РАЗДЕЛ І

УДК 629.464.4 DOI: https://doi.org/10.26518/2071-7296-2022-19-5-610-623 EDN: FYWWZY Научная статья



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ СНЕЖНОЙ МАССЫ В РОТОРЕ СНЕГООЧИСТИТЕЛЯ

Д. С. Алешков, П. А. Корчагин, И. А. Тетерина* Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет «СибАДИ», г. Омск, Россия denisaleshkov@mail.ru, https:/orcid.org/0000-0003-4204-7221 korchagin_pa@mail.ru, https:/orcid.org/0000-0001-8936-5679 iateterina@mail.ru, https:/orcid.org/0000-000-8012-8511 *ответственный автор

АННОТАЦИЯ

Введение. Сложность и трудоемкость определения функциональных зависимостей между структурными элементами роторного снегоочистителя и разрабатываемым снежным массивом при проведении экспериментальных исследований на физической модели роторного снегоочистителя обуславливает необходимость разработки математических моделей, позволяющих максимально точно описывать процессы взаимодействия элементов роторного снегоочистителя со снежной массой.

Методы и материалы. Математическая модель процесса транспортирования снежной массы в роторе, в которой снег представлен как сыпучая среда, включающая в себя совокупность отдельных частиц, разработана с применением метода дискретных элементов. При построении математической модели были решены задачи идентификации массовых и поверхностных сил, действующих в системе «ротор – снежная масса». Обоснованы принцип расположения группы частиц в межлопастном пространстве ротора снегоочистителя и выбора метода анализа математической модели.

Результаты. Реализация на ЭВМ данной математической модели позволила получить численные значения сил нормальной реакции кожуха ротора в каждый момент времени, что позволяет разрабатывать новые и совершенствовать существующие конструктивные схемы, обоснованно осуществлять выбор конструктивных и технологических параметров ротора роторного снегоочистителя.

Обсуждение и заключение. Предложенная математическая модель и уравнения движения, составленные на ее основе, позволяют однозначно определить значения всех действующих сил на снежную массу в процессе ее транспортирования в роторе роторного снегоочистителя. Рассматриваемая модель позволяет моделировать снежную массу в межлопастном пространстве более сложной конфигурации и совокупности частиц, имеющих нерегулярное распределение по размерам и взаимному положению.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: коммунальная машина, ротор снегоочистителя, роторный снегоочиститель, снежная масса, лопасть ротора, метательный аппарат, математическая модель, метод дискретных элементов.

Статья поступила в редакцию 25.07.2022; одобрена после рецензирования 20.09.2022; принята к публикации 14.10.2022.

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Прозрачность финансовой деятельности: авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах. Конфликт интересов отсутствует.

Для цитирования: Алешков Д. С., Корчагин П. А., Тетерина И. А. Математическая модель процесса транспортирования снежной массы в роторе снегоочистителя // Вестник СибАДИ. 2022. Т.19, № 5 (87). С. 610-623. https://doi.org/10.26518/2071-7296-2022-19-5-610-623

© Алешков Д. С., Корчагин П. А., Тетерина И. А., 2022



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.

610

Original article DOI: https://doi.org/10.26518/2071-7296-2022-19-5-610-623 EDN: FYWWZY

MATHEMATICAL MODEL OF THE SNOW MASS TRANSPORTATION PROCESS IN THE SNOWBLOWER ROTOR

Denis S. Aleshkov, Pavel A. Korchagin, Irina A. Teterina* Siberian State Automobile and Highway University (SibADI), Omsk, Russia denisaleshkov@mail.ru, https:/orcid.org/0000-0003-4204-7221, korchagin_pa@mail.ru, https:/orcid.org/0000-0001-8936-5679 iateterina@mail.ru, https:/orcid.org/0000-000-8012-8511 *corresponding author

ABSTRACT

Introduction. The complexity and laboriousness of determining the functional dependencies between the structural elements of a rotary snowplow and the developed snow mass when conducting experimental studies on a physical model of a rotary snowplow necessitates the development of mathematical models that make it possible to describe as accurately as possible the processes of interaction between the elements of a rotary snowplow and snow mass. **The method of research.** A mathematical model of the process of transporting snow mass in a rotor, in which snow is represented as a loose medium, including a set of individual particles, was developed using the method of discrete elements. When constructing a mathematical model, the problems of identifying mass and surface forces acting in the 'rotor - snow mass' system were solved. The principle of the location of a group of particles in the interblade space of the snowplow rotor and the choice of the method for analyzing the mathematical model are substantiated.

Results. The implementation of this mathematical model on a computer made it possible to obtain the numerical values of the forces of the normal reaction of the rotor casing at each moment of time, which allows developing new and improving existing design schemes, reasonably choosing the design and technological parameters of the rotor of a snow blower.

Discussion and conclusion. The proposed mathematical model and the equations of motion, compiled on its basis, make it possible to unambiguously determine the values of all forces acting on the snow mass during its transportation in the rotor of a rotary snowplow. The model under consideration makes it possible to simulate a snow mass in the interblade space of a more complex configuration and a set of particles that have an irregular distribution in size and relative position.

KEYWORDS: *utility vehicle, snowplow rotor, snowplow rotor, snow mass, rotor blade, propelling apparatus, mathematical model, discrete element method.*

The article was submitted 25.07.2022; approved after reviewing 20.09.2022; accepted for publication 14.10.2022.

