное состояние по критерию Мора – Кулона. Угол наклона этой площадки к главным осям определяется суммой или разностью угла в 45 градусов и половины угла внутреннего трения. По учебнику²⁴ давление, вычисляемое по формуле (3), называют начальной критической нагрузкой.

В дальнейшем обратили внимание, что давление, передаваемое сооружением на основание, равное значению, вычисляемому по зависимости (3), приводит к возникновению

²⁴ Механика грунтов, основания и фундаменты: учебник ... 527 с.

предельного состояния только на одной площадке, проведенной через наиболее опасную точку. При таком давлении несущая способность грунтового основания не исчерпана. Поэтому в зависимость (2) стали вводить значения величины $z_{\max}$, превышающие нулевое значение. Так появились формулы Н.Н. Маслова и других специалистов. В.Г. Березанцев²⁵ дал общее название методам расчета критической нагрузки, основанным на подстановке в решение (2) определенной величины $z_{\max}$. Согласно проф. В.Г. Березанцеву этот способ назван методом расчета по модели линейно деформируемой среды. Одновременно с этим В.Г. Березанцев указывает, что при подстановке в решение (2) величины $z_{\max}$, превышающей нулевое значение, вычисленные давления соответствуют фазе сдвигов. В фазе сдвигов связь давлений с осадками основания становится нелинейной. Поэтому применение формул, полученных при $z_{\max} > 0$, противоречит основному постулату модели линейно деформируемой среды, согласно которому связь осадки и давления линейная. Следовательно, расчет критических нагрузок с использованием решений, полученных применением модели линейно деформируемой среды, ограничиваются только решением Н.П. Пузыревского, предназначенным для вычисления первой критической нагрузки.

Применительно к расчету оснований фундаментов решение Н.П. Пузыревского о величине первой критической нагрузки приемлемо, оно приводится в учебниках²⁶. Попытки совершенствования решения Н.П. Пузыревского предпринимаются вплоть до настоящего времени [6, 7, 8]. Специалисты дорожной отрасли применяли решение Н.П. Пузыревского в качестве приближения при определении критической нагрузки на слабое основание. Поясняя применение этого приближения, отметим, что осесимметричная насыпь легко разбивается на три элемента. Двумя крайними элементами являются откосные части, передающие на основание две полосовые нагрузки, распределенные по закону треугольника. Третьим элементом является центральная часть насыпи, ее тело, которое передает полосовую нагрузку, распределенную по закону прямо-

угольника. В этом случае для точного вычисления первой критической нагрузки нужно применить принцип независимости действия сил, вычисляя каждую компоненту тензора напряжений суммированием соответствующих компонент тензоров напряжений от каждой из трех нагрузок. Но можно воспользоваться приближением, состоящим в приведении трапециoidalной нагрузки от насыпи к нагрузке, распределенной по закону прямоугольника. Обе описанные нами расчетные схемы приведены на рисунке 2.

Рассматривая расчетную схему, представленную на рисунке 2, а, следует отметить, что она характеризуется тремя нагрузками, каждая из которых имеет свой угол видимости (α_1 , α_2 и α_3). Биссектрисы углов видимости совпадают с линией действия максимальных главных напряжений σ_1 . Поэтому в одной и той же точке А направление главных максимальных напряжений σ_1 , возникающих от действия разных нагрузок, различно. В этом случае в одной и той же точке для каждой нагрузки имеется своя пара главных площадок, на которые действуют напряжения σ_1 и σ_3 . Ориентации главных площадок от различных нагрузок не совпадают, вследствие чего суммировать главные напряжения нельзя. В этом случае решение в главных напряжениях неприменимо, неприменимо и решение Н.П. Пузыревского. Тем не менее трапециевидную нагрузку можно заменить равновеликой по площади прямоугольной нагрузкой, как это показано на рисунке 2, б. Так как площади трапеции и прямоугольника равны, то вся нагрузка от веса грунта насыпи сохраняется. Для прямоугольной нагрузки (см. рисунок 2, б) имеем две главные площадки и два главных напряжения. В этом случае принимаем уравнение предельного состояния Мора – Кулона, записанное в главных осях, подставляя в него выражения главных напряжений по решению Дж. Мичелла. В итоге приходим к решению Н.П. Пузыревского, которое в полной мере применимо к расчетной схеме, показанной на рисунке 2, б. Однако такое решение даст результаты, отличающиеся от данных расчета, выполненного по более точной расчетной схеме, показанной на рисунке 2, а.

²⁵ Березанцев В.Г. Расчет оснований сооружений ... 207 с.

²⁶ Механика грунтов, основания и фундаменты: учебник ... 527 с.

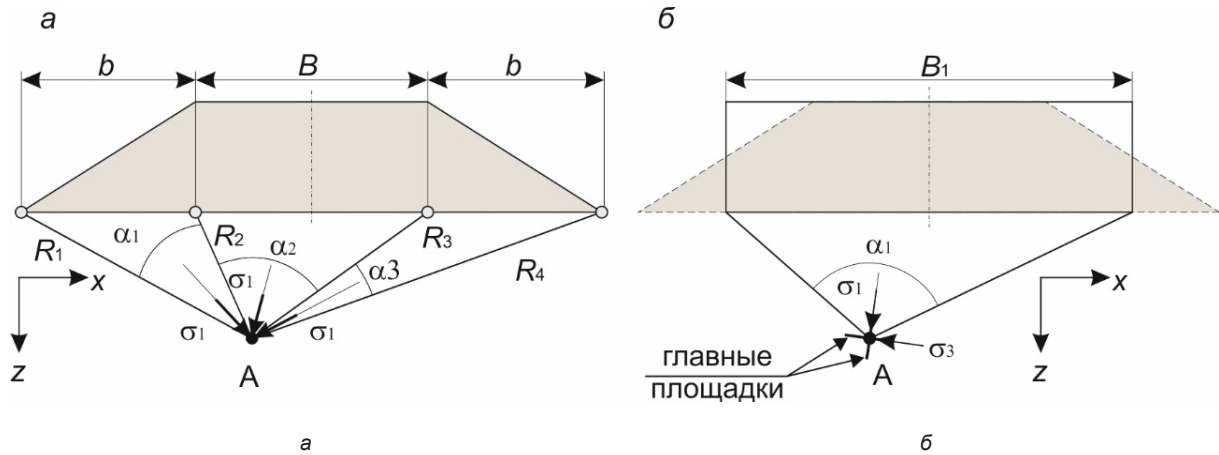


Рисунок 2 – Общепринятые расчетные схемы:
 а – классическая осесимметричная насыпь, передающая на основание трапецевидную нагрузку;
 б – приближение, выполняемое заменой трапецевидной нагрузки на нагрузку, распределенную по закону прямоугольника

Источник: рисунки выполнены авторами, но они аналогичны известным расчетным схемам, представленным в учебниках А.К. Бируля, И.Е. Евгеньева, В.Д. Казарновского и мн. др. авторов.

Figure 2 – Generally accepted calculation schemes:
 а – classical axisymmetric embankment transferring a trapezoidal load to the base;
 б – approximation performed by replacing trapezoidal load on a load distributed according to the rectangle law

Source: the drawings compiled by the authors, but they are similar to the well-known calculation schemes represented in the textbooks written by A.K. Birulya, I.Ye. Yevgenyev and V.D. Kazarnovskiy and many other authors.

Попытку уточнения приближенно-го решения предприняли И.Е. Евгеньев и В.Д. Казарновский, создав расчет на быструю и медленную отсыпку насыпи. Вывод формул безопасных нагрузок при быстрой и медленной отсыпке насыпи можно отнести к методам расчета слабых оснований дорожных насыпей, полученных применением метода линейно деформируемой среды. Тем не менее структура вывода основных зависимостей этого расчета отличается от метода Н.П. Пузыревского. Расчет, созданный И.Е. Евгеньевым и В.Д. Казарновским²⁷, является основным, он применяется в пособиях^{28,29}, справочнике³⁰ и ОДМ 218.4.4.002–2020³¹. Поэтому предпримем попытку тщательного анализа метода Евгеньева – Казарновского.

Решение Евгеньева – Казарновского³² предназначено для оценки устойчивости основания насыпи на трех этапах: начальном, конечном и промежуточном. На начальном этапе слабый грунт находится в природном состоянии, имея наименьшую плотность скелета и наибольшую влажность. В начальном состоянии считается, что процесс консолидации грунта еще не начался. В конечном состоянии грунты консолидированы за счет уплотнения нагрузкой от отсыпанной насыпи, вследствие чего плотность скелета наибольшая, а влажность наименьшая. Считается, что в конечном состоянии процесс консолидации закончился. Промежуточный этап характеризуется протеканием консолидации грунта во времени. На этом этапе происходит уплотнение грунта за

²⁷ Евгеньев И.Е., Казарновский В.Д. Земляное полотно автомобильных дорог на слабых грунтах ... 271 с.

²⁸ Пособие по проектированию земляного полотна автомобильных дорог на слабых грунтах (к СНиП 2.05.02-85) ... 192 с.

²⁹ Пособие по проектированию земляного полотна автомобильных дорог на слабых грунтах ... 2004.

³⁰ Справочник инженера дорожника. Изыскания и проектирование автомобильных дорог 559 с.

³¹ ОДМ 218.4.4.002–2020. Методические рекомендации по использованию существующих насыпей из слабых и обводненных грунтов при реконструкции автомобильных дорог ... 80 с.

³² Евгеньев И.Е., Казарновский В.Д. Земляное полотно автомобильных дорог на слабых грунтах ...С. 100–116.

счет отжатия воздуха и воды. При решении этой задачи нужно определить время, требуемое для завершения консолидационных процессов. Для решения этих задач И.Е. Евгеньев и В.Д. Казарновский вводят понятия коэффициентов безопасности $k_{\text{без}}$ и стабильности $k_{\text{ст}}$, определяя их отношением безопасной $p_{\text{без}}$ и предельной нагрузок $p_{\text{пр}}$ к фактической нагрузке p_0 . В результате получены две формулы:

$$k_{\text{без}} = \frac{p_{\text{без}}}{p_0}; k_{\text{ст}} = \frac{p_{\text{пр}}}{p_0}. \quad (5)$$

Оговорив различия коэффициентов $k_{\text{без}}$ и $k_{\text{ст}}$, И.Е. Евгеньев и В.Д. Казарновский указывают, что величина коэффициента безопасности для основания насыпи определяется наименьшим значением коэффициента стабильности для горизонтов, расположенных в пределах этого основания. Эта мысль записывается формулами:

$$k_{\text{без}} = [k_{\text{ст. z.}}]_{\min} = [k_{\text{ст}}]_{\min. \min};$$

$$k_{\text{без}} = \frac{[p_{\text{пр}}]_{\min. \min}}{p_0} = \frac{p_{\text{без}}}{p_0}. \quad (6)$$

Зависимости (6) постулируют, что безопасную нагрузку на основании насыпи можно отыскать как наименьшее значение из предельных нагрузок для грунтовых горизонтов, слагающих основание насыпи. Постановка задачи вполне понятна, но дальнейшее решение дано кратко, в виде основных формул, без их вывода. По всей видимости авторы общепринятого решения посчитали, что арифметические выкладки, необходимые при выводе формулы для расчета безопасного давления на основание насыпи, тривиальны, и не стали их приводить в своей работе³³. Для тщательного анализа общепринятого решения нам понадобится вывод формулы безопасного давления, полученной И.Е. Евгеньевым и В.Д. Казарновским. Поэтому вначале приведем основные формулы, представленные в работе И.Е. Евгеньева и В.Д. Казарновского³⁴, а затем покажем вывод этих зависимостей. В процессе вывода

формул обратим внимание на их некоторые особенности, вызывающие замечания.

