УДК 629.464 Научная статья DOI: https://doi.org/10.26518/2071-7296-2022-19-1-24-35



# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ФРЕЗЫ ПРИ ТРАНСПОРТИРОВАНИИ СНЕЖНОЙ МАССЫ

Д.С. Алешков, М.В. Суковин\* Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ), г. Омск, Россия denisaleshkov@mail.ru, https://orcid.org/0000-0003-4204-7221, sukovin\_8@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-3151-4341 \*ответственный автор

## АННОТАЦИЯ

**Введение**. Повышение эффективности проведения снегоочистных работ обусловлено улучшением характеристик всех составляющих данного процесса, однако создание принципиально новых конструктивных схем снегоочистителей позволяет вносить качественные изменения в проблеме зимнего содержания дорог, селитебных территорий и т. п.

**Материалы и методы.** Представлено описание аналитических исследований зависимости, описывающей конструктивные параметры фрезы питателя фрезерно-роторного снегоочистителя, на основе которых сформирована концепция принципиально новой конструкции питателя фрезерно-роторного снегоочистителя. Приведено описание математической модели представленной конструкции питателя.

**Результаты.** Рассмотрена конструктивная схема вертикальной фрезы питателя фрезерно-роторного снегоочистителя. Описаны основные допущения, принятые при составлении расчетной схемы работы вертикальной фрезы питателя фрезерно-роторного снегоочистителя. Получены уравнения, описывающие движение группы снежных частиц, транспортируемых вертикальной фрезой и взаимодействующих друг с другом в процессе движения, аналитические зависимости сил нормальных реакций рабочих элементов вертикальной фрезы от ее конструктивных и технологических параметров. Определены начальные условия, необходимые для численного решения представленных уравнений работы вертикальной фрезы питателя фрезерно-роторного снегоочистителя.

**Обсуждение и заключение.** Дано описание математической модели оригинальной конструкции питателя снегоочистителя отбрасывающего действия. Указана необходимость более полного обоснования начальных условий для численного решения уравнений работы питателя снегоочистителя отбрасывающего действия. Данная математическая модель позволяет в дальнейшем перейти к детальному исследованию описанной конструкции фрезы с целью определения рабочих диапазонов конструктивных и технологических параметров питателя с вертикальной фрезой.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** фрезерно-роторный снегоочиститель; питатель; фреза питателя; угол захода ленты фрезы; вертикальная фреза; математическая модель работы вертикальной фрезы; транспортирование снежной частицы; взаимодействие снежных частиц; расчетная схема вертикальной фрезы

БЛАГОДАРНОСТИ. Авторы благодарят рецензентов за вклад в экспертную оценку статьи.

Статья поступила в редакцию 08.12.2021; одобрена после рецензирования 14.02.2022; принята к публикации 28.02.2022.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

Прозрачность финансовой деятельности: автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах.

Конфликт интересов отсутствует.

Для цитирования: Алешков Д.С. Анализ затрат энергии на резание грунта дисками / Д.С. Алешков, М.В. Суковин // Вестник СибАДИ. 2022. Т.19, № 1(83). С. 24-35. https://doi.org/10.26518/2071-7296- 2022-19-1-24-35

© Алешков Д.С., Суковин М.В., 2022



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License. DOI: https://doi.org/10.26518/2071-7296-2022-19-1-24-35 Original article

# MATHEMATICAL MODEL FOR VERTICAL MILLER OPERATION WHEN SNOW MASS TRANSPORTATION

Denis S. Aleshkov, Mikhail V. Sukovin\* Siberian State Automobile and Highway University (SibADI), Omsk, Russia denisaleshkov@mail.ru, https://orcid.org/0000-0003-4204-7221, sukovin8@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-3151-4341 \*corresponding author

PART I

### ABSTRACT

**Introduction.** An increase in the efficiency of snow removal work is due to an improvement in the characteristics of all components of this process, however, the creation of fundamentally new design schemes for snow blowers allows us to make qualitative changes in the problem of winter maintenance of roads, residential areas, etc.

**Materials and methods.** A description of analytical studies of the dependence describing the design parameters of the feeder cutter for a rotary-milling snow blower is presented, on the basis of which the concept of a fundamentally new design of the feeder for a rotary-milling snow blower is formed. The description of the mathematical model of the presented design of the feeder is given.

The structural scheme of the vertical cutter of the feeder of the rotary-milling snow blower is presented. Described are the main assumptions made in the compilation of the design scheme for the operation of the vertical cutter of the feeder of the rotary-milling snow blower. Equations have been obtained that describe the movement of a group of snow particles transported by a vertical mill and interact with each other in the process of movement, analytical dependences of the forces of normal reactions of the working elements of a vertical miller on its design and technological parameters. The initial conditions for the numerical solution of the presented equations of operation of the vertical milling cutter of the feeder of a rotary-milling snow blower are described.

**Results.** The structural scheme of the vertical cutter of the feeder of the rotary-milling snow blower is described. Described are the main assumptions made in the compilation of the design scheme for the operation of the vertical cutter of the feeder of the rotary-milling snow blower. Equations are obtained that describe the movement of a group of snow particles transported by a vertical mill and interact with each other in the process of movement, analytical dependences of the forces of normal reactions of the working elements of a vertical mill on its design and technological parameters. The initial conditions necessary for the numerical solution of the presented equations of operation of the vertical milling cutter of the feeder of the milling-rotary snow blower are determined.

**Discussion and conclusion.** The description of the mathematical model of the original design of the feeder of the throw-away snow blower is given. The necessity of a more complete substantiation of the initial conditions for the numerical solution of the equations of the work of the feeder of the throwing snow blower is indicated. This mathematical model makes it possible to proceed to a detailed study of the described cutter design in order to determine the working ranges of the design and technological parameters of the feeder with a vertical cutter.