The authors have read and approved the final manuscript.

Financial transparency: the authors have no financial interest in the presented materials or methods. There is no conflict of interest.

For citation: Denis S. Aleshkov, Pavel A. Korchagin, Irina A. Teterina Mathematical model of the snow mass transportation process in the snowblower rotor. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal.* 2022; 19 (5): 610-623. https://doi.org/10.26518/2071-7296-2022-19-5-610-623

© Aleshkov D. S., Korchagin P. A., Teterina I. A., 2022



Content is available under the license Creative Commons Attribution 4.0 License.



введение

В настоящее время при математическом моделировании работы ротора роторного снегоочистителя общепринятым является представление снега как материальной частицы [1, 2, 3]. Однако такое представление не в полной мере отражает реальные свойства и поведение снежной массы. Существуют подходы, в которых снежная масса в межлопастном пространстве представлена как отдельное крупнокусковое образование [4]. В рамках этой теории дается сравнительный анализ двух крайних схем рассмотрения снега с точки зрения представления его формы в роторе метательного аппарата. Ключевым аспектом таких моделей является определение кинематических параметров снежной массы в момент ее схода с лопасти ротора [4]. Дальнейшее исследование процесса разгрузки ротора снегоочистителя получило развитие в работе [5], в которой при построении математических моделей работы ротора метательного аппарата момент транспортирования снежной массы принимались допущения, что снежная масса на лопасти ротора представляется как совокупность сфер конечного размера, а процесс разгрузки осуществляется последовательно. Данный подход позволил сформулировать ряд новых конструктивных решений профиля кожуха ротора [5].

Основным недостатком предыдущих исследований отмечено то, что в них не рассматривается взаимное влияние частиц снега на процесс их транспортирования и схода с лопасти ротора. Учет взаимного влияния частиц неизбежно приводит к усложнению математической модели работы ротора в части представления снежной массы.

В настоящее время сформировалось несколько основных направлений представления снежной массы в различного рода математических моделях.

В ряде научных работ снег рассматривается как сплошная среда с определенной комбинацией реологических характеристик¹ [6, 7]. Решение таких моделей осуществляется на ЭВМ методом конечных элементов [8]. Однако в межлопастном пространстве ротора непрерывно наблюдается массообмен транспортируемого материала. При моделировании процесса непрерывного массообмена невозможно использовать существующие алгоритмы метода конечных элементов, так как они не позволяют корректно представить поведение частиц снежной массы. Несколько интересных подходов к представлению снега описаны в работах² [9, 10, 11], однако они не получили широкого распространения.

Альтернативным направлением описания динамики процесса движения снежной массы является использование метода дискретных элементов (DEM). В основе данного метода лежит решение системы уравнений, записанных на основании второго закона Ньютона для каждой отдельно взятой твердой частицы³ [12, 13, 14].

Результаты предыдущих исследований работы ротора снегоочистителя не рассматривают процесс взаимодействия снежной массы и элементов метательного аппарата до момента разгрузки лопасти ротора.

Основной целью данной работы является разработка математической модели, основанной на DEM подходах, к процессу транспортирования снежной массы в роторе, в которой снег представлен как сыпучая среда, включающая в себя совокупность отдельных частиц. При построении математической модели были решены задачи идентификации массовых и поверхностных сил, действующих в системе «ротор – снежная масса», обоснования расположения группы частиц в межлопастном пространстве ротора снегоочистителя. Кроме этого, представлен метод анализа математической модели.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Моделирование процесса транспортирования снежной массы рассмотрено в прямоугольной системе координат, центр которой совпадает с центром вращения ротора метательного аппарата. Ось $O_{\rho}Z_{\rho}$ направлена вверх, ось $O_{\rho}Y_{\rho}$ направлена вправо, параллельно основанию (рисунок 1). Значение углового положения лопасти ротора снегоочистителя определяется углом, φ .

¹ Баловнев В. И. Моделирование процессов взаимодействия со средой рабочих органов дорожно-строительных машин: учебное пособие для вузов. 2-е изд., перераб. М.: Машиностроение, 1994. 432 с.

² Шалман Д. А. Снегоочистители. Ленинград: Машиностроение. 1973. 216 с. Текст: непосредственный.

³ Иванов А. Н., Мишин В. А. Снегоочистители отбрасывающего действия. М.: Машиностроение, 1981. 159 с. Текст: непосредственный.

Для составления математической модели были приняты следующие допущения:

- снежная масса на лопасти ротора снегоочистителя представляет собой совокупность сфер различного радиуса;

- сферы в процессе транспортирования не деформируются (абсолютно жесткие);

- транспортирование снежного массива рассматривается в плоскости;

- вращение сфер отсутствует;

- ротор совершает равномерное вращение.

Одним из ключевых аспектов представления снежной массы как совокупности сфер конечного размера является компоновочная схема, определяющая последовательность расположения и размеры сфер, образующих некоторое множество. В данной работе использовался подход, описанный в работах¹ [4, 15], суть которого заключается в принятии дополнительных допущений, что снежная масса в межлопастном пространстве представляет собой набор сфер, *N*_{*i*}, где *i* = 1, 2, ..., *n*, вписанных в равнобедренную трапецию (см. рисунок 1). Образующаяся в данном случае расчетная сетка является регулярной. Угловое положение лопасти ротора определяется углом φ_o , отсчитываемым от горизонтальной оси $O_{\rho}Y_{\rho}$, в направлении по часовой стрелке.