Приступая к решению задачи, И.Е. Евгеньев и В.Д. Казарновский пишут: «Нагрузку, вызывающую достижение условия предельного равновесия на некотором горизонте z (хотя бы в одной точке), можно определить, решая систему уравнений»³⁵.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} &= f_1 \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \\ \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} &= \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \sin \varphi + c \cdot \cos \varphi \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Далее И.Е. Евгеньев и В.Д. Казарновский указывают, что для нагрузки, распределенной по трапеции, первое уравнение системы (7) оказывается сложным. Поэтому общепринятое решение выполнено графоаналитическим способом с использованием ЭВМ. Расчет безопасного давления на основание насыпи выполняется по формулам:

$$p_{\text{без}} = \frac{c + \gamma \cdot z \cdot \tan \varphi}{\beta};$$

$$p_{\text{без}} = \frac{c + \gamma \cdot z \cdot \tan \varphi}{\beta} + q, \quad (8)$$

где γ – вес грунта, Н/м³; z – ордината рассматриваемого горизонта (точки), отсчитываемая от подошвы насыпи (от поверхности слабого основания) до рассматриваемого горизонта, м; q – интенсивность боковой пригрузки, Па; β – функция очертания эпюры нагрузки, определяемая по графикам.

В нашей статье формулы (8), так же, как и в работе И.Е. Евгеньева и В.Д. Казарновского³⁶, приведены сразу же после системы уравнений (7). В этом случае не прослеживается очевидной связи уравнений системы (7) и выведенных из нее формул (8). Авторы общепринятого решения не приводят математический вывод формул (8). Далее И.Е. Евгеньев и В.Д. Казарновский уточняют зависимости (8), говоря, что величину функции β следует принимать в виде значения $\beta_{\text{оп}}$, которое эта функция принимает в наиболее опасной точке. Благодаря этому утверждению формулы (8) принимают вид

³³ Евгеньев И.Е., Казарновский В.Д. Земляное полотно автомобильных дорог на слабых грунтах ... 271 с.

³⁴ Евгеньев И.Е., Казарновский В.Д. Земляное полотно автомобильных дорог на слабых грунтах ... С. 100–116.

³⁵ Евгеньев И.Е., Казарновский В.Д. Земляное полотно автомобильных дорог на слабых грунтах ... 101 с.

³⁶ Евгеньев И.Е., Казарновский В.Д. Земляное полотно автомобильных дорог на слабых грунтах ... 271 с.

$$p_{\text{без}} = \frac{c + \gamma \cdot z \cdot \tan \varphi}{\beta_{\text{оп}}};$$

$$p_{\text{без}} = \frac{c + \gamma \cdot z \cdot \tan \varphi}{\beta_{\text{оп}}} + q. \quad (9)$$

Далее авторы общепринятого решения первую зависимость формул (8) подставляют в выражение для расчета коэффициента безопасности. В этом случае получим

$$k_{\text{без}} = \left[\frac{p_{\text{пр}}(z)}{p_0} \right]_{\min} = \left[\frac{c + \gamma \cdot z \cdot \tan \varphi}{p_0 \cdot \beta} \right]_{\min}. \quad (10)$$

В зависимостях (10) коэффициент безопасности определяется минимальной величиной коэффициента стабильности, как это следует из формул (6). В данном случае вычисляется наименьшее значение правой части зависимостей (10), которое принимают за величину коэффициента безопасности. Разъясняя суть найденного решения, И.Е. Евгеньев и В.Д. Казарновский пишут³⁷: «В соответствии с принятым нами физическим смыслом коэффициента стабильности он должен определяться по следующей зависимости»

$$k_{\text{ст}} = \frac{c + \gamma \cdot z \cdot \tan \varphi}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \tan \varphi}. \quad (11)$$

Здесь мы отметим, что, следуя определенному алгоритму решения, формулу (11) можно вывести из уравнения предельного состояния критерия Мора – Кулона. Для такого вывода достаточно воспользоваться уравнением предельного состояния критерия Мора – Кулона, записанному в трактовке В.В. Соколовского (см. первое уравнение в таблице 1), система уравнений (7) для вывода выражения (11) не нужна. Из выражения (11) можно получить формулы (8) или (9).

Непосредственно перед выводом формул (11) и (8) обсудим систему уравнений (7). При этом внесем ясность, при каких условиях расчета приемлемо решение в главных осях. Также оговорим целесообразность решения системы уравнений (7) и возможность такого решения.

Анализируя уравнения (7), отметим, что решение задачи в главных осях для симметричной трапецевидной нагрузки возможно только в точках, принадлежащих оси симме-

трии насыпи, показанной на рисунке 2, а. Это объясняется тем, что ось симметрии насыпи совпадает с осью ординат прямоугольной системы и главной осью, вдоль которой возникает напряжение σ_1 . Но в этом случае необходимо правильно вычислять результирующие главные напряжения. Рассматривая рисунок 2, а, отметим, что для каждой из трех нагрузок определено направление напряжения σ_1 , перпендикулярно которому можно задать направление напряжения σ_3 . Каждое из этих главных напряжений действует на главную площадку, расположенную нормально к линии действия этого главного напряжения. Направление главных площадок для каждой из трех нагрузок различно, вследствие чего суммировать три максимальных и три минимальных главных напряжения нельзя. В этом случае решение следует выполнять в компонентах тензора напряжений, или, как еще говорят, в произвольно ориентированных осях. При таком подходе вычисляют результирующие компоненты тензора напряжений $\Sigma \sigma_z$, $\Sigma \sigma_x$ и $\Sigma \tau_{zx}$. Но из анализа изолиний касательных напряжений [9, 10, 11, 12], называемых сдвигами, следует, что эти напряжения концентрируются под краями нагрузки, распределенной по трапеции. Их величина уменьшается по мере приближения к оси трапецевидной насыпи. Причем для одной части насыпи касательные напряжения положительны, а для второй части этой насыпи – отрицательны [9, 10, 11, 12]. В точках оси симметрии насыпи касательные напряжения равны нулю [11, 12]. Поэтому при решении задачи об устойчивости основания насыпи в наиболее опасной точке, лежащей на оси симметрии нагрузки, касательные напряжения не учитывают. Но в точке, принадлежащей оси симметрии трапецевидной насыпи, результирующие главные напряжения нужно определять суммированием нормальных напряжений, возникающих в этой же точке от разных нагрузок. Результирующее максимальное главное напряжение вычисляется суммой трех нормальных вертикальных напряжений ($\sigma_1 = \Sigma \sigma_z$). А минимальное главное напряжение находят суммой трех нормальных горизонтальных напряжений ($\sigma_3 = \Sigma \sigma_x$).

Рассматривая возможность решения системы уравнений (7), отметим, что первое уравнение этой системы является постановкой задачи, которое постулирует, что максимальное касательное напряжение является некоторой

³⁷ Евгеньев И.Е., Казарновский В.Д. Земляное полотно автомобильных дорог на слабых грунтах ... 109 с.

функцией среднего нормального напряжения. Второе уравнение представляет собой один из возможных вариантов решения первого уравнения. В данном случае второе уравнение системы (7) представляет собой уравнение предельного состояния критерия Мора – Кулона, записанное в главных осях для полных напряжений, то есть без вычета порового давления. Помимо второго уравнения системы (7), первое уравнение имеет и другие известные решения. Наиболее точным решением является уравнение огибающей, которая строится к кругам предельных напряжений [13, 14]. Кроме уравнения огибающей можно воспользоваться приближением, проведя к кругам напряжений предельную прямую Кулона [15]. Построение предельной прямой является наиболее простым, но наименее точным приближением. В целях повышения точности приближения к кругам напряжений проводят кусочно-линейные функции³⁸, например, билинейную [16]. Таким образом, поставив задачу определенным образом, можно прийти либо к нелинейной зависимости касательного напряжения от средней величины нормального, либо к более простой линейной связи этих напряжений. Следовательно, второе уравнение системы (7), соответствующее предельному состоянию по критерию Мора – Кулона, является наиболее простым решением первого уравнения системы (7). В попытке совместного решения уравнений системы (7) смысла нет. Кроме того, второе уравнение системы (7) представляет собой критерий Мора – Кулона, он уже сам по себе является критерием расчета грунтового основания по сопротивлению сдвигу. Это уравнение, если и решают совместно с другими уравнениями, то только с дифференциальными уравнениями равновесия грунтовой среды, как это предусматривает теория предельного равновесия. Система уравнений теории предельного равновесия грунта называется канонической, она коренным образом отличается от системы (7). Поэтому подход к решению задачи в виде формулирования системы двух уравнений (7) является неверным, запутывающим специалистов. Например, показанное нами решение Н.П. Пузыревского опирается на критерий Мора – Кулона и формулы расчета напряжений, подставляемые в уравнение предельного состояния. Аналогично решается задача о проверке толщины дорожной одежды по сопротивлению сдвигу в грунте земляного

полотна. В этом решении вычисляют напряжения сдвига как эквивалентные напряжения условия Мора – Кулона. Этот подход в полной мере применим к выводу формулы (11).

По нашему мнению, целесообразно показать разницу в подходах к решению задачи об устойчивости грунтового основания к сдвигу, применяемыми специалистами дорожной отрасли и специалистами в области расчетов фундаментов. Рассматривая решение Н.П. Пузыревского, несложно заметить, что вначале вычисляются результирующие главные напряжения от давления, передаваемого фундаментом, и веса грунта основания. После этого результирующие главные напряжения поставляются в уравнение предельного состояния Мора – Кулона, которое решается относительно давления. Специалисты дорожной отрасли суммируют эквивалентные напряжения критерия Мора – Кулона, возникающие от внешней нагрузки и веса материала, расположенного выше рассматриваемой точки. В этом случае применение принципа суперпозиции силы распространяется на напряжения сдвига, а критерий Мора – Кулона записывается в виде

$$\sum_{i=1}^n T_i \leq c, \quad (12)$$

где i и n – порядковый номер и число нагрузок, T_i – напряжение сдвига (эквивалентное напряжение критерия Мора – Кулона) от i -й нагрузки, Па.

Для простых пояснений и дальнейших арифметических выкладок положим, что на рассматриваемую точку действует давление, передаваемое насыпью на основание и вес грунта основания, расположенного выше рассматриваемого горизонта. Тогда результирующее напряжение сдвига определится суммой эквивалентных напряжений критерия Мора – Кулона от двух нагрузок, то есть насыпи T_p и основания T_{oc} . В этом случае условие сопротивления сдвигу (12) примет вид

$$T_p + T_{oc} \leq c. \quad (13)$$

Решение задачи выполним для точек оси симметрии трапецевидной насыпи и проведем в главных осях, но помня, что $\sigma_1 = \Sigma \sigma_z$ и $\sigma_3 = \Sigma \sigma_x$. Тогда напряжения сдвига T_p и T_{oc} найдем по формулам:

³⁸ Ельцов Ю.А., Ельцов А.Ю. Прочность и устойчивость в сплошной среде ... 112 с.

$$T_p = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (14)$$

$$T_{oc} = \frac{\gamma \cdot z - \xi \cdot \gamma \cdot z}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\gamma \cdot z + \xi \cdot \gamma \cdot z}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi, \quad (15)$$

где ξ – коэффициент бокового давления.