**KEYWORDS:** rotary milling snow blower; feeder; feeder cutter; the angle of entry of the cutter tape; vertical miller; mathematical model of the vertical milling cutter; snow mass transportation; interaction of snow particles; calculation scheme of vertical milling cutter

**ACKOWLEDGEMENTS.** The authors would like to thank the reviewers for their contribution to the peer review of the article.

# The article was submitted 08.12.2021; approved after reviewing 14.02.2022; accepted for publication 28.02.2022.

The authors have read and approved the final manuscript.

Financial transparency: the authors have no financial interest in the presented materials or methods. There is no conflict of interest.

*For citation:* Aleshkov D.S., Sukovin M.V. Mathematical model for vertical miller operation when snow mass transportation. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal.* 2022; 19 (1): 24-35. https://doi. org/10.26518/2071-7296- 2022-19-1-24-35

© Aleshkov D.S., Sukovin M.V., 2022



Content is available under the license Creative Commons Attribution 4.0 License.

#### введение

Повышение эффективности проведения снегоочистных работ в первую очередь обусловлено улучшением конструктивных и технологических характеристик снегоочистителей и совершенствованием их конструкции, в том числе созданием принципиально новых схем снегоочистителей. Формирование образа оригинальных конструктивных схем снегоочистителей базируется на решении задач нижних иерархических уровней, связанных с исследованием аналитических зависимостей, описывающих влияния конструктивных и технологических характеристик отдельных элементов на их поведение в системе [1]. В работах [2, 3] представлены инновационные решения в области зимнего содержания дорог, в том числе связанные со снегоочистителями отбрасывающего действия. Одними из новых тенденций в направлении развития снегоочистителей отбрасывающего действия является совершенствование их способности удалять снег большой плотности и лед, что приводит к изменению конструкции питателя снегоочистителя отбрасывающего действия [4, 5].

В общем виде машины для удаления снега с твердых покрытий подразделяются на щеточные, плужные, роторные, газоструйные<sup>1,2,3</sup>. Одним из самых массовых видов снегоочистителей отбрасывающего действия в настоящее время являются фрезерно-роторные снегоочистители (далее ФРС), особенно в сегменте ФРС малой мощности.

Предыдущие исследования были связаны с установлением закономерностей влияния основных конструктивных и технологических параметров элементов рабочих органов ФРС на производительность и энергоемкость рабочих органов ФРС, с последующей оптимизацией основных параметров с целью повышения производительности при минимальных значениях потребной мощности, так в работе [6] представлены исследования определения оптимальной рабочей скорости перемещения ФРС из условия соответствия процессов вырезания и транспортирования снежной массы снегоочистителем. Основные расчетные зависимости ФРС представлены в [7, 8], однако эти закономерности не отражают особенностей влияния структуры транспортируемой снежной массы на его параметры. Экспериментальные исследования сопротивления резанию и перемещению снега в питателе снегоочистителя приведены в [9].

В работе [10] был проведен сравнительный анализ выражений затрат мощностей на вырезание снежной массы из снежного массива и на транспортирование вырезанной снежной массы шнеком питателя ФРС в область загрузочного окна в зависимости от шага шнека. Это позволило автору сделать вывод о незначительности затрат мощности на транспортирование относительно затрат мощности на вырезание снежной массы и их снижении при увеличении шага шнека. Однако в процессе транспортирования формируется поток снежных частиц, который в дальнейшем загружается в метательный аппарат ФРС, что обуславливает необходимость проведения исследований влияния конструктивных и технологических параметров питателя на характеристики потока снежных частиц.

В работе [11] выполнено математическое моделирование рабочих процессов шнековых рабочих органов лесопожарной машины с использованием метода дискретных элементов, определены зависимости влияния шага и высоты ленты шнекового барабана на производительность и затраты мощности работы такого рабочего органа, однако влияние кинематических характеристик шнековых рабочих органов на эффективность их работы не было рассмотрено. Но уже в [12] представлена и исследована система дифференциальных уравнений, включающая уравнения поступательного и вращательного движения шнекового рабочего органа.

Необходимо отметить работы, в которых проведены исследования фрезы с переменной шириной ленты [13], а также исследования формирования снежного вала при отбрасывании снежной массы ротором метательного аппарата ФРС [14].

Уравнения регрессии затрачиваемой мощности от частоты вращения и шага шнека при

<sup>1.</sup> Шалман Д. А. Снегоочистители. Ленинград : Машиностроение, 1973. 216 с. Текст : непосредственный.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Иванов А. Н., Мишин В. А. Снегоочистители отбрасывающего действия. М. : Машиностроение, 1981. 159 с. Текст : непосредственный.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Машины для содержания и ремонта городских и автомобильных дорог : учебное пособие / В. И. Баловнев, В. И. Мещеряков, М. А. Беляев [и др.]. 2-е изд., дополн. и перераб. Москва ; Омск : ОАО «Омский дом печати», 2005. 768 с. Текст : непосредственный.

формовании торфа получены в работе [15], из которых следует, как и из [11], наличие областей минимума в энергоемкости процессов диспергирования и формования.