С учетом принятых допущений возможны следующие варианты положения частицы в рассматриваемой массе (см. рисунок 1):

- внутри массива (*N1*);

- на лопасти ротора (*N2*);

- на кожухе ротора метательного аппарата (*N3*);

- на верхней свободной поверхности (N4);

- на внутренней свободной поверхности (*N5*);

- в 4 углах снежной призмы (*N6*).

Для плоской расчетной схемы регулярного массива возможны 9 групп коэффициентов, зависящих от положения частицы в массе.

Таким образом, заданное положение частицы определяет вид и количество коэффициентов в уравнениях движения.



Рисунок 1 – Схема представления снежной массы в межлопастном пространстве ротора метательного аппарата Источник: составлено авторами.

> Figure 1 – Scheme of representation of the snow mass in the interblade propellant rotor space Source: compiled by the authors.

613



Рисунок 2 – Схема сил, действующих на снежную частицу Источник: составлено авторами.

> Figure 2 – Scheme of forces acting on a snow particle Source: compiled by the authors.

В общем виде на *i*-ю снежную частицу действуют следующие силы (рисунок 2):

- сила тяжести (*G_i*);

- сила трения *i*-й снежной частицы о кожух ротора (*F*_{mpi});

- сила нормальной реакции кожуха ротора снегоочистителя (*N*_{abi});

- сила нормальной реакции лопасти ротора (*N_{ni}*);

- сила нормальной реакции соседних частиц (*N_{rij}*), где *i* – номер ряда; *j* – номер частицы в ряду.

С учетом допущения о регулярности расчетной сетки на каждую частицу действуют максимум 7 сил, две из которых являются массовыми, остальные 5 – поверхностными.

Уравнения действующих сил на частицы в межлопастном пространстве ротора метательного аппарата включают в себя группы слагаемых, вид которых определяется положением частицы в массиве. В принятой системе координат в общем виде уравнения движения для произвольной частицы, имеют вид

$$m_{i,j}(\vec{a}^n + \vec{a}^{\tau}) = \sum_{i=1}^n F_i$$
, (1)

где \vec{a}^n – центростремительное ускорение; \vec{a}^r – касательное ускорение, согласно принятому допущению, $a^r = 0$; F_i – силы, действующие на *i*-ю частицу.

Проекции вектора центростремительного ускорения на оси принятой системы координат, с учетом того, что ось вращения ротора также является мгновенным центром ускорений, примут вид

$$\begin{cases} -m_{i,j}\omega^{2}y_{i,j} = \sum_{i=l}^{n} F_{i}^{y} \\ m_{i,j}\omega^{2}z_{i,j} = \sum_{i=l}^{n} F_{i}^{z} \end{cases}, \quad (2)$$

где верхний индекс означает проекцию сил на оси O_nY_n и O_nZ_n соответственно.

Тогда основное уравнение динамики можно записать:

$$\begin{cases}
-m_{i,j}\omega^{2}y_{i,j} = F_{mp_{i,j}}^{y} - N_{obij}^{y} - N_{nij}^{y} + N_{rij}^{y} \\
m_{i,j}\omega^{2}z_{i,j} = -G_{ij} + F_{mp_{i,j}}^{z} + N_{obij}^{z} - N_{nij}^{z} + N_{rij}^{z}
\end{cases}$$
(3)

Систему уравнений (3) можно представить в виде:

$$\begin{cases} 0 = m_{i,j}\omega^2 y_{i,j} + F_{mp_{i,j}}^{y} - N_{obij}^{y} - N_{nij}^{y} + N_{rij}^{y} \\ 0 = -G - m_{i,j}\omega^2 z_{i,j} + F_{mp_{i,j}}^{z} + N_{obij}^{z} - N_{nij}^{z} + N_{rij}^{z} \end{cases}$$
(4)

Для однозначного определения слагаемых в системе уравнений (4) необходимо найти проекции действующих сил на частицу в принятой системе координат.

На рисунке 3 представлены проекции центробежной силы на оси принятой системы координат.



Рисунок 3 – Расчетная схема для определения центробежной силы Источник: составлено авторами.

Figure 3 – Calculation scheme for determining the centrifugal force Source: compiled by the authors.

Соответственно, проекции центробежной силы будут равны:

$$F_{uij}^{Y} = F_{uij} \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right) = F_{uij} \cos\frac{\varphi}{2} \cos\varphi_0 - F_{uij} \sin\frac{\varphi}{2} \sin\varphi_0,$$
(5)

$$F_{uij}^{\ \ Z} = -F_{uij}\sin\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right) = -F_{uij}\sin\frac{\varphi}{2}\cos\varphi_0 - F_{uij}\cos\frac{\varphi}{2}\sin\varphi_0 \ . \tag{6}$$

Направление действия силы нормальной реакции кожуха ротора (*N*_{obij}) совпадает с направлением действия центробежной силы, но противоположно по направлению (рисунок 4). Соответственно, проекции сил нормальной реакции и силы трения от этой реакции:



РАЗДЕЛ І ТРАНСПОРТНОЕ, ГОРНОЕ И СТРОИТЕЛЬНОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ



Рисунок 4 – Расчетная схема определения проекций силы нормальной реакции (N_{ові}) кожуха ротора и силы трения (F_{трі}) снежной частицы о кожух ротора Источник: составлено авторами.