Напряжения сдвига, определяемые по формулам (14) и (15), подставим в критерий сопротивления сдвигу (13). Тогда получим

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi + \frac{\gamma \cdot z - \xi \cdot \gamma \cdot z}{2 \cdot \cos \varphi} - \\ & - \frac{\gamma \cdot z + \xi \cdot \gamma \cdot z}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi \leq c. \end{aligned} \quad (16)$$

Критерий устойчивости к сдвигу (16) содержит коэффициент бокового давления, который в механике грунтов вычисляют либо с использованием гипотезы А. Динника³⁹, либо с применением гипотезы А. Гейма. В механике горных пород, помимо закона упругости А. Динника и закона гидростатики А. Гейма, применяются и другие математические представления для вычисления коэффициента бокового давления. Согласно закону упругости А. Динника коэффициент бокового давления находят из условия равенства нулю деформации бокового расширения. После преобразований приходят к выводу, что коэффициент бокового давления ξ является функцией коэффициента Пуассона μ и определяется по формуле

$$\xi = \frac{\mu}{1 - \mu}. \quad (17)$$

Как известно, максимальная величина коэффициента Пуассона составляет 0,5. В этом случае коэффициент бокового давления будет иметь наибольшую величину, равную единице. При равенстве коэффициента бокового давления единице ($\xi=1$) нормальные напряжения одинаковы. Это и есть закон гидростатики А. Гейма. Именно этот закон принимают для расчета слабых, как правило, водонасыщенных грунтов. Положив в критерии (16) $\xi=1$, получим

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi - \gamma \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi \leq c. \quad (18)$$

Если напряжения, возникающие в основании насыпи от действия веса грунта, рас-

положенного в этом основании над рассматриваемой точкой, перенести в правую часть критерий (18), то получим

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi \leq c + \gamma \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (19)$$

Разделив правую часть неравенства (19) на его левую часть, получим

$$\begin{aligned} 1 & \leq \frac{c + \gamma \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi} \quad \text{или} \\ & \frac{c + \gamma \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi} \geq 1. \end{aligned} \quad (20)$$

Сравнивая формулу (11) и выведенный критерий (20), можно заметить, что

$$k_{ct} = \frac{c + \gamma \cdot z \cdot \tan \varphi}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \tan \varphi} \geq 1. \quad (21)$$

Получив критерий устойчивости основания насыпи (21), процитируем И.Е. Евгеньева и В.Д. Казарновского⁴⁰, они пишут: «При $k_{ct} > 1$ в данной точке возникает допредельное состояние, при $k_{ct} < 1$ – запредельное и при $k_{ct} = 1$ – предельное». Из анализа формул (11) и (21) следует, что величина коэффициента стабильности является функцией глубины. Поэтому в расчете необходимо отыскать наименьшее значение этого коэффициента.

Теперь рассмотрим вывод формулы для расчета безопасного давления из формулы для расчета коэффициента стабильности. При этом выводе формул рассмотрим точки, принадлежащие оси симметрии нагрузки. В этих точках результирующие главные напряжения вычисляют суммированием соответствующих нормальных напряжений, то есть по формулам $\sigma_1 = \Sigma \sigma_z$ и $\sigma_3 = \Sigma \sigma_x$. В этих простых формулах главные и нормальные напряжения можно представить произведениями давления p и соответствующего коэффициента влияния ($K_1 = \Sigma K_z$ и $K_3 = \Sigma K_x$). Коэффициенты влияния учитывают геометрические характеристики насыпи и глубину расположения рассматриваемой точки в основании насыпи. Указанные нами действия можно записать уравнениями

³⁹ Динник А.Н. О давлении горных пород и расчет крепи круглой шахты // Инженерный работник. 1925. № 7. С. 1–12.

⁴⁰ Евгеньев И.Е., Казарновский В.Д. Земляное полотно автомобильных дорог на слабых грунтах ... 100 с.

$$k_{\text{ст}} = \frac{c + \gamma \cdot z \cdot \tan \varphi}{\frac{\sum \sigma_z - \sum \sigma_x}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sum \sigma_z + \sum \sigma_x}{2} \cdot \tan \varphi} =$$

$$= \frac{c + \gamma \cdot z \cdot \tan \varphi}{\frac{p \cdot \sum K_z - p \cdot \sum K_x}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{p \cdot \sum K_z + p \cdot \sum K_x}{2} \cdot \tan \varphi} \quad (22)$$

Давление p является общим множителем, который выносится за скобки, а оставшаяся в скобках функция коэффициентов влияния $\sum K_z$ и $\sum K_x$ численно равна функции β . Выполним эти действия, получим

$$k_{\text{ст}} = \frac{c + \gamma \cdot z \cdot \tan \varphi}{p \cdot \left(\frac{\sum K_z - \sum K_x}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sum K_z + \sum K_x}{2} \cdot \tan \varphi \right)} =$$

$$= \frac{c + \gamma \cdot z \cdot \tan \varphi}{p \cdot \beta} \quad (23)$$

Рассматривая формулу (23), можно утверждать, что в наиболее опасной точке оси симметрии трапецевидной нагрузки функция β приобретет наибольшее значение β_{max} . В этом случае решение уравнения (23) относительно давления p определит безопасную нагрузку

$$p_{\text{без}} = \frac{c + \gamma \cdot z \cdot \tan \varphi}{k_{\text{ст}} \cdot \beta_{\text{max}}} \quad (24)$$

При величине коэффициента стабильности $k_{\text{ст}}$, равной единице, формула (24), совпадает с первой формулой (9). Проведя дополнительные рассуждения в формуле (24), можно учесть боковую пригрузку. Таким образом, из зависимости (11) мы получили формулу (24), совпадающую с решением Евгеньева – Казарновского.

Сделанные нами арифметические выкладки показывают, что вывод формул для расчета коэффициента стабильности (21) и безопасного давления (24) требует подстановки в условие пластичности Мора – Кулона формул теории упругости для расчета напряжений, а система уравнений (7) не нужна. Рассматривая показанное нами решение, отметим, что оно справедливо при вычислении коэффициента бокового давления по формуле (17). Но известны и другие решения, согласно которым коэффициент бокового давления является функцией угла внутреннего трения. Обзор

данных зависимостей выполнен Л.А. Строковой [17]. Авторы большинства таких формул полагают, что коэффициент бокового давления равен единице при нулевой величине угла внутреннего трения. Здесь возникает противоречие, состоящее в том, что при выводе формул (21) и (24) мы положили $\xi=1$, полагая $\varphi>0$. Но большинство функциональных зависимостей $\xi=f(\varphi)$, полученных для нормально уплотненных грунтов, постулируют, что $\xi=1$ только при $\varphi=0$. Поэтому рассчитывая коэффициент бокового давления как функцию угла внутреннего трения, в зависимостях (21) и (24) необходимо положить $\varphi=0$. В этом случае критерий Мора – Кулона превращается в третью теорию прочности с одним параметром сопротивления сдвигу, а зависимости (21) и (24) примут другой вид. По В.В. Соколовскому таким сопротивлением сдвигу обладает идеально связная среда, у которой сцепление больше нуля, а угол внутреннего трения равен нулю. Казалось бы, что в этом случае особой проблемы нет, нужно просто изменить формулы (21) и (24), приняв в них $\varphi=0$, но это противоречит модели упрочнения грунта, используемой в критерии Мора – Кулона. Согласно этой модели $\varphi=0$ только при $c=0$. Для устранения этого недостатка необходимо изменить гипотезу упрочнения, применяемую в критерии Мора – Кулона.

Тем не менее решение Евгеньева – Казарновского применимо к достаточно большой номенклатуре грунтов и позволяет вычислить безопасное давление на слабое основание с достаточной для этих случаев точностью. По этой причине решение Евгеньева – Казарновского является общепринятым.

В завершении анализа решения Евгеньева – Казарновского отметим, что специалисты по-разному определяют расстояние до расчетного горизонта z . В правильной трактовке величина z представляет собой расстояние, измеряемое по оси симметрии трапецевидной нагрузки от точки, взятой на поверхности слабого основания, то есть на подошве насыпи до наиболее опасной точки, расположенной в слабом основании. Схожая трактовка величины z приведена в пособиях^{41,42}, в которых указано, что z является глубиной рассматриваемого горизонта от поверхности земли. Обратим внимание, что методика определения

⁴¹ Пособие по проектированию земляного полотна автомобильных дорог на слабых грунтах (к СНиП 2.05.02–85) ... 92 с.

⁴² Пособие по проектированию земляного полотна автомобильных дорог на слабых грунтах. ... 2004.

величины z по пособиям^{43,44} не опирается на понятие наиболее опасной точки. Но согласно этим пособиям величина функции β , определяемая графическим способом, зависит от глубины z . Поэтому при расчете любого грунтового слоя слабого основания имеется возможность определения такой величины функции $\beta_{\text{он}}$, при которой безопасное давление для этого слоя будет наименьшим. В этом случае ордината z будет ничем иным, как расстоянием до наиболее опасной точки $z_{\text{он}}$. В ОДМ 218.4.4.002–2020 приведено упрощенное определение величины $z_{\text{он}}$. Согласно трактовке величины z , приведенной в ОДМ 218.4.4.002–2020, она является глубиной расположения середины расчетного слоя в основании насыпи. Следовательно, по ОДМ 218.4.4.002–2020 местоположение наиболее опасной точки принимается в середине рассматриваемого слоя. Согласно примерам расчета устойчивости слабого основания, представленным в учебном пособии В.И. Пур-

кина⁴⁵, глубина расчетного горизонта принимается на нижней границе рассматриваемого слоя. Таким образом, мнения специалистов дорожной отрасли о местоположении расчетного горизонта (наиболее опасной точки) в рассматриваемом грунтовом слое слабого основания разнятся. Поэтому задача определения местоположения наиболее опасной точки внутри расчетного слоя слабого основания актуальна. Эту задачу можно решить построением эпюры результирующего напряжения сдвига, вычисляемому по формуле (16) при использовании закона А. Динника или зависимости (18) при применении закона А. Гейма. В данном случае наиболее опасной точкой будет точка с наибольшим напряжением сдвига. Таким образом, представленный нами алгоритм вывода формулы Евгеньева – Казарновского содержит решение задачи о глубине залегания наиболее опасной точки.