Однако, базируясь на результатах ранее проведенных исследований, не представляется возможным получение новых конструктивных схем снегоочистительной техники, что требует проведения более детальных исследований аналитических зависимостей, из которых формируются уравнения математической модели ФРС. Так, патенты US3395466A, US4951403A содержат элементы, удовлетворяюшие условия оптимальности различных этапов работы фрезы питателя ФРС, которые представляют собой дисковые фрезы и вертикальные фрезы. Дисковые фрезы и их взаимодействие с мерзлыми грунтами и наледями достаточно глубоко изучено в работах [16]. Что касается вертикальных фрез как рабочего органа подкопочной машины, то их математическая модель представлена в [17], а экспериментальные исследования описаны в [18], но vказанные исследования связаны с разработкой грунта и конструкцией фрезы, не обеспечивающей эффективную загрузку вырезанной снежной массы в питатель. Некоторые особенности поведения снега при приложении к нему нагрузки приведены в [19], с точки зрения представления снега как взаимодействующих между собой частиц его характеристики представлены в [20, 21, 22, 23].

Теоретические исследования взаимодействия рабочих органов с твердыми дискретными средами в ряде случаев эффективно и наглядно проводить с использованием методов дискретных элементов<sup>4</sup> [24]. В [25] исследуется взаимодействие двух сфер, описываемых теорией Герца.

Целью данной работы является описание математической модели работы вертикальной фрезы с учетом взаимодействия транспортируемых ею снежных частиц между собой.

Основными задачами исследования являлись описание конструкции вертикальной фрезы, построение расчетной схемы, формулирование основных допущений и описание математической модели работы вертикальной фрезы при транспортировании снежной массы в область загрузочного окна.

#### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Учитывая, что наименьшие затраты мощности наблюдаются при внедрении фрезы в

снежный массив при минимальных углах захода, можно выдвинуть предположение о том, что наиболее эффективными при разработке снежной массы больших значений плотности и модуля Юнга являются получающиеся при углах захода стремящихся к нулю дисковые фрезы. При уменьшении этих значений эффективная величина угла захода, с точки зрения энергоемкости процесса вырезания снежной массы, возрастает и становится целесообразным уже использование фрез с углами захода, близкими к 90°. Однако такие схемы при их раздельном использовании не обеспечивают поперечного движения вырезанной снежной массы. Обеспечение транспортирования вырезанной снежной массы в область загрузочного окна с минимальными затратами мощности возможно при использовании такой компоновочной схемы, когда ось вращения фрез питателя располагается в вертикальной плоскости. Общий вид конструкции питателя ФРС с вертикальным расположением фрез, представляющих собой сочетание режущих дисков (дисковых фрез) и вертикальных режущих полос, представлен на рисунке 1.



Рисунок 1 — Общий вид снегоочистительного оборудования с вертикальным расположением фрезерного оборудования

Figure 1 – General view of snow removal equipment with vertical milling equipment

Основные допущения, принятые при составлении расчетной схемы:

- фреза вращается с постоянной угловой скоростью, *Ф*<sub>*h*</sub>;

- снегоочиститель движется поступательно с постоянной скоростью;

- транспортируемая снежная масса представляет собой набор сфер одинакового ради-

yca,  $r_i$ ;

- вращением снежной частицы пренебрегаем;

<sup>4</sup> Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц: пер. с англ. М.: Мир, 1987. 640 с.

- снежная частица скользит по горизонтальной и вертикальной поверхности фрезы.

Расчетная схема траектории движения снежной частицы в питателе ФРС, представленном на рисунке 1, изображена на рисунке 2. При составлении расчетной схемы была введена правая ортогональная система координат XOYZ. где ось ОZ направлена вертикально вверх и совпадает с осью вращения вертикальной фрезы. Ось ОХ параллельна основанию, а ее направление совпадает с направлением движения ФРС. Ось ОУ дополняет систему до правой ортогональной системы координат.



Рисунок 2 – Расчетная схема траектории движения снежной частицы транспортируемой вертикальной фрезой, вид сверху, где r – внутренний радиус режущего диска;

в принятой системе координат по оси ОХ и ОҮ соответственно

Figure 2 – Design diagram of the trajectory of movement of a snow particle transported by a vertical milling cutter, top view, where is  $r_{-}$  – the inner radius of the cutting disc;  $R_{\phi}$  – outer radius of the cutting disc;  $x_i$ ,  $y_i$  – are the coordinates of the position of the center of gravity of the i particle in the adopted coordinate system along the OX and OY axes, respectively

Для описанной конструктивной схемы на частицы будут действовать те же активные силы, что и в случае горизонтального расположения фрезы питателя (рисунок 3).



Рисунок 3 – Расчетная схема действия активных сил и сил, обусловленных наложенными связями на движение снежной частицы в вертикальной фрезе,

где  $ec{G}_i$  – вектор силы тяжести і частицы;

 $N_{
m u}$  – вектор силы нормальной реакции вертикальной режущей поверхности;

 $ec{N}_{_{db}}$  – вектор силы нормальной реакции режущего диска:

 $ec{F}_{..}$  – вектор силы трения между снежной частицей и вертикальной режущей поверхностью;

 $ec{F}_{_{ch}}$  – вектор силы трения между снежной частицей и режущим диском;

 $ec{F}_{_{ii}}$  – вектор силы контактного взаимодействия

Figure 3 – The design scheme of the action of active forces, and forces caused by the imposed constraints on the motion of a snow particle in a vertical mill, where is the

 $\vec{G}_i$  -vector of the gravity force of the i particle;  $\overline{N}_q$  - force vector of the normal reaction of the vertical cutting surface;

 $N_{\phi}$  – force vector of the normal reaction of the cutting disc;  $\vec{F}_{q}$  – the vector of the friction force between the snow particle and the vertical cutting surface;

 $\dot{F}_{d}$  – the vector of the friction force between the snow

particle and the cutting disc;  $\vec{F}_{ii}$  – vector of force of contact interaction

Связи также будут являться неудерживаюшими и голономными. Их математическое описание будет иметь следующий вид:

- для случая безотрывного движения по поверхности режущего диска:

$$f_{2} = z_{i} - (h_{i} + r_{i}) = 0$$
 (1)