Figure 4 – Calculation scheme for determining projections of the normal reaction force (N_{obj}) of the rotor casing and the friction force (F_{mpj}) of the snow particle on the rotor casing Source: compiled by the authors.

$$F_{mp_{i,j}}{}^{y} - N_{obij}{}^{y} = N_{obij} \left(-\cos\frac{\varphi}{2}\cos\varphi_{0} + \sin\frac{\varphi}{2}\sin\varphi_{0} + f\left(\sin\frac{\varphi}{2}\cos\varphi_{0} + \cos\frac{\varphi}{2}\sin\varphi_{0}\right)\right);$$
(7)

$$F_{mp_{i,j}}{}^{z} + N_{obij}{}^{z} = N_{obij} \left(\cos\frac{\varphi}{2}\sin\varphi_{0} + \sin\frac{\varphi}{2}\cos\varphi_{0} + f\left(\cos\frac{\varphi}{2}\cos\varphi_{0} - \sin\frac{\varphi}{2}\sin\varphi_{0}\right)\right), \tag{8}$$

где *f* – коэффициент трения снега по металлу.

Направление действия силы нормальной реакции (*N*_{ліj}) лопасти ротора перпендикулярно плоскости лопасти (рисунок 5). Проекции силы нормальной реакции будут равны

$$N_{_{\pi ij}}^{Y} = N_{_{\pi ij}} \sin \varphi_0; \qquad (9)$$

$$N_{_{\pi ij}}^{\ \ Z} = N_{_{\pi ij}} \cos \varphi_0, \qquad (10)$$

Проекции сил нормальных реакций (*N*_{*ij*}) от соседних частиц на оси принятой системы координат, согласно расчетным схемам, изображенным на рисунках 6 и 7, определяются по формулам:

$$N_{r0,1}^{Y} = N_{r0,1} \cos(arctg(\frac{z_{0,0} - z_{0,1}}{y_{0,0} - y_{0,1}}));$$
 (11)

$$N_{r0,1}^{\ \ Z} = N_{r0,1} \sin(arctg(\frac{z_{0,0} - z_{0,1}}{y_{0,0} - y_{0,1}}));$$
 (12)

$$N_{r1,0}^{Y} = N_{r1,0} \cos(arctg(\frac{z_{0,0} - z_{1,0}}{y_{0,0} - y_{1,0}}));$$
 (13)

$$N_{r1,0}^{\ \ Z} = N_{r1,0} \sin(arctg(\frac{z_{0,0} - z_{1,0}}{y_{0,0} - y_{1,0}}))$$
 (14)

TRANSPORT, MINING AND MECHANICAL ENGINEERING

PART I



Рисунок 5 – Расчетная схема определения проекций силы нормальной реакции (N_{лij}) лопасти ротора метательного аппарата на оси O_pY_p и O_pZ_p принятой системы координат Источник: составлено авторами.

> Figure 5 – Calculation scheme for determining force projections normal reaction (N_{njj}) propellant rotor blades on the axis $O_p Y_p$ and $O_p Z_p$ of the accepted coordinate system Source: compiled by the authors.



Рисунок 6 – Схема для определения силы нормальной реакции частиц в одном слое Источник: составлено авторами.

Figure 6 – Scheme for determining the force normal reaction of particles in one layer Source: compiled by the authors.

617

РАЗДЕЛ І ТРАНСПОРТНОЕ, ГОРНОЕ И СТРОИТЕЛЬНОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ



Рисунок 7 – Схема для определения проекций силы нормальной реакции от частиц соседних слоев Источник: составлено авторами.

Figure 7 – Scheme for determining force projections normal reaction from particles of neighboring layers Source: compiled by the authors.

После подстановки выражений действующих сил (5...14) в систему уравнений (4) получены уравнения равновесия для каждой из характерных частиц (*N_i*):

- для частиц внутри снежной массы (N1):

$$\begin{cases} 0 = \frac{N_{ri+1,j}}{m_{ci}} \cos(arctg(\frac{z_{i,j} - z_{i+1,j}}{y_{i,j} - y_{i+1,j}})) + \frac{N_{ri-1,j}}{m_{ci}} \cos(arctg(\frac{z_{i,j} - z_{i-1,j}}{y_{i,j} - y_{i-1,j}})) + \frac{N_{ri,j-1}}{m_{ci}} \cos(arctg(\frac{z_{i,j} - z_{i,j-1}}{y_{i,j} - y_{i,j-1}})) + l_i \omega^2 \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right) \\ + \frac{N_{ri+1,j}}{m_{ci}} \sin(arctg(\frac{z_{i,j} - z_{i+1,j}}{y_{i,j} - y_{i+1,j}})) + \frac{N_{ri-1,j}}{m_{ci}} \sin(arctg(\frac{z_{i,j} - z_{i-1,j}}{y_{i,j} - y_{i-1,j}})) + \frac{N_{ri-1,j}}{m_{ci}} \sin(arctg(\frac{z_{i,j} - z_{i-1,j}}{y_{i,j} - y_{i-1,j}})) + \frac{N_{ri-1,j}}{m_{ci}} \sin(arctg(\frac{z_{i,j} - z_{i-1,j}}{y_{i,j} - y_{i-1,j}})) - \frac{N_{ri,j-1}}{m_{ci}} \sin(arctg(\frac{z_{i,j} - z_{i,j-1}}{y_{i,j} - y_{i,j-1}})) - g - l_i \omega^2 \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right) \end{cases}$$