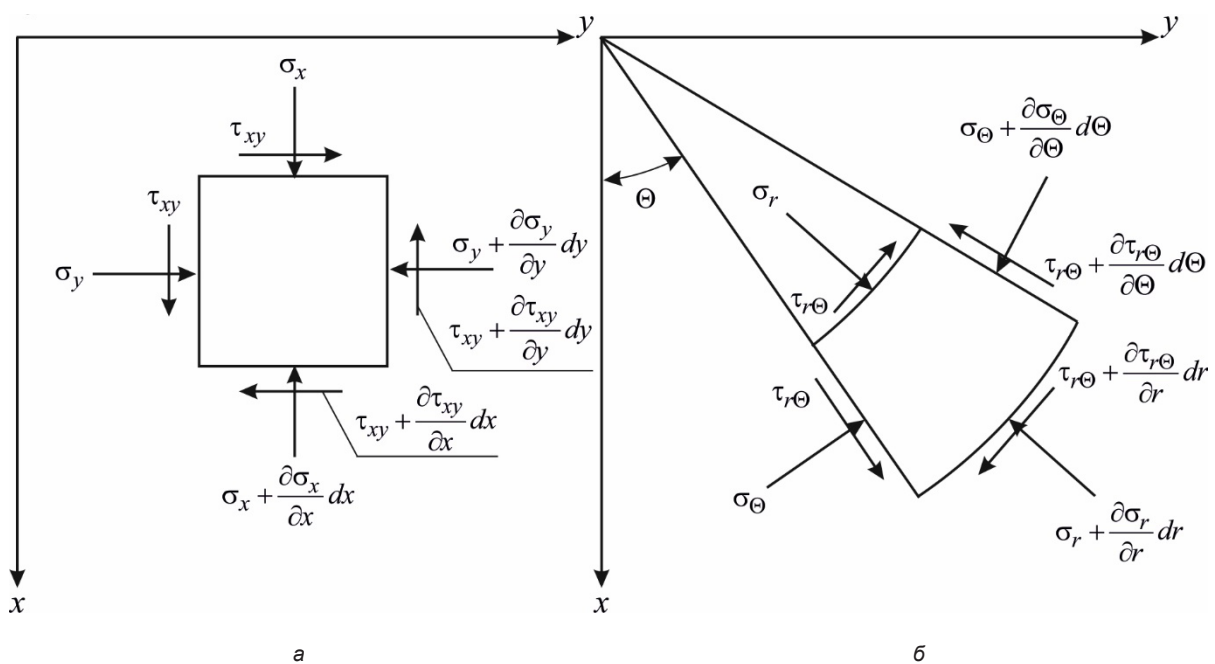


Рисунок 3 – Схема равновесия элементарного объема сыпучей среды:
а – в прямоугольной системе координат; б – в полярной системе координат
Источник: заимствован из работы М.В. Малышева⁴⁶.

Figure 3 – The equilibrium scheme of the elementary volume of the bulk granular environment:
a – in a rectangular coordinate system; b – in a polar coordinate system
Source: borrowed from the work of M.V. Malyshev.

⁴³ Пособие по проектированию земляного полотна автомобильных дорог на слабых грунтах (к СНиП 2.05.02–85) ... 92 с.

⁴⁴ Пособие по проектированию земляного полотна автомобильных дорог на слабых грунтах. ... 2004.

⁴⁵ Пуркин В.И. Проектирование дорог в болотистой местности: учебное пособие ... 84 с.

⁴⁶ Малышев М.В. Приближенное решение плоской задачи теории предельного равновесия сыпучей среды ... 5 с.

Таблица 3

Математические и физические уравнения канонической системы по М.В. Малышеву
Источник: заимствован из работы М.В. Малышева⁴⁷.

Table 3

Mathematical and physical equations of the canonical system
Source: taken from the work of M.V. Malyshev (see footnote 24)

Система координат	Математические и физические уравнения канонической системы, определяющие ее предельное равновесие
Прямоугольная	$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \gamma; \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0; \quad \frac{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \cdot \tau_{xy}^2}}{\sigma_x + \sigma_y + 2 \cdot c \cdot \operatorname{ctg} \varphi} = \sin \varphi$
Полярная	$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \gamma \cdot \cos \theta; \quad \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2 \tau_{r\theta}}{r} = -\gamma \cdot \sin \theta;$ $\frac{\sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 4 \cdot \tau_{r\theta}^2}}{\sigma_r + \sigma_\theta + 2 \cdot c \cdot \operatorname{ctg} \varphi} = \sin \varphi$

Другим вариантом решения задачи об устойчивости слабого основания является теория предельного равновесия грунта (ТПРГ). Методы расчета грунтовых оснований, полученные применением этой теории, включают в себя как точные аналитические решения, так и приближенные. В нашей стране ТПРГ начала развиваться в 30-х – 40-х годах 20 в. Подчеркивая актуальность работ, выполненных в рамках этой теории, достаточно сказать, что первое издание книги⁴⁸ В. В. Соколовского вышло в свет в 1942 г. В.В. Соколовский нашел общее решение для целого ряда задач. Метод В.В. Соколовского основан на введении в дифференциальные уравнения новых переменных, посредством которых уравнения приведены к каноническому виду. Дифференциальные уравнения равновесия элементарного объема грунтовой среды (точки) записывают в прямоугольных или полярных координатах. Расчетные схемы равновесия точки грунта в прямоугольной и полярной системе координат приведены на рисунке 3, который заимствован из работы М.В. Малышева⁴⁹.

Из анализа расчетных схем, показанных на рисунке 3, вытекают дифференциальные уравнения равновесия плоской задачи. Эти уравнения дополняются физическим уравне-

нием предельного равновесия, которое принимают из критерия Мора – Кулона. Таким образом, для решения плоской задачи имеется каноническая система уравнений, состоящая из двух математических дифференциальных уравнений равновесия и одного физического алгебраического уравнения предельного состояния, полученного из критерия Мора – Кулона. Уравнения канонической системы приведены в таблице 3, они заимствованы из работы М.В. Малышева⁵⁰.

Можно сказать, что появление канонической системы уравнений и обобщающего метода В.В. Соколовского разделяет решения теории предельного равновесия грунта на две части. Первую часть составляют решения, полученные без явного привлечения канонической системы уравнений. Для таких решений через грунтовой массив проводят линию скольжения, отделяющую часть земляного сооружения. Решения, полученные таким способом, иногда называют методом поверхностей скольжения. Рассматривая историю развития данного метода, следует отметить изменение представлений специалистов о форме поверхности скольжения.

В начале становления этого метода полагалось, что поверхность скольжения можно

⁴⁷ Малышев М.В. Приближенное решение плоской задачи теории предельного равновесия сыпучей среды ... 50 с.

⁴⁸ Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. М.: Изд-во Акад. наук СССР, 1942. 208 с.

⁴⁹ Малышев М.В. Приближенное решение плоской задачи теории предельного равновесия сыпучей среды. М.: Изд-во ВОДГЕО, 1957. 50 с.

⁵⁰ Малышев М.В. Приближенное решение плоской задачи теории предельного равновесия сыпучей среды ... С. 5–7.

составить из прямолинейных отрезков. В последствие это приближение отвергли, найдя решения для круглоцилиндрической поверхности. В отсеченной круглоцилиндрической поверхностью скольжения части земляного сооружения возникают две грунтовые области. Одна область стремится сдвинуть грунт по линии скольжения, а другая часть, наоборот, удерживает массив. В этом случае наиболее часто применяются приближенные решения, основанные на разбиении отсеченной линией скольжения части грунтового массива на отдельные элементы (отсеки). Далее, рассматривая каждый элемент, определяют, к какому классу (сдвигающих или удерживающих) относятся создаваемые им усилия или моменты. Сдвигающие силы или моменты суммируются. Отдельно от них суммируются удерживающие силы или моменты. Рассчитывая отношение суммы удерживающих моментов или сил к сумме сдвигающих моментов или сил, вычисляют величину коэффициента устойчивости. Далее величину коэффициента устойчивости сравнивают с предельным значением. На основании этого делают вывод об устойчивости призмы выпирания, или, наоборот, о сдвиге этой призмы по рассматриваемой линии скольжения. В этом случае уравнения канонической системы не применяются, но равновесие призмы выпирания обеспечивается при расчете коэффициента устойчивости.

Таким образом, метод круглоцилиндрических поверхностей скольжения применяют для решения задач об устойчивости откосов и оснований земляных сооружений. Этот метод широко известен и распространен. Но для точного определения сумм удерживающих и сдвигающих сил важно, чтобы предполагаемая поверхность скольжения совпадала с фактической, по которой происходит обрушение. Круглоцилиндрическая поверхность является криволинейной, но она отличается по форме от фактической поверхности скольжения. Поэтому появились работы, в которых поверхность скольжения задавали кривой, отличающейся от формы круглоцилиндрической поверхности. Формы поверхности скольжения давали

в виде: ломаной, сложного криволинейного очертания, кубического сплайна, логарифмической спирали. Классификация решений, полученных методом поверхностей скольжения, приводится в работе А.В. Жабко [18].

Отличие формы поверхности скольжения от составленной из прямых отрезков и круглоцилиндрической поверхности следует из результатов экспериментов, в которых для наглядности фотографировались траектории движения частиц. Первым такие фотографии сделал В.И. Курдюмов⁵¹. Отдавая должное методу фотографической фиксации положения грунтовых частиц, М.В. Малышев в работе [19], дословно цитируя В.И. Курдюмова, писал: «Если фотографировать в течение нескольких секунд песок, заключенный в сосуде со стеклянной стенкой и подвергаемый раздавливанию стержнем ..., то те песчинки, которые при этом остаются в покое, должны выйти на фотографии вполне резко, отчетливо, тогда как изображения песчинок, двигавшихся при фотографировании, должны оказаться не резкими, размазанными. Вся совокупность размазанных изображений должна определить собою фигуру призмы выпирания, а граница между изображениями, размазанными и резкими, кривую скольжения призмы выпирания».

Метод фотофиксации В.И. Курдюмова получил признание и развитие. Так был разработан метод цветных полосок, состоящий в том, что при изготовлении грунтовой модели в нее закладываются полоски из того же грунта, но окрашенного красителем. При приложении нагрузки грунтовая модель деформируется, вместе с ней деформируются и цветные полоски. По конфигурации цветных полосок можно судить о форме поверхности скольжения. Такие эксперименты выполняются в настоящее время, в качестве примера приведем кандидатские диссертации А.Л. Калинина⁵² и М.В. Шохирева⁵³. Фотографии, сделанные авторами обеих диссертаций, показывают, что линия скольжения криволинейна. Согласно М.В. Шохиреву местоположение точек, принадлежащих линии скольжения, наилучшим образом описывается уравнением логарифмической спирали.

⁵¹ Курдюмов В.И. К вопросу о сопротивлении естественных оснований. Фотографический способ исследования процесса разрушения песчаного слоя под влиянием местной нагрузки. Вторая публичная лекция, прочитанная в зале Института инженеров путей сообщения 11 декабря 1889 г. СПб, Тип. Эрлих, 1891.

⁵² Калинин А.Л. Совершенствование расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу в песчаных грунтах: дис. ... канд. техн. наук по специальности 2.1.8. Омск: ФГБОУ ВО «СибАДИ», 2024. 317 с.

⁵³ Шохирев М.В. Определение несущей способности двухслойных оснований фундаментов аналитическими и численными методами: дис. ... канд. техн. наук по специальности 2.1.2. Новосибирск: ФГБОУ ВО «СГУПС», 2024. 164 с.

Решения, полученные применением ТРПГ, предназначены для расчета предельных давлений на однослойное основание. М.В. Шохирев⁵⁴ пишет: «Что касается двухслойных оснований, имеются решения только для основания с жестким подстилающим слоем. ... Решение для двухслойного основания статическим методом ТРПГ получить не удастся». В настоящее время М.В. Шохирев совместно с проф. А.М. Карауловым и проф. К.В. Королевым [20, 21, 22] получили решение о несущей способности двухслойных оснований фундаментов. В этих решениях рассмотрены случаи расположения линии скольжения как в верхнем, так и нижнем слое двухслойного основания, а также на границе раздела слоев.