В случае частицы конечного размера уравнение связи определяется из условия равенства расстояния между координатами положения частицы и линией, лежащей в плоскости вертикальной режущей полосы рабочего органа питателя, радиусу снежной частицы (см. рисунок 2):

$$f_{\theta} = \left(\frac{x_{i}}{A_{1}} - \frac{y_{i}}{A_{2}} + \left(\frac{r_{\phi}\sin(\omega_{\phi}t)}{A_{2}} - \frac{r_{\phi}\cos(\omega_{\phi}t)}{A_{1}}\right)\right)^{2} - r_{i}^{2} \cdot \frac{A_{1}^{2} + A_{2}^{2}}{A_{1}^{2} \cdot A_{2}^{2}} = 0,$$
(2)

где

$$A_{1} = R_{\phi} \cos(\omega_{\phi} t + \xi_{0}) - r_{\phi} \cos(\omega_{\phi} t) \neq 0$$

$$A_{2} = R_{\phi} \sin(\omega_{\phi} t + \xi_{0}) - r_{\phi} \sin(\omega_{\phi} t) \neq 0$$

где  $\xi_0$  – угол начального положения вертикальной режущей полосы.

При  $\xi_0=0$ ,  $r_{\phi}=R_{\phi}$ , при других значениях  $\xi_0$  данные соотношения выполняются при  $\omega_{\phi}=\pi/2-\xi_0$ , что интерпретируется как необходимость смены знака действия нормальной реакции при проведении вычислений.

Косинусы углов направления проекций сил нормальных реакций на оси принятой системы координат будут равны:

- режущего диска:

$$\cos \varphi_{z} = \frac{\frac{\partial f_{z}}{\partial x}}{\Delta f_{z}} = 0,$$

$$\cos \psi_{z} = \frac{\frac{\partial f_{z}}{\partial y}}{\Delta f_{z}} = 0,$$

$$\cos \zeta_{z} = \frac{\frac{\partial f_{z}}{\partial z}}{\frac{\partial f_{z}}{\Delta f_{z}}} = 1;$$

- режущей полосы:

$$\cos\varphi_{e} = \frac{\frac{\partial f_{e}}{\partial x}}{\Delta f_{e}} = \frac{A_{2}}{\sqrt{A_{1}^{2} + A_{2}^{2}}},$$
$$\cos\psi_{e} = \frac{\frac{\partial f_{e}}{\partial y}}{\Delta f_{e}} = -\frac{A_{1}}{\sqrt{A_{1}^{2} + A_{2}^{2}}},$$
$$\cos\zeta_{e} = \frac{\frac{\partial f_{e}}{\partial z}}{\Delta f_{e}} = 0.$$

Косинусы углов направления силы трения между  $\vec{F}_{\phi}$  определяются по известным формулам [18]:

$$\cos \alpha_{z} = \frac{\dot{x}_{i}}{\sqrt{\dot{x}_{i}^{2} + \dot{y}_{i}^{2}}},$$
$$\cos \beta_{z} = \frac{\dot{y}_{i}}{\sqrt{\dot{x}_{i}^{2} + \dot{y}_{i}^{2}}},$$
$$\cos \gamma_{z} = 0.$$

Косинусы углов между направлением силы трения,  $\vec{F}_{q}$ , и осями принятой системы координат, которая лежит в ее плоскости вертикальной режущей полосы и параллельна плоскости режущего диска, определяются по формулам:

$$\cos \alpha_{e} = \frac{\frac{1}{A_{2}}}{\sqrt{\frac{1}{A_{1}^{2}} + \frac{1}{A_{2}^{2}}}},$$
$$\cos \beta_{e} = \frac{\frac{1}{A_{1}}}{\sqrt{\frac{1}{A_{1}^{2}} + \frac{1}{A_{2}^{2}}}},$$

Для определения численных значений сил нормальных реакций необходимо выполнить дифференцирование по *t* дважды уравнений (1), (2). Имеем

$$\frac{d^2 f_2}{dt^2} = \ddot{z}_i$$

С учетом следующих обозначений:

РАЗДЕЛ І ТРАНСПОРТНОЕ, ГОРНОЕ И СТРОИТЕЛЬНОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ

$$\begin{split} M_{1} &= \frac{A_{2} \cos(\omega_{\phi} t)}{A_{1}^{2}} - \frac{A_{1} \sin(\omega_{\phi} t)}{A_{2}^{2}} + \frac{\cos(\omega_{\phi} t)}{A_{2}} + \frac{\sin(\omega_{\phi} t)}{A_{1}}, \\ M_{2} &= \frac{\sin(\omega_{\phi} t)}{A_{2}} - \frac{\cos(\omega_{\phi} t)}{A_{1}}, \\ M_{3} &= \frac{\cos(\omega_{\phi} t)A_{1}^{2} - A_{2} \sin(\omega_{\phi} t)A_{1} + 2A_{2}^{2} \cos(\omega_{\phi} t)}{A_{1}^{3}} - \\ &- \frac{-A_{2}^{2} \sin(\omega_{\phi} t) + A_{1} \cos(\omega_{\phi} t)A_{2} - 2A_{1}^{2} \sin(\omega_{\phi} t)}{A_{2}^{3}} - \\ &- \frac{\sin(\omega_{\phi} t)A_{2} + A_{1} \cos(\omega_{\phi} t)}{A_{2}^{2}} + \frac{\cos(\omega_{\phi} t)A_{1} + A_{2} \sin(\omega_{\phi} t)}{A_{1}^{2}} - \\ &- \frac{\sin(\omega_{\phi} t)A_{2} + A_{1} \cos(\omega_{\phi} t)}{A_{2}^{2}} + \frac{\cos(\omega_{\phi} t)A_{1} + A_{2} \sin(\omega_{\phi} t)}{A_{1}^{2}} - \\ &- \frac{M_{4} = \frac{A_{1}^{2} + 3A_{2}^{2}}{A_{2}^{4}} - \frac{A_{2}^{2} + 3A_{1}^{2}}{A_{2}^{4}}, \\ &- \frac{M_{5} = \frac{A_{1}^{2} + 2A_{2}^{2}}{A_{1}^{3}}, \\ &- \frac{M_{6} = \frac{A_{2}^{2} + 2A_{1}^{2}}{A_{2}^{3}}. \end{split}$$