$$(15)$$

- на лопасти ротора (N2):



$$\begin{aligned}
0 &= \frac{N_{ri+1,j}}{m_{ci}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i+1,j}}{y_{i,j} - y_{i+1,j}})) + \frac{N_{ri-1,j}}{m_{ci}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i-1,j}}{y_{i,j} - y_{i-1,j}})) + \\
&+ \frac{N_{ri,j+1}}{m_{ci}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i,j+1}}{y_{i,j} - y_{i,j+1}})) + l_i \omega^2 \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right) - N_{nij} \sin \varphi_0 \\
0 &= \frac{N_{ri+1,j}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i+1,j}}{y_{i,j} - y_{i+1,j}})) + \frac{N_{ri-1,j}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i-1,j}}{y_{i,j} - y_{i-1,j}})) + \\
&+ \frac{N_{ri,j+1}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i,j+1}}{y_{i,j} - y_{i,j+1}})) - g - l_i \omega^2 \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right) - N_{nij} \cos \varphi_0
\end{aligned}$$
(16)

- на кожухе ротора (*N3*):

$$\begin{cases} 0 = \frac{N_{ri,0}}{m_{ci}} \cos(arctg(\frac{z_{0,i} - z_{i,0}}{y_{0,i} - y_{i,0}})) + \frac{N_{r0,i+1}}{m_{ci}} \cos(arctg(\frac{z_{0,i} - z_{0,i+1}}{y_{0,i} - y_{0,i+1}})) + \frac{N_{r0,i-1}}{m_{ci}} \cos(arctg(\frac{z_{0,i} - z_{0,i-1}}{y_{0,i} - y_{0,i-1}})) + \frac{N_{r0,i-1}}{m_{ci}} \cos(arctg(\frac{z_{0,i} - z_{0,i-1}}{y_{0,i} - y_{0,i-1}})) + \frac{N_{r0,i-1}}{m_{ci}} \cos(arctg(\frac{z_{0,i} - z_{0,i-1}}{y_{0,i} - y_{0,i-1}})) + \frac{N_{r0,i-1}}{m_{ci}} \sin(arctg(\frac{z_{0,i} - z_{0,i-1}}{y_{0,i} - y_{0,i-1}})) + \frac{N_{r0,i+1}}{m_{ci}} \sin(arctg(\frac{z_{0,i} - z_{0,i+1}}{y_{0,i} - y_{0,i+1}})) + \frac{N_{r0,i-1}}{m_{ci}} \sin(arctg(\frac{z_{0,i} - z_{0,i-1}}{y_{0,i} - y_{0,i-1}})) - \frac{(17)}{m_{ci}} - g - l_i \omega^2 \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right) + \frac{N_{obij}}{m_{ci}} (\cos\frac{\varphi}{2}\sin\varphi_0 + \sin\frac{\varphi}{2}\cos\varphi_0 + f(\cos\frac{\varphi}{2}\cos\varphi_0 - \sin\frac{\varphi}{2}\sin\varphi_0)) \\ \end{cases}$$

- на верхней свободной поверхности (N4):

$$\begin{cases} 0 = \frac{N_{ri,j+1}}{m_{ci}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i,j+1}}{y_{i,j} - y_{i,j+1}})) + \frac{N_{ri,j-1}}{m_{ci}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i,j-1}}{y_{i,j} - y_{i,j-1}})) + \frac{N_{ri,j-1}}{m_{ci}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i,j}}{y_{i,j} - y_{i-1,j}})) + l_i \omega^2 \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right) \\ 0 = \frac{N_{ri,j+1}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i,j+1}}{y_{i,j} - y_{i,j+1}})) + \frac{N_{ri,j-1}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i,j-1}}{y_{i,j} - y_{i,j-1}})) + \frac{N_{ri,j-1}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i,j-1}}{y_{i,j} - y_{i,j-1}})) + \frac{N_{ri,j-1}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i,j-1}}{y_{i,j} - y_{i,j-1}})) - g - l_i \omega^2 \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right) \end{cases}$$

$$(18)$$

- на внутренней свободной поверхности (N5):

РАЗДЕЛ І ТРАНСПОРТНОЕ, ГОРНОЕ И СТРОИТЕЛЬНОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{N_{ri+1,j}}{m_{ci}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i+1,j}}{y_{i,j} - y_{i+1,j}})) + \frac{N_{ri-1,j}}{m_{ci}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i-1,j}}{y_{i,j} - y_{i-1,j}})) + \\
&+ \frac{N_{ri,j-1}}{m_{ci}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i,j-1}}{y_{i,j} - y_{i,j-1}})) + l_i \omega^2 \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right) \\
0 &= \frac{N_{ri+1,j}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i+1,j}}{y_{i,j} - y_{i+1,j}})) + \frac{N_{ri-1,j}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i-1,j}}{y_{i,j} - y_{i-1,j}})) + \\
&+ \frac{N_{ri,j-1}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i,j-1}}{y_{i,j} - y_{i,j-1}})) - g - l_i \omega^2 \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right)
\end{aligned}$$
(19)