Основания дорожных насыпей, как правило, представлены несколькими грунтовыми слоями, из которых, по крайней мере, часть сложена слабыми грунтами. Такие условия залегания слабых грунтов в основаниях дорожных насыпей сдерживают применение решений теории предельного равновесия грунта в области проектирования земляного полотна автомобильных дорог. Тем не менее до появления решения Евгеньева – Казарновского специалисты дорожной отрасли определяли предельное давление на основание насыпи по известной формуле Прандтля – Рейснера. Двухчленная зависимость Прандтля – Рейснера является фундаментальной в теории предельного равновесия грунта. Развитием этого решения стала трехчленная зависимость К. Терцаги, к которой можно привести любое аналитическое решение. Теоретическое обоснование этой трехчленной зависимости приведено в работах К.В. Королева в статье [23] и докторской диссертации⁵⁵.

В настоящее время при решении задач этим методом выделяют два разных случая. В первом случае основание стабилизировано, вследствие чего закон Кулона или уравнение предельного состояния критерия Мора – Кулона записывают в полных напряжениях.

Во втором случае основание рассматривают как нестабилизированное, в котором возникает поровое давление. В этом случае задачу решают в эффективных напряжениях, а в качестве параметров сопротивления сдвигу применяют эффективные сцепление и угол внутреннего трения, которые вводят в закон Кулона или уравнение предельного состояния Мора – Кулона. Отметим, что круг задач, решаемых применением теории предельного равновесия грунта, постоянно расширяется. Обзор таких решений можно посмотреть в первых главах докторских диссертаций А.М. Караулова⁵⁶ и К.В. Королева.

Рассматривая применение численных методов строительной механики к расчету оснований насыпей, следует отметить, что ввиду наличия программного обеспечения они являются наиболее популярными. Компьютерные программы получили широкое распространение как в инженерной практике, так и научных исследованиях, в том числе диссертационных. Говоря о методе конечных элементов (МКЭ), следует отметить, что он наиболее востребован из всех численных методов. Истоки становления МКЭ связывают с работами Дункана и Коллара, опубликованными в 1934⁵⁷ и 1935⁵⁸ гг. В этих работах введены понятия матриц жесткости, демпфирования и инерции, а также предложен метод решения задач о колебаниях применением алгебры матриц. Также нужно отметить, что пионеры, создававшие численные методы расчета, не ориентировались на проектирование строительных конструкций, и, в частности на расчет слабого основания насыпей. Так W.J. Duncan и Collar A.R., работая совместно с R.A. Frazer, занимались колебаниями, исследуя вибрирование (flutter) крыла самолета. Но так как численные методы строительной механики, так же, как и вариационные принципы механики сплошной среды, обладают большой универсальностью, то благодаря усилиям специалистов эти методы и принципы стали применяться при расчете строительных конструкций и грунтовых оснований. Наи-

⁵⁴ Шохирев М.В. Определение несущей способности двухслойных оснований фундаментов аналитическими и численными методами ... 14 с.

⁵⁵ Королев К.В. Несущая способность оснований в стабилизированном и нестабилизированном состоянии: дис. ... д-ра техн. наук по специальности 05.23.02. Санкт-Петербург, 2015. 326 с.

⁵⁶ Караулов А.М. Несущая способность оснований осесимметричных фундаментов зданий и сооружений: дис. на соиск. ... д-ра техн. наук по специальности 05.23.02. Новосибирск, 2008. 291 с.

⁵⁷ Duncan W. J., Collar, A. R. A method for the solution of oscillations problems by matrices. Philosophical Magazine. 1934. Series, 7, 17, pp. 865–885.

⁵⁸ Duncan W. J., Collar, A. R. Matrices applied to the motions of damped systems. Philosophical Magazine. 1935. Series 7, 19, pp. 197–214.

большую универсальность из всех численных методов имеет МКЭ, он заложен во многих программных продуктах, позволяющих производить, в том числе расчеты слабых оснований грунтовых сооружений. МКЭ относится к сетчатым методам, а главным элементом сетки являются узлы. Каждый узел обладает степенями свободы, характеризующими его положение в пространстве. В статических задачах положение узла в пространстве описывают тремя линейными и тремя угловыми перемещениями, понимая под ними смещения вдоль осей (x , y и z) и углы поворота относительно этих же осей. При решении динамических задач количество степеней свободы может возрасти до восемнадцати, здесь к упомянутым линейным и угловым перемещениям добавлены их скорости и ускорения, то есть производные по времени первого и второго порядка. Для узлов сетки составляют уравнения равновесия, учитывая в них силы инерции, компоненты матриц жесткости, примыкающих к узлу элементов, а также перемещения узлов, принадлежащих элементам. Точность метода зависит от размера ячейки сетки, определяющей количество узлов. При стремлении площади ячейки к нулю число узлов возрастает до бесконечности. В этом случае расчет по МКЭ сходится к аналитическому математически строгому решению. При уменьшении ячейки сетки трудоемкость расчета возрастает, но, как мы заметили, решение инженерных задач должно обладать достаточной точностью, а не максимальной. Поэтому специалисты, использующие компьютерные расчеты МКЭ, стремятся подобрать размер ячейки сетки так, чтобы точность расчета была приемлема, а трудоемкость для этой приемлемой точности была бы минимальной. Казалось бы, все хорошо и замечательно, но А.М. Караулов и К.В. Королев обратили внимание на то, что между результатами расчета предельных нагрузок на основание по МКЭ и точному решению ТПРГ имеются отличия. Эти различия описаны К.В. Королевым и А.М. Карауловым в работе⁵⁹, в которой подмечено две детали. Первая деталь состоит в том, что осадка, вычисленная по МКЭ, на графике «давление–осадка» существенно выходит за пределы, характерные для расчета по ТПРГ. Вторая деталь состоит в том, что в некоторых зонах грунтового основания при расчете по МКЭ имеет место существен-

ное нарушение условий равновесия. В 2022 г. А.М. Караулов, К.В. Королев и А.О. Кузнецов опубликовали статью [24], в которой выполнили детальное сопоставление результатов расчета по точному решению ТПРГ и по МКЭ в программных комплексах PLAXIS и MIDAS. В результате авторы работы [24] установили, что поля напряжений, рассчитанные МКЭ, не всегда удовлетворяют требованиям равновесия. В выводах А.М. Караулов, К.В. Королев и А.О. Кузнецов пишут: «Применение МКЭ к расчету несущей способности оснований требует повышенного внимания особенно в том, что касается характера и развития областей пластических деформаций и выполнения условий равновесия». Таким образом, применение МКЭ к расчету предельной нагрузки требует выбора программного продукта, то есть оценки возможности применения данного комплекса к решаемой задаче. Для этого нужно убедиться, что уравнения равновесия будут соблюдены во всех зонах грунтового основания. Применение популярных программных комплексов PLAXIS и MIDAS требует повышенного внимания, что нам убедительно показали авторы статьи [24].

Подводя итог нашему анализу, скажем, что мы осознаем успехи специалистов, работающих в каждом из рассмотренных направлений. Безусловно, поиск новых решений необходим, но актуальность работ, направленных на совершенствование нормативных методов расчета, также бесспорна. По этой причине авторы предпримут попытку модификации классического решения Евгеньева – Казарновского.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Решения задачи о первой критической нагрузке на слабое основание будем базировать на критерии Мора – Кулона в произвольно ориентированных осях. Но форма записи этого критерия должна быть такова, чтобы в левой части находилось эквивалентное напряжение (напряжение сдвига), а в правой части сцепление. Для этого воспользуемся критерием Мора – Кулона для реального грунта, записанного в главных напряжениях (см. таблицу 1), и формулами расчета главных напряжений через компоненты тензора. Критерий Мора – Кулона в главных осях для реального грунта записывают в виде, предложенном В.В. Соколовским, а именно

⁵⁹ Королев К. В., Караулов А. М. Об определении предельной нагрузки в упругопластических расчетах грунтовых оснований методом конечных элементов // Геотехника: актуальные теоретические и практические проблемы / Межвуз. тем. сб. тр. / СПбГАСУ. СПб.: СПбГАСУ, 2007. С. 102–107.

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi \leq c. \quad (25)$$

Формулы для вычисления главных напряжений, девиатора и суммы главных напряжений через компоненты тензора хорошо известны, они имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4 \cdot \tau_{zx}^2}; \\ \sigma_3 &= \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4 \cdot \tau_{zx}^2}. \end{aligned} \quad (26)$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4 \cdot \tau_{zx}^2}. \quad (27)$$

$$\sigma_1 + \sigma_3 = \sigma_z + \sigma_x. \quad (28)$$

Применение формул (27) и (28) в критерии Мора – Кулона (25) позволяет заменить девиатор и сумму главных напряжений их величинами, выраженными через компоненты тензора. Сделав такую замену, получим

$$\frac{\sqrt{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4 \cdot \tau_{zx}^2}}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi \leq c. \quad (29)$$

Так как в критерии (29) результирующие компоненты тензора напряжений необходимо определять суммированием соответствующих

компонент, возникающих от действия каждой из трех нагрузок (см. рисунок 2, а), то критерий (29) перепишем в виде

$$\frac{\sqrt{(\sum \sigma_z - \sum \sigma_x)^2 + 4 \cdot \sum \tau_{zx}^2}}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sum \sigma_z + \sum \sigma_x}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi \leq c. \quad (30)$$

В точках основания, принадлежащих оси симметрии, нагрузки касательные напряжения равны нулю. Поэтому в этих точках критерий (30) примет вид

$$\frac{\sum \sigma_z - \sum \sigma_x}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sum \sigma_z + \sum \sigma_x}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi \leq c. \quad (31)$$

Таким образом, неравенство (30) является критерием Мора – Кулона для оценки сопротивления сдвигу на площадке, проведенной через любую произвольно взятую точку слабого основания насыпи. Критерий (31) – это частный случай неравенства (30), он применим только к точкам, принадлежащим оси симметрии нагрузки.

Компоненты тензора напряжений от прямоугольной нагрузки вычисляются по формулам Мичелла, они приведены в таблице 2. Формулы для расчета компонент тензора напряжений от нагрузки, распределенной по бесконечной гибкой полосе по закону треугольника, приведены в таблице 4.

Таблица 4
Расчет напряжений полосовой нагрузки, распределенной по закону треугольника
Источник: составлено авторами.

Table 4
Calculation of band-pass load stresses distributed according to the triangle law
Source: compiled by the authors.

Расчетная схема к решению задачи	Формулы расчета напряжений компонент тензора напряжений
	$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{p}{\pi} \cdot \left(\alpha \cdot \frac{x}{b} - \frac{1}{2} \sin 2 \cdot \beta \right); \\ \sigma_x &= \frac{p}{\pi} \cdot \left[\alpha \cdot \frac{x}{b} - \frac{z}{b} \cdot \ln \frac{R_1^2}{R_2^2} \sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 2 \cdot \beta \right]; \\ \tau_{xz} &= \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left(1 + \cos 2 \cdot \beta - 2 \cdot \frac{z}{b} \cdot \alpha \right), \end{aligned}$
где p, α и β – параметры аналогичные, поясненные в таблице 2; R_1 и R_2 – кратчайшие расстояния от соответствующего края нагрузки до рассматриваемой точки, с другой стороны, R_1 и R_2 – это гипотенузы двух прямоугольных треугольников	

Рассматривая правила определения компонент тензора напряжений по формулам таблиц 2 и 4, следует отметить два обстоятельства.