Окончательно имеем:

$$\frac{d^{2}f_{g}}{dt^{2}} = 2\left[\frac{\dot{x}_{i}}{A_{1}} - \frac{\dot{y}_{i}}{A_{2}} + \omega_{\phi}x_{i}\frac{A_{2}}{A_{1}^{2}} + \omega_{\phi}y_{i}\frac{A_{1}}{A_{2}^{2}} + r_{\phi}\omega_{\phi}M_{1}\right]^{2} + 2\left(\frac{x_{i}}{A_{1}} - \frac{y_{i}}{A_{2}} + r_{\phi}M_{2}\right)\left[\frac{\ddot{x}_{i}A_{1} + 2\omega_{\phi}\dot{x}_{i}A_{2}}{A_{1}^{2}} - \frac{\ddot{y}_{i}A_{2} - 2\omega_{\phi}\dot{y}_{i}A_{1}}{A_{2}^{2}} + . \right]$$

$$+ \omega_{\phi}^{2}x_{i}M_{5} + \omega_{\phi}^{2}y_{i}M_{6} + r_{\phi}\omega_{\phi}^{2}M_{3}] + 2\omega_{\phi}^{2}r_{4}i^{2} \cdot M_{4} = 0$$

$$(3)$$

Уравнения движения примут вид:

$$\ddot{x}_{i} = -\omega^{2} x_{i} - 2\omega \cdot \dot{y}_{i} + \frac{N_{u}}{m_{ui}} \left( \frac{A_{2}}{\sqrt{A_{1}^{2} + A_{2}^{2}}} + f_{\phi} \frac{A_{1}}{\sqrt{A_{2}^{2} + A_{1}^{2}}} \right) + \frac{N_{\phi}}{m_{ui}} f_{u} \frac{\dot{x}_{i}}{\sqrt{\dot{x}_{i}^{2} + \dot{y}_{i}^{2}}} + \frac{F_{ij}^{x}}{m_{ui}};$$
(4)

$$\ddot{y}_{i} = \omega^{2} y_{i} + 2\omega \cdot \dot{x}_{i} + \frac{N_{u}}{m_{ui}} \left( \frac{A_{1}}{\sqrt{A_{1}^{2} + A_{2}^{2}}} + f_{\phi} \frac{A_{2}}{\sqrt{A_{1}^{2} + A_{2}^{2}}} \right) + \frac{N_{\phi}}{m_{ui}} f_{u} \frac{\dot{y}_{i}}{\sqrt{\dot{x}_{i}^{2} + \dot{y}_{i}^{2}}} + \frac{F_{ij}^{y}}{m_{ui}};$$
(5)

TRANSPORT, MINING AND MECHANICAL ENGINEERING

$$\ddot{z}_{i} = \frac{N_{u}}{m_{ui}} + \frac{F_{ij}^{z}}{m_{ui}} - \frac{G}{m_{ui}}.$$
(6)

PART

где  $f_{\phi}$  – коэффициент внешнего трения снега по поверхности режущего диска;  $f_{u}$  – коэффициент внешнего трения снега по вертикальной режущей поверхности.

Из данной системы уравнений с использованием уравнений связи (1), (2) можно получить выражения нормальных реакций. Для этого из третьего уравнения (6) выражаем  $N_{,}$  и подставляем полученное выражение в первое (4) и второе (5) уравнение. Из (3) выражаем  $\ddot{y}$  и производим подстановку уравнение (5), из которого затем выражаем  $\ddot{x}$ . Приравниваем (4) и (5) уравнения и после преобразований находим  $N_{\phi}$ .

Выражение силы нормальной реакции поверхности режущего диска в явном виде находится из (6):

$$\frac{N_{\phi}}{m_{ui}} = g - \frac{F_{ij}^{z}}{m_{ui}};$$
(7)

В результате проведенных преобразований, описанных выше, получим выражение для  $N_{\pm}$ :

$$\frac{N_{u}}{m_{ui}} = \frac{1}{(B_{1} + f_{\phi}B_{2}) - \frac{A_{1}}{A_{2}}(B_{2} + f_{\phi}B_{1})} (\omega^{2}(\frac{A_{1}}{A_{2}}y_{i} + x_{i}) + 2\omega \cdot (\frac{A_{1}}{A_{2}}\dot{x}_{i} + \dot{y}_{i}) + g \cdot f_{u}(D_{2}\frac{A_{1}}{A_{2}} - D_{1}) - \frac{F_{ij}^{z}}{A_{2}} - D_{1}) + \frac{F_{ij}^{y}}{m_{ui}}\frac{A_{1}}{A_{2}} - \frac{F_{ij}^{z}}{m_{ui}}) - \frac{F_{ij}^{z}}{A_{1}} + \omega_{\phi}x_{i}\frac{A_{2}}{A_{2}} + \omega_{\phi}y_{i}\frac{A_{1}}{A_{2}^{2}} + r_{\phi}\omega_{\phi}M_{1}]^{2} \frac{A_{1}}{\frac{x_{i}}{A_{1}} - \frac{y_{i}}{A_{2}} + r_{\phi}M_{2}} \frac{1}{(B_{1} + f_{\phi}B_{2}) - \frac{A_{1}}{A_{2}}(B_{2} + f_{\phi}B_{1})} - \frac{B_{1}}{A_{2}} + \frac{B_{1}}{A_{2}}$$