- в 4 углах снежной призмы (N6):

$$\begin{cases} 0 = \frac{N_{r1,j}}{m_{ci}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{0,j} - z_{1,j}}{y_{0,j} - y_{1,j}})) + \frac{N_{r0,j-1}}{m_{ci}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{0,j} - z_{1,j-1}}{y_{0,j} - y_{1,j-1}})) + \\ + l_i \omega^2 \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right) + \frac{N_{obij}}{m_{ci}} \left(-\cos\frac{\varphi}{2}\cos\varphi_0 + \sin\frac{\varphi}{2}\sin\varphi_0 + f\left(\sin\frac{\varphi}{2}\cos\varphi_0 + \cos\frac{\varphi}{2}\sin\varphi_0\right)\right) \\ 0 = \frac{N_{r1,j}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{0,j} - z_{1,j}}{y_{0,j} - y_{1,j}})) + \frac{N_{r0,j-1}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{0,j} - z_{0,j-1}}{y_{0,j} - y_{0,j-1}})) - \\ - g - l_i \omega^2 \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right) + \frac{N_{obij}}{m_{ci}} \left(\cos\frac{\varphi}{2}\sin\varphi_0 + \sin\frac{\varphi}{2}\cos\varphi_0 + f\left(\cos\frac{\varphi}{2}\cos\varphi_0 - \sin\frac{\varphi}{2}\sin\varphi_0\right)\right) \end{cases}$$

$$(20)$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{N_{ri,1}}{m_{ci}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,0} - z_{i,1}}{y_{i,0} - y_{i,1}})) + \frac{N_{ri-1,0}}{m_{ci}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,0} - z_{i-1,0}}{y_{i,0} - y_{i-1,0}})) - N_{\pi i 1} \cos \varphi_{0} + \\ + l_{i} \omega^{2} \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_{0}\right) \\ 0 = \frac{N_{ri,1}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,0} - z_{i,1}}{y_{i,0} - y_{i,1}})) + \frac{N_{ri-1,0}}{m_{ci}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,0} - z_{i-1,0}}{y_{i,0} - y_{i-1,0}})) - N_{\pi i 1} \sin \varphi_{0} - \\ - g - l_{i} \omega^{2} \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_{0}\right) \end{cases}$$
(22)

$$\begin{cases} 0 = \frac{N_{r_{i,j-1}}}{m_{c_i}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i,j-1}}{y_{i,j} - y_{i,j-1}})) + \frac{N_{r_{i-1,j}}}{m_{c_i}} \cos(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i-1,j}}{y_{i,j} - y_{i-1,j}})) + l_i \omega^2 \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right) \\ 0 = \frac{N_{r_{i,j-1}}}{m_{c_i}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i,j-1}}{y_{i,j} - y_{i,j-1}})) + \frac{N_{r_{i-1,j}}}{m_{c_i}} \sin(\operatorname{arctg}(\frac{z_{i,j} - z_{i-1,j}}{y_{i,j} - y_{i-1,j}})) - g - l_i \omega^2 \sin\left(\frac{\varphi}{2} + \varphi_0\right), \end{cases}$$
(23)

РЕЗУЛЬТАТЫ

Полученные выражения (15–23) позволяют составить систему уравнений, описывающую поведение снежной массы в роторе снегоочистителя. Общее количество уравнений, необходимых для описания снежного массива, будет равно

$$4 \cdot K_{N1} + 4 \cdot K_{N2} + 4 \cdot K_{N3} + 3 \cdot K_{N4} + 3 \cdot K_{N5} + 3 \cdot K_{N6}, \qquad (24)$$

где *K*_{*Ni*} – количество частиц соответствующего положения в массиве (см. рисунок 1).

Данная система является системой линейных уравнений и может быть решена на ЭВМ методом Гаусса [16,17,18].

В результате решения составленной системы уравнений однозначно определяются численные значения нормальных реакций кожуха ротора роторного снегоочистителя, лопасти ротора и взаимодействия соседних частиц, а также направления их действия в каждый момент времени. Такие данные позволяют определить мощность, необходимую для транспортирования снежной массы, напряжения и деформации, возникающие в конструктивных элементах метательного аппарата.

ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная математическая модель и уравнения движения, составленные на ее основе, позволяют однозначно определить значения всех действующих сил на снежную массу в процессе ее транспортирования в роторе роторного снегоочистителя. При этом для решения полученной системы уравнений может быть использован достаточно простой алгоритм – метод Гаусса.

Следует отметить, что рассматриваемая модель позволяет моделировать снежную массу в межлопастном пространстве более сложной конфигурации и совокупности частиц, имеющих нерегулярное распределение по размерам и взаимному положению.

список источников

1. Пеленко В. В., Похольченко В. А., Усманов И. И. Математическое моделирование и расчет конструктивных параметров измельчителей с переменным шагом винтовой линии шнека // Вестник МГТУ. Труды Мурманского государственного технического университета. 2017. Т. 20, № 3. С. 556–562. DOI: 10.21443/1560-9278-2017-20-3-556-562.

2. Беляев Д. А., Бакач В. А., Федорченко И. С. Малогабаритный грунтомет для борьбы с лесными низовыми пожарами // Сборник статей Всероссийской научно-практической конференции: Лесоэксплуатация и комплексное использование древесины. 2021. С. 27–30.

3. Teterina I. A., Korchagin P. A., Aleshkov D. S. (2019) Investigation into Effects of the Utility Machine Performance Characteristics on the Vibration at the Operator's Workplace. 12th International



Scientific and Technical Conference "Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines". C. 8601434. DOI: 10.1109/Dynamics.2018. 8601434.