Первое: необходимо обращать внимание на начало отчета. Для симметричных нагрузок, таких как нагрузка, распределенная по бесконечной полосе по закону прямоугольника (см. схему в таблице 2), начало отчета находится в точке, лежащей на поверхности основания и принадлежащей оси симметрии нагрузки. В этой точке значение координат x и z равно нулю. Для несимметричных нагрузок, например, для нагрузки, распределенной по бесконечной полосе по закону треугольника, начало отчета расположено на краю нагрузки.

Второе: формулы таблиц 2 и 4 не являются единственным вариантом определения компонент напряжений от нагрузок, распределенных по бесконечной полосе. Дело в том, что во всех представлениях формулах угол видимости нагрузки α определяется одинаково, но правила определения второго угла β в формулах разных авторов могут отличаться. Например, в таблице 5 приведена расчетная схема и формулы для вычисления компонент тензора напряжений от полосовой нагрузки, изменяющейся по закону прямоугольника, в которых используются углы α и β_0 .

Сравнивая правила отчета углов β и β_0 , показанных на расчетных схемах в таблицах 2 и 5, несложно заметить, что величина этих углов различна, но значения углов связаны. Один из

данных углов можно определить через другой угол и половину угла видимости. Несложно заметить, что

$$\beta_0 = \beta + \frac{\alpha}{2}; \quad \beta = \beta_0 - \frac{\alpha}{2}. \quad (32)$$

Обратим внимание, что подстановка первой формулы (32) в зависимости таблицы 5 позволяет выполнить их преобразование формулы в таблице 2. Показывая эти преобразования, получим

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{p}{\pi} \cdot \left\{ \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \left[2 \cdot \left(\beta + \frac{\alpha}{2} \right) \right] \right\} = \\ &= \frac{p}{\pi} \cdot \left[\alpha + \sin \alpha \cdot \cos (2 \cdot \beta + \alpha) \right] \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{p}{\pi} \cdot \left\{ \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \left[2 \cdot \left(\beta + \frac{\alpha}{2} \right) \right] \right\} = \\ &= \frac{p}{\pi} \cdot \left[\alpha - \sin \alpha \cdot \cos (2 \cdot \beta + \alpha) \right] \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= \frac{p}{\pi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \left[2 \cdot \left(\beta + \frac{\alpha}{2} \right) \right] = \\ &= \frac{p}{\pi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin (2 \cdot \beta + \alpha) \end{aligned} \quad (35)$$

Таблица 5

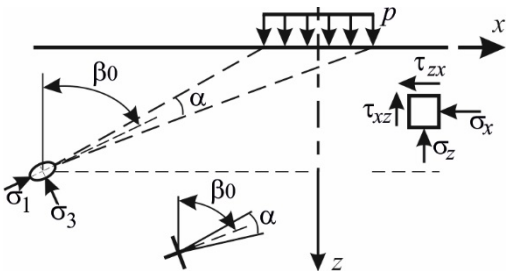
Расчет напряжений от полосовой нагрузки, распределенной по закону прямоугольника

Источник: составлено авторами.

Table 5

Calculation of stresses from a band-pass load distributed according to the rectangle law

Source: compiled by the authors.

Расчетная схема к решению задачи	Формулы расчета напряжений компонент тензора напряжений
	$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{p}{\pi} \cdot \left[\alpha + \sin \alpha \cdot \cos (2 \cdot \beta_0) \right]; \\ \sigma_x &= \frac{p}{\pi} \cdot \left[\alpha - \sin \alpha \cdot \cos (2 \cdot \beta_0) \right]; \\ \tau_{xz} &= \frac{p}{\pi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin (2 \cdot \beta_0) \end{aligned}$
где β_0 – угол между прямой параллельной оси ординат и биссектрисой углов видимости, как показано на расчетной схеме, радиан	

Аналогично если вторую формулу (32) подставить в зависимости таблицы 2, то получим выражения таблицы 5. Следовательно, формулы таблиц 2 и 5 тождественны. Такие тождественные формулы есть для полосовой треугольной нагрузки. Поэтому можно использовать любые формулы, но нужно обращать внимание на углы β , β_0 и им подобные. Дело в том, что определение этих углов выполняют из тригонометрии прямоугольных треугольников, но для определения углов β и β_0 , показанных в таблицах 2 и 5, используются разные прямоугольные треугольники. Поэтому после выбора формул для расчета компонент тензора напряжений плоской задачи необходимо проанализировать расчетную схему и получить формулы для определения углов β или β_0 , а также угла видимости α . Сделав это для прямоугольной и треугольных нагрузок нужно просуммировать соответствующие компоненты тензоров напряжений. Специалистам дорожной отрасли можно воспользоваться книгой И.Е. Евгеньева и В.Д. Казарновского⁶⁰, в которой наши старшие коллеги уже решили эту задачу, дав результирующие компонент тензора напряжений в виде

$$\frac{\sigma_z}{p} = \frac{1}{n \cdot \pi} \cdot [n \cdot (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + (\alpha_1 + \alpha_3) + d \cdot (\alpha_1 - \alpha_3)] \quad (36)$$

$$\frac{\sigma_x}{p} = \frac{1}{n \cdot \pi} \cdot \left[n \cdot (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + (\alpha_1 + \alpha_3) + d \cdot (\alpha_1 - \alpha_3) - 2 \cdot g \cdot \ln \frac{R_1 \cdot R_4}{R_2 \cdot R_3} \right] \quad (37)$$

$$\frac{\tau_{xz}}{p} = -\frac{g}{n \cdot \pi} \cdot (\alpha_1 - \alpha_3) \quad (38)$$

где n, d и g – параметры, зависящие от геометрических характеристик насыпи и координат x и z .

$$n = \frac{2 \cdot b}{B}; \quad d = \frac{x}{B/2} = \frac{2 \cdot x}{B}; \quad g = \frac{z}{B/2} = \frac{2 \cdot z}{B}. \quad (39)$$

Правая часть формул (36)–(38) является результирующим коэффициентом влияния

для каждой компоненты тензора напряжений трапециевидной нагрузки. С учетом коэффициентов влияния расчет напряжений можно представить произведением двух величин. В этом случае будут справедливы формулы

$$\sum \sigma_z = p \cdot \sum K_z; \quad \sum K_z = \frac{1}{n \cdot \pi} \cdot [n \cdot (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + (\alpha_1 + \alpha_3) + d \cdot (\alpha_1 - \alpha_3)] \quad (40)$$

$$\sum \sigma_x = p \cdot \sum K_x; \quad \sum K_x = \frac{1}{n \cdot \pi} \cdot \left[n \cdot (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + (\alpha_1 + \alpha_3) + d \cdot (\alpha_1 - \alpha_3) - 2 \cdot g \cdot \ln \frac{R_1 \cdot R_4}{R_2 \cdot R_3} \right] \quad (41)$$

$$\sum \tau_{xz} = p \cdot \sum K_{xz}; \quad \sum K_{xz} = -\frac{g}{n \cdot \pi} \cdot (\alpha_1 - \alpha_3). \quad (42)$$

При расчете слабого основания насыпи по первой критической нагрузке в качестве критерия обеспечения устойчивости нужно принять условие (13). В левой части этого критерия необходимо вычислить два эквивалентных напряжения критерия Мора – Кулона, возникающих от разных нагрузок. Напряжение сдвига T_p возникает от давления насыпи, передаваемого на слабое основание, оно определяется по формуле

$$T_p = \frac{\sqrt{(\sum \sigma_z - \sum \sigma_x)^2 + 4 \cdot \sum \tau_{xz}^2}}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sum \sigma_z + \sum \sigma_x}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (43)$$

Зависимость (43) позволяет вычислить напряжение сдвига в любой точке основания насыпи, расположенной как на оси симметрии трапециевидной нагрузки, так и вне этой оси. Из анализа выражения (38) следует, что для любой точки, расположенной на оси симметрии трапециевидной нагрузки, углы видимости треугольных нагрузок α_1 и α_3 равны. Вследствие этого результирующее касательное напряжение τ_{xz} равно нулю. Поэтому в точках, расположенных в слабом основании на оси симметрии трапециевидной нагрузки, напря-

⁶⁰ Евгеньев И.Е., Казарновский В.Д. Земляное полотно автомобильных дорог на слабых грунтах ...81 с.

жение сдвига определяется по более простому выражению, а именно по формуле

$$T_p = \frac{\sum \sigma_z - \sum \sigma_x}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sum \sigma_z + \sum \sigma_x}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (44)$$

Применяя зависимости (40)–(42) в формулах (43) и (44), можно рассчитать эквивалентное напряжение критерия Мора – Кулона, возникающее в основании, от давления, передаваемого насыпью.

Эквивалентное напряжение критерия Мора – Кулона, возникающее в любой точке основания насыпи от действия веса грунта, расположенного под подошвой насыпи, вычисляется по формуле (15). Анализируя эту формулу, мы показывали, что коэффициент бокового давления можно вычислить либо с применением гипотезы А. Динника, либо с применением закона А. Гейма. В первых расчетах дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу применению этих двух разных гипотез отводилось серьезное внимание. Слабые основания, как правило, сложенные водонасыщенными грунтами рассчитывали по гипотезе А. Гейма, полагая, что $\xi=1$. Проверку сопротивления сдвигу в грунте земляного полотна при расчете дорожных одежд, наоборот, выполняли с применением гипотезы А. Динника, полагая что $\xi=\mu/(1-\mu)$. В таком разделении правил расчета коэффициента бокового давления заложен глубокий смысл. Здесь считается, что влажность рабочего слоя земляного полотна даже в расчетный период года может не достигать полной влагоемкости. В этом случае целесообразно полагать, что $\xi<1$.

Так было до 2001 г., в котором вступил в действие ОДН 218.046–01⁶¹, впоследствии замененный на ПНСТ 542–2021⁶², затем на ГОСТ Р 71404–2024⁶³. В этих документах расчет дорожной одежды по сопротивлению сдвигу выполняется с применением гипотезы А. Гейма. Таким образом, в XXI в. специалисты дорожной отрасли перестали делать различия между расчетом напряжений от

собственного веса в слабых грунтах и грунтах рабочего слоя земляного полотна. Тем не менее отличие физического состояния грунтов рабочего слоя земляного полотна и слабого грунта основания насыпи очевидны. Поэтому расчет напряжений с применением гипотезы А. Гейма справедлив лишь для малой части грунтов, обладающих высокой пористостью и влажностью, превышающей влажность на границе текучести. Также заметим, что гипотеза А. Динника базируется на законе упругости, согласно которому зависимость вычисления коэффициента бокового давления как функции коэффициента Пуассона получена из условия равенства наименьшей главной деформации ε_3 нулю. Поэтому номенклатура грунтов, для которых применима гипотеза А. Динника, тоже ограничена. Поиск более универсальной зависимости для определения коэффициента бокового давления актуален и выполняется специалистами в области механики горных пород вплоть до настоящего времени [25, 26]. В механике горных пород предложены различные гипотезы о зависимости горизонтального напряжения от вертикального, например известная формула С.Г. Михлина⁶⁴. Но одной из задач механики горных пород является устройство горных выработок, которые коренным образом меняют природное напряженное состояние массива грунта. Основание насыпи представляет собой природный массив грунта, на котором возводят земляное сооружение. Поэтому в арсенале специалистов дорожной отрасли остаются две гипотезы – А. Динника и А. Гейма. Напряжение сдвига от веса грунта слабого основания можно определить либо по формуле (15), либо с учетом гипотезы А. Гейма. Во втором случае зависимость (15) примет вид

$$T_{oc} = -\gamma \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (45)$$

Тогда, применяя гипотезу А. Динника, суммируя напряжения сдвига, вычисляемые по

⁶¹ ОДН 218.046–01 (взамен ВСН 46–83) (срок действия с 20.12.00 г. до 15.05.2018 г.). Проектирование нежестких дорожных одежд. М.: ГСДХ Минтранса России, 2001. 146 с.