где

$$B_{I} = \frac{A_{2}}{\sqrt{A_{I}^{2} + A_{2}^{2}}},$$

$$B_{2} = \frac{A_{I}}{\sqrt{A_{I}^{2} + A_{2}^{2}}},$$

$$D_{I} = \frac{\dot{x}_{i}}{\sqrt{\dot{x}_{i}^{2} + \dot{y}_{i}^{2}}},$$

$$D_{2} = \frac{\dot{y}_{i}}{\sqrt{\dot{x}_{i}^{2} + \dot{y}_{i}^{2}}}.$$

Таким образом, имеем уравнения нормальных реакций (7). (8) для описанной выше конструкции роторного снегоочистителя, которые совместно с уравнениями (4), (5) образуют замкнутую систему уравнений, описывающую работу питателя снегоочистителя, из которых определяются кинематические характеристики снежных частиц. В момент времени t = 0 в качестве начальных условий выступают координаты захвата снежных частиц в принятой системе координат, что касается значений проекций векторов скорости, то здесь потребуется принятие дополнительных допущений, связанных с процессом захвата снежных частиц. Первый подход базируется на том, что  $\dot{x}_i$ ,  $\dot{y}_i$  и  $\dot{z}_i$ должны совпадать с проекциями вектора окружной скорости вертикальной ре-

жущей полосы. Второй подход подразумевает контактное взаимодействие снежной частицы и вертикальной режущей полосы с возможной потерей одной или всех связей частицы с элементами вертикальной фрезы.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ

32

Получена замкнутая система уравнений, позволяющая однозначно определять силы, действующие со стороны снежных частиц, формирующих транспортируемую снежную массу, на элементы конструкции вертикального ротора. На основании которых в дальнейшем возможно произвести оптимизацию основных конструктивных и технологических параметров вертикальной фрезы рассматриваемой конструкции питателя ФРС. Также определить потребляемую мощность вертикальной фрезой на транспортирование снежной массы. Решение описанной системы дифференциальных уравнений второго порядка может быть решена на ЭВМ, в соответствии с алгоритмами метода дискретных элементов. При этом в качестве силы взаимодействия между частицами в первом приближении можно воспользоваться теорией контактного взаимодействия Герца. Получены основные ограничения, накладываемые на процесс решения полученной системы уравнений работы вертикальной фрезы питателя ФРС. Установлено, что общее количество действующих сил на транспортируемую снежную частицу соответствует числу сил при ее транспортировании горизонтально расположенной фрезой в питателе ФРС.

#### ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Составлена расчетная и математическая модель работы вертикальной фрезы питателя ФРС. Система уравнений и значений сил нормальных реакций поверхностей позволяет оценить влияние конструктивных параметров на действующие силы со стороны транспортируемой снежной массы на конструкцию фрезы, проводить оптимизацию конструкции вертикального ротора, в частности осуществлять выбор геометрических параметров вертикальных режущих полос и режущих дисков, определить технологические параметры режимов работы рассматриваемой конструкции питателя. Даны два варианта задания начальных условий решения уравнений математической модели работы вертикальной фрезы питателя ФРС, которые требуют более строгого теоретического обоснования и последующей экспериментальной проверки. Представленная математическая модель позволяет в дальнейшем перейти к исследованию описанной конструкции фрезы, имеющей более сложную поверхность рабочих элементов.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Виброзащитная система с нелинейными упругими и демпфирующими характеристиками / М.С. Корытов, В.С. Щербаков, В.В. Титенко, И.Е. Почекуева // Динамика систем, механизмов и машин. 2020. Т. 8, № 1. С. 46–54. DOI 10.25206/2310-9793-8-1-46-54.

2. Wang, Z.: Discussion on the Status of Domestic Snow and Ice Removing Machinery, Construction Machinery, 7, 2002, 46–47.

3. Guo, Z.et al.: Study on the Snow and Ice Removing Technology of the Roads, Transportation Science and Technology, 5, 2011, 71–74.

4. Li, Yaqin & Han, Yangyang & Wang, Junfa & Zhuang, Tengfei & Ge, Yiyuan & Zou, Aihua & Wu,

Hongshan. (2017). Comparative Analysis of the Snow Clearing Performance Test of the Concave Disc and Vertical Milling Prototype. DEStech Transactions on Engineering and Technology Research. 10.12783/ dtetr/mime2016/10214.

5. Wang, Gang. (2016). A design on centrifugal ice breaking and snow removal system based on ADAMS. Computer-Aided Design and Applications. 14. 1-12. 10.1080/16864360.2016.1223424.

6. Закиров М. Ф. Оптимизация рабочей скорости фрезерно-роторного снегоочистителя // Строительные и дорожные машины. 2015. № 10. С. 55–57.

7. Xingzhihui1a L. Structure design of small road snow remover // Journal of Physics: Conference Series. – 1939. – T. 2021. – C. 012054.

8. Баланик М. М., Гребеньков Д. В. Определение оптимальных параметров базовой машины фрезерно-роторного снегоочистителя // Вестник современных исследований. 2019. № 1.13(28). С. 57–60.

9. Закиров М. Ф. Исследование сопротивления резанию и перемещению снега шнеком малогабаритного шнекороторного снегоочистителя // Техника и технология транспорта. 2019. № S(13). 10 с.

10. Закиров М. Ф. Исследование влияния шага шнека на мощность привода питателя малогабаритного шнекороторного снегоочистителя // Интеллектуальные системы в производстве. 2015. № 2 (26). С. 56–57.