4. Закиров М. Ф. Оптимизация рабочей скорости фрезерно-роторного снегоочистителя // Строительные и дорожные машины. 2015. № 10. С. 55–57.

5. Masanov G. K., Zhakishev B. A., Taybasarov Zh. K., Imambaev N. S. (2019) Development prototype of the utility model "mobile mechanized ice AX (snowplow) MMI-2010". Science and World. № 5-2(69). pp. 54-56.

6. Shenvi Mohit & Sandu Corina & Untaroiu Costin (2022). Review of compressed snow mechanics: Testing methods. Journal of Terramechanics. № 100. pp. 25-37. DOI: 10.1016/j.jterra.2021.11.006.

7. Клигунова З. А. Воскресенский Г. Г. Моделирование процесса перемещения грунта бульдозером // Дальний Восток: проблемы развития архитектурно-строительного комплекса. 2020. Т. 1, № 1. С. 147–150.

8. Denisova L., Meshcheryakov V. A. (2019) Predictor-based adaptive control system with stability analysis. IFAC-PapersOnLine. № 52 (13). pp. 486-491. DOI: 10.1016/j.ifacol.2019.11.110

9. Летопольский А. Б., Корчагин П. А., Тетерина И. А., Тетерин И. А. Совершенствование конструкции режущей части проходческого щита. Известия высших учебных заведений // Горный журнал. 2021. № 4. С. 74–82. DOI: 10.21440/0536-1028-2021-4-74-82.

10. Алешков Д. С., Суковин М. В. Модель формирования снежных валов при работе фрезерно-роторного снегоочистителя // Вестник евразийской науки. 2018. Т. 10, № 6. 58 с.

11. Zakirov M. F. (2020) The research of resistance to snow cutting and moving with an auger of a small-sized rotary-auger snowplow. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. C. 012043. DOI: 10.1088/1757-899X/786/1/012043.

12. Bobillier G., Bergfeld B., Capelli A., Dual J., Gaume J., Herwijnen A., and Schweizer J. (2020) Micromechanical modeling of snow failure. Cryosphere. №14. pp. 39-49. DOI: 10.5194/tc-14-39-2020

13. Bartenev I., Malyukov S., Malyukova M. (2020) Forest fire extinguishing: theoretical study of the screw drum parameter influence on the efficiency of a forest fire soil-sweeping machine. IOP Conference Series: Earthand Environmental Science. 595:012013. DOI: 10.1088/1755-1315/595/1/012013.

Мерданов Ш. М., Конев В. В., Мальцева Л. П.
 Повышение эффективности плужной снегоуборочной машины // Фундаментальные исследования.
 2016. № 5 (часть 3). С. 491–496.

15. Bartenev I., Malyukov S., Malyukova M. (2020) Forest fire extinguishing: theoretical study of the screw drum parameter influence on the efficiency of a forest fire soil-sweeping machine. IOP Conference Series: Earthand Environmental Science. 595:012013. https://doi.org/10.1088/1755-1315/595/1/012013.

16. Aleshkov D. S., Sukovin M. V., Banket M. V. (2021) Experimental investigations of snow bank formation during milling and rotary snow blower operation. Journal of Applied Engineering Science. Vol. 19. № 1. pp. 9-16. DOI: 10.5937/jaes0-28018.

17. Твердохлебов В. А. Определение рационального состава транспортно-технологического комплекса, задействованного в снегоуборочных работах // Интеллект. Инновации. Инвестиции. 2016. № 6. С. 120–124.

18. Yu, Z.-X & Zhu, Fu & Cao, Rui Zhou & Xiaoxiao, Chen & Zhao, Lei & Zhao, Shichun. (2019) Wind tunnel tests and CFD simulations for snow redistribution on roofs 3D stepped flat roofs. Wind and Structures An International Journal. № 28. pp. 31-47. DOI: 10.12989/was.2019.28.1.031.

REFERENCES

1. Pelenko V. V., Pohol'chenko V. A., Usmanov I. I. Matematicheskoe modelirovanie i raschet konstruktivnyh parametrov izmel'chitelej s peremennym shagom vintovoj linii shneka [Mathematical modeling and design parameters of crushing machines with variable-pitch helix of the screw]. Vestnik MGTU. Trudy Murmanskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta. 2017; T. 20. No. 3: 556-562. DOI 10.21443/1560-9278-2017-20-3-556-562. (In Russ.)

2. Beljaev D. A., Bakach V. A., Fedorchenko I. S. Malogabaritnyj gruntomet dlja bor'by s lesnymi nizovymi pozharami [Small-sized primer for fighting forest grass-roots fires]. *Sbornik statej Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii: Lesojekspluatacija i kompleksnoe ispol'zovanie drevesiny*. 2021: 27-30. (In Russ.)

3. Teterina I. A., Korchagin P. A., Aleshkov D. S. (2019) Investigation into Effects of the Utility Machine Performance Characteristics on the Vibration at the Operator's Workplace. 12th International Scientific and Technical Conference "Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines". C. 8601434. DOI: 10.1109/Dynamics.2018. 8601434.

4. Zakirov M. F. Optimizacija rabochej skorosti frezerno-rotornogo snegoochistitelja [Optimization of the operating speed of the milling and rotary snow-plow. Construction and Road Machinery]. *Stroitel'nye i dorozhnye mashiny.* 2015; 10: 55-57. (In Russ.)