⁶² ПНСТ 542–2021 (взамен ПНСТ 265–2018) (срок действия с 01.06.2021 г. до 01.06.2024 г.). Дороги автомобильные общего пользования. Нежесткие дорожные одежды. Правила проектирования: утвержден и введен в действие приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 18 мая 2021 г. № 34-пнст. М.: Стандартинформ, 2021 // ИС «Техэксперт» / АО «Кодекс». Дата обновления: 11.11.2024.

⁶³ ГОСТ Р 71404–2024 (взамен ПНСТ 542–2021) (введен 01.09.2024 г.) Дороги автомобильные общего пользования. Нежесткие дорожные одежды. Правила проектирования: утвержден и введен в действие приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 5 августа 2024 г. № 1022-ст. М.: Стандартинформ, 2024 // ИС «Техэксперт» / АО «Кодекс». Дата обновления: 11.11.2024.

⁶⁴ Михлин С. Г. Распределение напряжений в полуплоскости с эллиптическим вырезом // Сборник научных трудов. Сейсмологический институт АН СССР. 1934. № 29а. С. 17–29.

формулам (15) и (43), получим, что напряжение сдвига, возникающее в любой точке основания от действия обеих нагрузок, вычисляется по формуле

$$T = \frac{\sqrt{(\sum \sigma_z - \sum \sigma_x)^2 + 4 \cdot \sum \tau_{zx}^2}}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sum \sigma_z + \sum \sigma_x}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi + \frac{\gamma \cdot z - \xi \cdot \gamma \cdot z}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\gamma \cdot z + \xi \cdot \gamma \cdot z}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (46)$$

Рассматривая точки, расположенные на оси симметрии трапецевидной нагрузки, формулу (46) преобразуем к виду

$$T = \frac{\sum \sigma_z - \sum \sigma_x}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sum \sigma_z + \sum \sigma_x}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi + \frac{\gamma \cdot z - \xi \cdot \gamma \cdot z}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\gamma \cdot z + \xi \cdot \gamma \cdot z}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (47)$$

Формула (46) представляет собой результирующее напряжение сдвига, возникающее в любой точке слабого основания от нагрузки, передаваемой насыпью, и от веса грунта слабого основания при условии применения гипотезы А. Динника. Формула (47) является частным случаем формулы (46), она справедлива лишь для определения напряжения сдвига в точках, расположенных в слабом основании на оси симметрии трапецевидной нагрузки.

Во втором случае, применяя гипотезу А. Гейма, суммируем напряжения сдвига, вычисляемые по формулам (43) и (45). Тогда получим

$$T = \frac{\sqrt{(\sum \sigma_z - \sum \sigma_x)^2 + 4 \cdot \sum \tau_{zx}^2}}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sum \sigma_z + \sum \sigma_x}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi - \gamma \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (48)$$

Так же, как и в первом случае, для точек, расположенных на оси симметрии трапецевидной нагрузки, формулу (48) преобразуем к виду

$$T = \frac{\sum \sigma_z - \sum \sigma_x}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sum \sigma_z + \sum \sigma_x}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi - \gamma \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (49)$$

Обсуждая полученные нами формулы (46)–(49), отметим, что поскольку гипотеза А. Динника обобщает гипотезу А. Гейма, то зависимость (46) обобщает все остальные зависимости. Расчет напряжений сдвига по

глубине слабого основания, выполненный по соответствующей конкретным грунтово-гидрологическим условиям формуле, позволяет определить местоположение самой опасной точки. Наиболее опасной точкой будет точка, в которой напряжение сдвига T достигает наибольшей величины. Через эту точку можно провести самую опасную площадку, повернутую к главным осям под углом 45 градусов плюс или минус половина угла внутреннего трения. Вдоль этой наклонной площадки будет действовать вычисленное напряжение сдвига. Также отметим, что напряжение сдвига не является касательным напряжением. Напряжение сдвига в критерии Мора – Кулона представляет собой разность касательного напряжения, стремящегося срезать материал вдоль площадки скольжения, к нормальному напряжению, прижимающему сдвигаемую часть бесконечно малого объема грунта к этой площадке скольжения.

Формула (49) представляет собой частный случай всех других возможных решений. Поэтому справедливость применения зависимости (49) ограничена. Эта зависимость применима в наименьшем количестве случаев. Именно эта зависимость (49) является аналогом решения Евгеньева – Казарновского. Разница между решением (49) и классическим представлением Евгеньева – Казарновского состоит в том, что при применении зависимости (49) результат расчета нужно сравнивать со сцеплением, а в традиционном расчете вычисляется безопасная нагрузка, которую нужно сравнивать с давлением, передаваемым насыпью. Эта аналогичность двух расчетов показана нами при переходе от критерия (18) к формуле (24). С зависимостью (49) можно поступить аналогичным образом, получив формулу (24).

Этой статьей авторы хотят заложить начало большой работы, посвященной правилам определения первой критической нагрузки на слабое основание насыпей. Результатом данной статьи являются формулы (46)–(49), которые необходимо развить в последующих публикациях на ряд условий, характерных для быстрой и медленной отсыпки насыпей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В нашей работе выполнен анализ различных методов расчета слабых оснований земляных сооружений. Четко показано, что расчет слабых оснований дорожных насыпей выполняется на первую критическую нагрузку. При этом приведены достоинства расчетов, полученных применением теории предельного равновесия грунта и метода конечных эле-

ментов. Отмечены проблемы, возникающие при использовании некоторых программных продуктов. Показано, что классическое решение Евгеньева – Казарновского о первой критической нагрузке является частным случаем более общей формулы (46). Учитывая накопленные знания специалистами дорожной отрасли, наиболее рационально развивать решение старших коллег И.Е. Евгеньева и В.Д. Казарновского. Именно этот путь приведет к быстрому совершенствованию нормативного расчета. Кроме того, расчет по первой критической нагрузке обладает запасом прочности, связанным с тем, что предельное состояние наступает только в наиболее опасной точке, а не по всей линии скольжения. Рассмотренные нами аварии явным образом свидетельствуют, что такой запас прочности необходим.

Задачами дальнейшего решения являются:

1. Преобразование расчета в напряжениях к сдвигу к расчету в безопасных давлениях, под которыми понимается первая критическая нагрузка.

2. Учет в расчетных формулах порового давления, влияющего на устойчивость основания в нестабилизированном состоянии. Это можно сделать введением эффективного сцепления и угла внутреннего трения, которые необходимо определить экспериментально, обработав опытные данные консолидированных недренированных трехосных испытаний методами математической статистики.

3. Сопроводить полученные результаты графоаналитическим методом, позволяющим облегчить расчеты, или компьютерной программой.

В завершении статьи авторы хотят выразить благодарность своим предшественникам, работавшим в этой области инженерных знаний. Труды наших коллег позволили приобрести начальные знания и определить свой собственный путь в расчетах слабых оснований.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Ellithy G.S., Stark T.D. Case Study: Unsaturated Embankment Failure on Soft Soils. // J. Geotech. Geoenviron. Eng., 2020, 146(12): 05020011. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0002382](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0002382)
2. Debasis R., Raghvendra S. Failure of Two High Embankments at Soft Soil Sites. // 6th International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering: 2008, Paper No 8.06b. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0887-3828\(2008\)22:6\(373\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0887-3828(2008)22:6(373))
3. Hadjigeorgiou J., Kyriakou E., Papanastasiou P. A Road Embankment Failure Near Pentalia in Southwest Cyprus // In: Int. Symp. Stab. Rock Slopes Open Pit Min. Civ. Eng. The South African Institute of Mining and Metallurgy, Cape Town, 2006, pp 343–352.
4. Gu S., Liu W., Ge M. Failure and Remediation of an Embankment on Rigid Column-Improved

Soft Soil: Case Study // Hindawi, Advances in Civil Engineering, Volume 2020, Article ID 2637651. <https://doi.org/10.1155/2020/2637651>

5. Барвахов В.А., Болдырев Г. Г., Уткин М.М. Расчет осадок и кренов сооружений с учетом неопределенности свойств грунтовых оснований // Геотехника. 2016. № 1. С. 12–29.

6. Богомолов А.Н., Богомолова О.А., Ушаков А.Н. Два подхода к определению областей пластических деформаций в однородном основании ленточного фундамента // Construction and Geotechnics. 2021. Т. 12, № 3. С. 105–116. DOI: <https://doi.org/10.15593/2224-9826/2021.3.11>

7. Бартоломей Л.А., Богомолова О.А., Гейдт В.Д., Гейдт А.В. Сопоставление величин расчетного сопротивления грунтового основания ленточного фундамента, полученных разными методами // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2023. Вып. 3–4(92). С. 5–14.

8. Буй Ч.Ш. Длительная устойчивость водонасыщенных оснований насыпей // Вестник МГСУ. 2006. № 1. С. 61–38.

9. Богомолов А.Н., Ушаков А.Н., Богомолова О.А. Напряженно-деформированное состояние упругой полуплоскости при действии нагрузок, распределенных по полюсу // Вестник ВолгГАСУ. Сер.: Стр-во и архит. 2010. Вып. 20 (39). С. 5–20.

10. Богомолов А.Н., Богомолова О.А., Богомолов С.А. Решение смешанной задачи теории упругости и теории пластичности для однородного основания и его сопоставление с экспериментальными данными // Известия вузов. Строительство. 2024. №4. С. 5–22.

11. Богомолова О.А., Жиделев А.В. Расчет устойчивости системы «основание – насыпь» // Construction and Geotechnics. 2021. Т. 12, № 4. С. 19–36. DOI: <https://doi.org/10.15593/2224-9826/2021.4.02>

12. Тер-Мартirosян З.Г., Сидоров В.В., Олодо Т.Д. Напряженно-деформированное состояние дамбы и ее основания с учетом их взаимодействия // Инженерная геология. 2011. № 6. С. 30–34.

13. Hoek E., Brown E.T. Practical estimates of rock mass strength // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 1997. Vol. 34. No. 8. Pp. 1165–1186.

14. Li Bin, et al. Modification of linear regression method for rock shear strength parameters under triaxial condition // Rock and Soil Mechanics. 2022. 43(10). Pp. 2689–2697. <https://doi.org/10.16285/j.rsm.2022.5637>

15. Jitsangiam P., et al. A new mechanistic framework for evaluation of cyclic behaviour of unsaturated unbound granular materials. // International Journal of GEOMATE 13(39) (2017). Pp. 111–123. <https://doi.org/10.21660/2017.39.95681>

16. Yawei li., et al. Mechanical properties of intact rock and fractures in welded tuff from Newberry volcano // Proceedings, Thirty-Seventh Workshop on Geothermal Reservoir Engineering Stanford University, Stanford, California, January 30 - February 1, 2012. SGP-TR-191.