11. Bartenev, I & Malyukov, S & Malyukova, M. (2020). Forest fire extinguishing: theoretical study of the screw drum parameter influence on the efficiency of a forest fire soil-sweeping machine. IOP Conference Series: EarthandEnvironmental Science. 595. 012013. 10.1088/1755-1315/595/1/012013.

12. Попиков П. И., Поздняков А. К. Математическая модель взаимодействия шнековых рабочих органов лесопожарных грунтометательных машин с напочвенным покровом // Лесотехнический журнал. 2021. Т. 11, № 1(41). С. 163–171. DOI 10.34220/ issn.2222-7962/2021.1/15.

13. Алешков Д. С., Аюпова Н. Ю. Обоснование ширины ленты фрезы питателя фрезерно-роторного снегоочистителя // Вестник СибАДИ. 2017. № 2(54). С. 7–11.

14. Experimental investigations of snow bank formation during milling and rotary snow blower operation / D.S. Aleshkov, M.V. Sukovin, M.V. Banket [et al.] // Journal of Applied Engineering Science. – 2021. – Vol. 19. – No 1. – P. 9-16. – DOI 10.5937/jaes0-28018.

15. Яблонев А. Л., Гусева А. М. Исследование энергоемкости формования кускового торфа // Труды Инсторфа. 2020. № 22(75). С. 20–27.

16. Определение усилий, возникающих на дисковом резце при блокированном резании мерзлых грунтов / Р. Б. Желукевич, Н. И. Селиванов, Ю. Ф. Кайзер, А. В. Лысянников // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2015. № 8(2). С. 66–78.

17. Кузнецова В. Н., Кирюшкина Н. А. Анализ математического описания процесса взаимодействия фрезерного рабочего органа с разрабатываемой средой // Вестник СибАДИ. 2015. № 6(46). С. 102–106.

18. Федотенко Ю. А., Реброва И. А., Булаева Д. В. Экспериментальные исследования режущих элементов рабочего органа подкапывающей машины // Вестник СибАДИ. 2014. № 1(35). С. 38–42.

19. Тургумбаев Ж. Ж., Гапарова Ж. Т., Башиков И. Т. Результаты лабораторных исследований по оценке физикомеханических свойств снега // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова. 2012. № 26. С. 116–121.

20. Numerical study on granule aggregation and breakage in fluidized bed granulation by a novel PBM with DEM-CFD coupling approach Kentaro Hayashi, Hideya Nakamura, Satoru Watano.

21. Boutanios, Ziad. (2018). Two-way Coupled Eulerian-Eulerian Finite Volume Simulation of Drifting Snow.

22. L. Zhao, Z. Yu, F. Zhu, X. Qi, S. Zhao. CFD-DEM modeling of snowdrifts on stepped at roofs. WindandStructures, 23(6):523542, 2016

23. Modeling of dry snow adhesion during normal impact with surfaces Tobias Eidevåg, Per Abrahamsson, Matthias Eng, Anders Rasmuson

24. Zheng, Zumei & Zang, Mengyan & Chen, Shunhua & Zhao, Chunlai. (2016). An improved 3D DEM-FEM contact detection algorithm for the interaction simulations between particles and structures. Powder Technology. 305. 308-322. 10.1016/j.powtec.2016.09.076.

25. Balevičius, R. & Mróz, Zenon. (2013). A finite sliding model of two identical spheres under displacement and force control - Part I: Static analysis. Acta Mechanica. 224. 10.1007/s00707-013-0839-9.

#### REFERENCES

1. Vibrozashhitnaja sistema s nelinejnymi uprugimi i dempfirujushhimi harakteristikami [Vibration protection system with nonlinear elastic and damping characteristics] / M. S. Korytov, V. S. Shcherbakov, V. V. Titenko, I. E. Pochekueva // Dynamics of systems, mechanisms and machines.2020. 8(1): 46-54. – DOI 10.25206/2310-9793-8-1-46-54.

2. Wang, Z.: Discussion on the Status of Domestic Snow and Ice Removing Machinery, *Construction Machinery*, 2002, 7: 46–47.

3. Guo, Z.et al.: Study on the Snow and Ice Removing Technology of the Roads, *Transportation Science and Technology*, 5, 2011, 71–74.

4. Li, Yaqin & Han, Yangyang & Wang, Junfa & Zhuang, Tengfei & Ge, Yiyuan & Zou, Aihua & Wu, Hongshan. (2017). Comparative Analysis of the Snow Clearing Performance Test of the Concave Disc and Vertical Milling Prototype. DEStech *Transactions on Engineering and Technology Research*. 10.12783/ dtetr/mime2016/10214.

5. Wang, Gang. (2016). A design on centrifugal ice breaking and snow removal system based on ADAMS. *Computer-Aided Design and Applications*. 14. 1-12. 10.1080/16864360.2016.1223424.

6. Zakirov, MF Optimization of the working speed of the rotary-milling snowplow / MF Zakirov // *Construction and road machines*. 2015. 10: 55-57.

7. Xingzhihui1a L. Structure design of small road snow remover // Journal of Physics: Conference Series. 1939. 2021. 012054.

8. Balanik, M.M., Grebenkov D.V., Determination of the optimal parameters of the base machine of a rotarymilling snow blower / M.M. Balanik, D.V. Grebenkov // *Bulletin of modern research*. 2019. 1.13 (28): 57-60.

9. Zakirov, M.F. Research of resistance to cutting and movement of snow by auger of a small-sized auger snow blower / M.F. Zakirov // *Technics and technology of transport.* 2019. S (13): 10.