5. Masanov G. K., Zhakishev B. A., Taybasarov Zh. K., Imambaev N. S. (2019) Development prototype of the utility model "mobile mechanized ice AX (snowplow) MMI-2010". *Science and World*. 2019; 5-2(69): 54-56.

6. Shenvi Mohit & Sandu Corina & Untaroiu Costin (2022). *Review of compressed snow mechanics: Testing methods. Journal of Terramechanics.* 2022; 100: 25-37. DOI: 10.1016/j.jterra.2021.11.006.

7. Kligunova Z. A. Voskresenskij G. G. Modelirovanie processa peremeshhenija grunta bul'dozerom [Simulation of soil movement by bulldoze]. *Dal'nij Vostok: problemy razvitija arhitekturno-stroitel'nogo kompleksa*. 2020; T. 1. № 1: 147-150. (In Russ.) 8. Denisova L., Meshcheryakov V. A. (2019) Predictor-based adaptive control system with stability analysis. IFAC-PapersOnLine. 2019; 52 (13): 486-491. DOI: 10.1016/j.ifacol.2019.11.110.

9. Letopol'skij A. B., Korchagin P. A., Teterina I. A., Teterin I. A. Sovershenstvovanie konstrukcii rezhushhej chasti prohodcheskogo shhita. Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij [Improving the design of the tunneling shield cutting working body]. *Gornyj zhurnal.* 2021; 4: 74-82. DOI: 10.21440/0536-1028-2021-4-74-82. (In Russ.)

10. Aleshkov D. S., Sukovin M. V. Model' formirovanija snezhnyh valov pri rabote frezerno-rotornogo snegoochistitelja [Model of formation of snow shafts during operation of a milling and rotary snow cleaner]. *Vestnik evrazijskoj nauki*. 2018; T. 10. № 6: 58. (In Russ.)

11. Zakirov M. F. (2020) The research of resistance to snow cutting and moving with an auger of a small-sized rotary-auger snowplow. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. C. 012043. DOI: 10.1088/1757-899X/786/1/012043.

12. Bobillier G., Bergfeld B., Capelli A., Dual J., Gaume J., Herwijnen A., and Schweizer J. (2020) Micromechanical modeling of snow failure. *Cryosphere*. 2020;14: 39-49. DOI: 10.5194/tc-14-39-2020

13. Bartenev I., Malyukov S., Malyukova M. (2020) Forest fire extinguishing: theoretical study of the screw drum parameter influence on the efficiency of a forest fire soil-sweeping machine. IOP Conference Series: Earthand Environmental Science. 595:012013. DOI: 10.1088/1755-1315/595/1/012013.

14. Merdanov Sh. M. Konev V. V., Mal'ceva L. P. Povyshenie jeffektivnosti pluzhnoj snegouborochnoj mashiny [Improved efficiency of plowing snow blower]. *Fundamental'nye issledovanija*. 2016; 5-3:491-496. (In Russ.)

15. Bartenev I., Malyukov S., Malyukova M. (2020) Forest fire extinguishing: theoretical study of the screw drum parameter influence on the efficiency of a forest fire soil-sweeping machine. *IOP Conference Series: Earthand Environmental Science*. 595:012013. https://doi.org/10.1088/1755-1315/595/1/012013.

16. Aleshkov D. S., Sukovin M. V., Banket M. V. (2021) Experimental investigations of snow bank formation during milling and rotary snow blower operation. *Journal of Applied Engineering Science*. 2021; Vol. 19. № 1: 9-16. DOI: 10.5937/jaes0-28018.

17. Tverdohlebov V. A. Opredelenie racional'nogo sostava transportno-tehnologicheskogo kompleksa, zadejstvovannogo v snegouborochnyh rabotah. Intellekt [Determination of the rational composition of the transport and technological complex involved in snow removal operations]. *Innovacii. investicii*. 2016; 6:120-124. (In Russ.)

18. Yu, Z.-X & Zhu, Fu & Cao, Rui Zhou & Xiaoxiao, Chen & Zhao, Lei & Zhao, Shichun. (2019) Wind tunnel tests and CFD simulations for snow redistribution on roofs 3D stepped flat roofs. Wind and Structures An *International Journal*. 2019; 28: 31-47. DOI: 10.12989/was.2019.28.1.031.

ВКЛАД СОАВТОРОВ

Каждый автор внес равную долю участия как во все этапы проводимого теоретического исследования, так и при написании разделов научной статьи.

COAUTHORS' CONTRIBUTIONS

Each author has an equal share of contributions to the theoretical sections of the article.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Алешков Денис Сергеевич – канд. техн. наук, доц., доц. кафедры «Техносферная и экологическая безопасность».

Корчагин Павел Александрович – д-р техн. наук, проф., проф. кафедры «Подъемно-транспортные машины, механика и гидропривод».

Тетерина Ирина Алексеевна – канд. техн. наук, старший научный сотрудник научно-исследовательского отдела научно-исследовательского управления.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Denis S. Aleshkov – Cand. of Sci, Associate Professor, Technosphere and Environmental Safety Department.

Pavel A. Korchagin – Dr. of Sci., Professor, Lifting and Transport Machines, Mechanics and Hydraulic Drive Department.

Irina A. Teterina – Cand. of Sci, Senior Researcher of the Research Department.