17. Строкова Л.А. Учет переуплотнения грунтов в расчетах оседания земной поверхности при

сооружении туннелей // Известия Томского политехнического университета. 2010. Т. 316, № 1. С. 147–151.

18. Жабко А.В. Теория расчета устойчивости откосов и оснований. Анализ, характеристика и классификация существующих методов расчета устойчивости откосов // Известия Уральского государственного горного университета. 2015. № 4. С. 45–57.

19. Малышев М.В. О линиях скольжения и траекториях перемещения частиц в сыпучей среде // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1971. № 6. С. 1–5.

20. Караулов А.М., Королев К.В., Шохирев М.В. Оценка несущей способности двухслойных грунтовых оснований // Известия вузов. Строительство. 2020. № 11. С. 18–27.

21. Шохирев М.В., Караулов А.М., Королев К.В. Расчет несущей способности двухслойного грунтового основания для наклонной нагрузки // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2023. № 6. С. 2–6.

22. Шохирев М.В. К методике расчета несущей способности двухслойных оснований // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. 2022. № 3. С. 57–66.

23. Королев К. В. Канонические уравнения статики сыпучей среды при малом влиянии удельного веса грунта и решение задачи Прандтля // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2012. № 5. С. 2–6.

24. Караулов А.М., Королев К.В., Кузнецов А.О. К оценке несущей способности грунтовых оснований. // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2022. № 2. С. 2–8.

25. Шашенко А.Н., Смирнов А.В., Хозяйкина Н.В. Оценка начального поля напряжений при проектировании подземных выработок // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2017. № 12. С. 37–49.

26. Каспарьян Э.В., Федотова Ю.В., Кузнецов Н.Н. Развитие представлений о естественном напряженном состоянии массивов скальных пород // Вестник Кольского РАН научного центра. 2019. №3(11). С. 65–79.

REFERENCES

1. Ellithy G.S., Stark T.D. Case Study: Unsaturated Embankment Failure on Soft Soils. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* 2020. 146 (12): 05020011. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0002382](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0002382)
2. Debasis R., Raghvendra S. Failure of Two High Embankments at Soft Soil Sites. *Proc. 6th International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering*: 2008: 8.06b. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0887-3828\(2008\)22:6\(373\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0887-3828(2008)22:6(373))
3. Hadjigeorgiou J., Kyriakou E., Papanastasiou P. A Road Embankment Failure Near Pentalia in Southwest Cyprus. *In: Int. Symp. Stab. Rock Slopes Open Pit Min. Civ. Eng. The South African Institute of Mining and Metallurgy, Cape Town*. 2006: 343–352.
4. Gu S., Liu W., Ge M. Failure and Remediation of an Embankment on Rigid Column-Improved Soft Soil: Case Study. *Hindawi, Advances in Civil Engineering*. 2020: 2637651. DOI: <https://doi.org/10.1155/2020/2637651>

5. Barvashov V.A., Boldyrev G.G., Utkin M.M. Calculation of settlements and tilts of engineering structures taking into account uncertainty of foundation soil properties. *Geotechnics*, 2016. 1: 4–21. (In Russ.)

6. Bogomolov A.N., Bogomolova O.A., Ushakov A.N. Two approaches for determining areas of plastic deformation in a homogeneous base foundation. *Construction and Geotechnics*. 2021. 12 (3): 105–116. (In Russ.). <https://doi.org/10.15593/2224-9826/2021.3.11>

7. Bartolomey L.A., Bogomolova O.A., Geidt V.D., Geidt A.V. Comparison of the values of the calculated resistance of the soil base of the ribbon foundation obtained by different methods. *Bulletin of Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering. Series: Civil Engineering and Architecture*. 2023. 3-4 (92): 5–14. (In Russ.)

8. Bui T.S. Long-term stability of water-saturated embankment bases. *MGSU Bulletin*. 2006. 1: 61–68. (In Russ.)

9. Bogomolov A.N., Ushakov A.N., Bogomolova O.A. Stress-strain state of elastic half-plane action for the loads distributed over the band. *Bulletin of the Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering*. 2010. 20 (39): 5–20. (In Russ.)

10. Bogomolov A.N., Bogomolova O.A., Bogomolov S.A. Solution of the mixed problem of the theory of elasticity and the theory of soil plasticity for a homogeneous base and its comparison with experimental data. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2024. (4): 5–22. (In Russ.) DOI: <https://doi.org/10.32683/0536-1052-2024-784-4-5-22>

11. Bogomolova O.A., Zhidlev A.V. Calculation of the “base – embankment” system stability. *Construction and Geotechnics*. 2021. 12 (4): 19–36. (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.15593/2224-9826/2021.4.02>

12. Ter-Martirosian Z.G., Sidorov V.V., Olodo T.D. The stress-strain state of the dam and its base, taking into account their interaction. *Engineering geology*. 2011. 6: 30–34.

13. Hoek E., Brown E.T. Practical estimates of rock mass strength. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 1997. 34 (8): 1165–186.

14. LI Bin, et al. Modification of linear regression method for rock shear strength parameters under triaxial condition. *Rock and Soil Mechanics*. 2022. 43 (10): 2689–2697. DOI: <https://doi.org/10.16285/j.rsm.2022.5637>

15. Jitsangiam P., et al. A new mechanistic framework for evaluation of cyclic behaviour of unsaturated unbound granular materials. *International Journal of GEOMATE*. 2017. 13 (39): 111–123. DOI: <https://doi.org/10.21660/2017.39.95681>

16. Yawei li., et al. Mechanical properties of intact rock and fractures in welded tuff from Newberry volcano. *Proceedings, Thirty - Seventh Workshop on Geothermal Reservoir Engineering Stanford University, Stanford, California. January 30 - February 1*. 2012. SGP-TR-191.

17. Strokova L.A. The effect of over consolidation ratio of soils for design a surface settlements due to tunneling. *News of Tomsk Polytechnic University*. 2010. 316 (2): 35–37. (In Russ.)

18. Zhabko A.V. The theory of calculating the stability of slopes and foundations. Analysis, characteristics and classification of existing methods for calculation

ing the stability of slopes. *Izvestiya of the Ural State Mining University*. 2015. 40 (4): 45–57. (In Russ.)

19. Malyshev M.V. On sliding lines and trajectories of particle movement in a loose medium. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 1971. 6: 1–5. (In Russ.)

20. Karaulov A.M., Korolev K.V., Shokhirev M.V. Estimation of bearing ability the two-layer earth bases. *News of higher educational institutions. Construction*. 2020. 11: 18–27. (In Russ.)

21. Shohirev M.V., Karaulov A.M., Korolev K.V. Calculation of the bearing capacity of a two-layer soil base under an inclined load. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2023. 6: 2–6. (In Russ.)

22. Shokhirev M. V. Additions to the method of calculating the load-bearing capacity of two-layer foundations. *The Siberian Transport University Bulletin*. 2022. 62: 57–66. (In Russ.). DOI: https://doi.org/10.52170/1815-9265_2022_62_57.

23. Korolev K.V. Canonical equations o statics in loose medium with a little effect of specific weight of soil and solution of the Prandtl problem. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2012. 5: 2–6. (In Russ.)

24. Karaulov A.M., Korolev K.V., Kuznetsov A.O. On the assessment of the bearing capacity of soil bases. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2022. 2: 2–8. (In Russ.)

25. Shashenko A.N., Smirnov A.V., Khozyaykina N.V. Initial stress field estimation in underground mine planning. *Gornyy informatsionno - analiticheskiy byulleten'*. 2017. 12: 37–49. (In Russ.)

26. Kasparyan E.V., Fedotova I.V., Kuznetsov N.N. Development of Conceptions about the Natural Stress State of Hard Rock Massifs. *Herald of the Kola Science Centre of RAS*. 2019. 3 (11): 65–79. (In Russ.)

ЗАЯВЛЕННЫЙ ВКЛАД АВТОРОВ

Александров А.С. Анализ состояния вопроса, вывод зависимости для расчета первой критической нагрузки на слабое основание насыпи. Написание текста статьи.

Александрова Н.П. Анализ методов расчета оснований насыпи методами теории предельного равновесия грунта. Общее редактирование.

Семенова Т.В. Анализ методов расчета слабых оснований насыпей численными методами строительной механики. Общее редактирование.

COAUTHORS' CONTRIBUTION

A.S. Alexandrov Analysis of the scientific discourse, derivation of the dependence for calculating the first critical load on a weak embankment base. Text writing.

N.P. Alexandrova Analysis of methods for calculating embankment bases by the methods of the theory of limit equilibrium of soil. General editing.

T.V. Semenova Analysis of methods for calculating weak embankment bases using numerical methods of structural mechanics. General editing.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Александров Анатолий Сергеевич – канд. техн. наук, доц., доц. кафедры «Строительство

и эксплуатация дорог» института «Автомобильно-дорожное, промышленное и гражданское строительство» Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета (СибАДИ) (644080, г. Омск, просп. Мира, 5).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2009-5361>,

Researcher ID: I-8860-2018,

SPIN-код: 7573-4997,

Author ID (Scopus): 57191531014,

e-mail: aleksandrov00@mail.ru

Александрова Наталья Павловна – канд. техн. наук, доц., доц. кафедры «Строительство и эксплуатация дорог» института «Автомобильно-дорожное, промышленное и гражданское строительство» Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета (СибАДИ) (644080, г. Омск, просп. Мира, 5).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5534-6338>,

SPIN-код: 6893-9560,

Author ID (Scopus): 57191525817,

e-mail: nata26.74@mail.ru

Семенова Татьяна Викторовна – канд. техн. наук, доц., доц. кафедры «Строительство и эксплуатация дорог» института «Автомобильно-дорожное, промышленное и гражданское строительство» Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета (СибАДИ) (644080, г. Омск, просп. Мира, 5).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1921-8531>,

SPIN-код: 6344-3503,

Author ID (Scopus): 57793795915,

e-mail: sibadisemenova@yandex.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Aleksandrov Anatoly S. – Cand. of Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Road Construction and Maintenance, Civil Engineering Institute, Siberian State Automobile and Highway University (SibADI) (5, Prospect Mira, Omsk, 644080).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2009-5361>,

Researcher ID: I-8860-2018,

SPIN-code: 7573-4997,

Author ID (Scopus): 57191531014,

e-mail: aleksandrov00@mail.ru

Aleksandrova Nataliya P. – Cand. of Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Road Construction and Operation, Civil Engineering Institute, Siberian State Automobile and Highway University (SibADI) (5, Prospect Mira, Omsk, 644080).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5534-6338>,

SPIN-code: 6893-9560,

Author ID (Scopus): 57191525817,

e-mail: nata26.74@mail.ru

Semenova Tatiana V. – Cand. of Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Road Construction and Maintenance, Civil Engineering Institute, Siberian State Automobile and Highway University (SibADI) (5, Prospect Mira, Omsk, 644080).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1921-8531>,

SPIN-code: 6344-3503,

Author ID (Scopus): 57793795915,

e-mail: sibadisemenova@yandex.ru