10. Zakirov M.F. Investigation of the effect of the auger pitch on the power of the feeder drive of a small-sized auger-rotor snowplow. *Intelligent systems in production*. 2015; 2: 56-57. (in Russian)

11. Bartenev, I & Malyukov, S & Malyukova, M. (2020). Forest fire extinguishing: theoretical study of the screw drum parameter influence on the efficiency of a forest fire soil-sweeping machine. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 595. 012013. 10.1088/1755-1315/595/1/012013.

12. Popikov, Petr & Pozdnyakov, Anton & Uskov, Vladimir & Lysych, Mihail&Gnusov, Maksim. (2021). THEORETICAL STUDY OF THE KINEMATIC AND DYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE AUGER WORKING BODY OF A FOREST FIRE GROUND-THROWING MACHINE. *Forestry Engineering Journal*. 11. 140-151. 10.34220/issn.2222-7962/2021.3/12.

13. Aleshkov, D.S., Ayupova N. Y. Obosnova niye shiriny lenty frezy pitatelya frezerno-kotornogo snegoochistitelya [Justification of the cutter belt width of the milling-rotary snow plough feeder] *The Russian Automobile and Highway Industry Journal*. 2017, 2(54): 7-11. (In Russian).

14. Experimental investigations of snow bank formation during milling and rotary snow blower operation / D.S. Aleshkov, M.V. Sukovin, M.V. Banket [et al.] // *Journal of Applied Engineering Science*. 2021. 19. 1: 9-16. – DOI 10.5937/jaes0-28018.

15. Yablonev A.L. [STUDY OF THE ENERGY INTENSITY OF SOD PEAT FORMING] / A.L Yablonev, A.M. Guseva// Trudy Instorfa *Proceedings of the Institute*, 2020, 22(75): 20-27. (In Russian)

16. Opredelenie usilij, voznikajushhih na diskovom rezce pri blokirovannom rezanii merzlyh gruntov / R. B. Zhelukevich, N. I. Selivanov, Ju. F. Kajzer, A. V. Lysjannikov // Izvestija Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tehnicheskie nauki, 2015. 8-2: 66–78, [in Russian].

17. Kuznetsova V.N., Kiryushkina N.A. Analiz matematicheskogo opisaniya protsessa vzaimodeystviya frezernogo rabochego organa s razrabatyvayemoy sredoy [Analysis of mathematical describe the interaction cutter working body develops environment] *The Russian Automobile and Highway Industry Journal*, 2015, 6(46): 102-106. (In Russian) 18. Fedotenko Y.A., Rebrova I.A., Bulaeva D.V. Eksperimental'nyye issledovaniya rezhushchikh elementov rabochego organa podkapyvayushchey mashiny [The laboratory experiments in study of the earth-moving machine working] *The Russian Automobile and Highway Industry Journal*, 2014. 1(35): 38-42.

19. Turgumbaev, Zh. Zh. Results of laboratory studies to assess the physical and mechanical properties of snow / Zh. Zh. Turgumbaev, Zh. T. Gaparova, IT Bashikov // Bulletin of the Kyrgyz State Technical University. I. Razzakov. 2012. 26: 116-121.

20. Numerical study on granule aggregation and breakage in fluidized bed granulation by a novel PBM with DEM-CFD coupling approach Kentaro Hayashi, Hideya Nakamura, Satoru Watano.

21. Boutanios, Ziad. (2018). Two-way Coupled Eulerian-Eulerian Finite Volume Simulation of Drifting Snow.

22. L. Zhao, Z. Yu, F. Zhu, X. Qi, S. Zhao. CFD-DEM modeling of snowdrifts on stepped at roofs. Wind and Structures, 2016, 23(6):523542.

23. Modeling of dry snow adhesion during normal impact with surfaces Tobias Eidevåg, Per Abrahamsson, Matthias Eng, Anders Rasmuson

24. Zheng, Zumei & Zang, Mengyan & Chen, Shunhua & Zhao, Chunlai. (2016). An improved 3D DEM-FEM contact detection algorithm for the interaction simulations between particles and structures. Powder Technology. 305. 308-322. 10.1016/j.powtec.2016.09.076.

25. Balevičius, R. & Mróz, Zenon. (2013). A finite sliding model of two identical spheres under displacement and force control - Part I: Static analysis. Acta Mechanica. 224. 10.1007/s00707-013-0839-9.

#### ВКЛАД СОАВТОРОВ

Алешков Д. С. Формулировка направления и темы исследования. Концептуализация, формулирование и исследование научной гипотезы. Формулирование проблемы исследований. Выбор методологии и методов исследования (50%).

Суковин М. В. Проверка теоретических предположений, аналитика результатов исследования, редактирование, формирование выводов. Валидация данных, рецензирование результатов, корреспонденция данных с иностранными авторами (50%).

#### **COAUTHORS' CONTRIBUTION**

Denis S. Aleshkov. Formulation of the direction and research topic.Conceptualization, formulation and research of a scientific hypothesis.Formulation of the research problem.Choice of research methodology and methods (50%).

Mikhail V. Sukovin. Checking theoretical assumptions, analytics of research results, editing, drawing conclusions. Data validation, peer review of results, correspondence of data with foreign authors (50%).



## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Алешков Денис Сергеевич – канд. техн. наук, доц., доц. кафедры «Техносферная и экологическая безопасность»

Суковин Михаил Владимирович – канд. техн. наук, доц., доц. кафедры «Техносферная и экологическая безопасность».

# **AUTHORS' AFFILIATION**

Denis S. Aleshkov, Cand, of Sci., Associate Professor of the Technical and Environmental Safety Department.

Mikhail V. Sukovin, Cand, of Sci., Associate Professor of the Technical and Environmental Safety Department.