

## ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ ПОЛНОУПРАВЛЯЕМОГО ЛЕГКОВОГО АВТОМОБИЛЯ

*\*А.А. Маркина, С.Н. Чепкасов, М.А. Бережная*  
ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»,  
Екатеринбург, Россия  
*\*aa.akulova@urfu.ru*

### АННОТАЦИЯ

**Введение.** Со второй половины XX века вопрос безопасности в автомобильной промышленности выходит на первое место, поэтому особое внимание уделяется устойчивости и управляемости. Повышение показателей данных свойств может достигаться различными путями, одним из которых является конструкция с четырьмя управляемыми колёсами (4WS). Технические решения таких схем более исследованы в зарубежной литературе на примере спортивных автомобилей и некоторых японских моделей, работы отечественных исследователей носят в основном описательный характер существующих решений.

**Материалы и методы.** В статье приведён анализ кинематики легкового полноуправляемого автомобиля. Рассмотрена геометрия поворота с положительными и отрицательными углами подруливания, на основании чего предложены расчетные формулы для определения радиуса поворота автомобиля, углов поворота колес. Данные кинематические соотношения могут быть использованы при проектировании системы рулевого управления с четырьмя управляемыми колесами.

**Результаты.** На примере автомобиля Volkswagen Polo произведён расчёт радиуса поворота и траекторной управляемости в зависимости от углов поворота колес передней и задней оси, показано изменение данных параметров и их влияние на безопасность и управляемость транспортного средства. Показаны преимущества применения полноуправляемой схемы для легкового автомобиля.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** полноуправляемый автомобиль, автомобиль с четырьмя управляемыми колесами, кинематика поворота автомобиля, маневренность автомобиля, управляемость автомобиля, траекторная управляемость, курсовая устойчивость автомобиля, подруливающая задняя ось, радиус поворота автомобиля, схема поворота автомобиля.

© А.А. Маркина, С.Н. Чепкасов, М.А. Бережная



Контент доступен под лицензией  
Creative Commons Attribution 4.0 License.

## KINEMATIC STUDY OF THE FOUR-WHEELED STEERING SYSTEM

*\*A.A. Markina, S.N. Chepkasov, M.A. Berezhnaya*

*Ural Federal University named after  
the first President of Russia B.N. Yeltsin  
Yekaterinburg, Russia*

### ABSTRACT

**Introduction.** Since the second half of the 20th century the safety in the automotive industry has been bringing to the forefront. Therefore, researches pay special attention to stability and controllability. These properties increase in a variety of ways, one of which is using of the four-wheel steering system (4WS). Foreign literature presents technical solutions on the example of sport cars and some Japanese models.

**Materials and methods.** The paper provided an analysis of the four-wheeled steering passenger car's kinematics. The authors considered the turning geometry with positive and negative steering angles of rear axle, on the basis of which the researches proposed calculation formulas for determining the turning radius of the car and the angles of the wheels' rotation. The kinematic relations used in designing a steering system with four steered wheels.

**Results.** The authors on the example of Volkswagen Polo calculated the turning radius and controllability depending on the steering wheels' angles of the front and rear axles. As a result, the paper demonstrated the change in parameters and the effect on the safety and handling of the vehicle. The authors also highlighted the advantages of using a four-wheeled steering system.

**KEYWORDS:** fully-controlled car, four-wheeled steering system, turning kinematics of the vehicle, car maneuverability, car controllability, intelligence steering control system, steering axle, car turning radius, handling stability, kinematic analysis.

© A.A. Markina, S.N. Chepkasov, M.A. Berezhnaya



Content is available under the license  
Creative Commons Attribution 4.0 License.

### ВВЕДЕНИЕ

Вопросам изучения управляемости и криволинейного движения транспортных средств уделяется большое внимание в современных исследованиях. Поскольку уровень развития технологий позволяет автоматизировать управление параметрами рулевого управления и создавать интеллектуальные системы, особое внимание уделяется вопросам анализа кинематических соотношений, описывающих криволинейное движение, математических моделей и алгоритмов, построенных на их основе [1, 2, 3, 4]. Использование математических и имитационных моделей [5, 6] позволяет добиться оптимальных настроек рулевого управления, тормозной системы и подвески с точки зрения безопасности движения, в том числе при совершении маневров, близких к границе потери устойчивости.

На сегодняшний день маневренность и устойчивость автомобиля на дороге является важным критерием безопасности в связи с увеличением скоростей движения, одним из способов улучшения показателей данных свойств будет использование автомобилей с более чем одной управляемой осью. Первоначально подобные технические решения применялись на военных колесных машинах высокой проходимости и на сочлененных транспортных средствах большой грузоподъемности [7]. В 30-х годах схему с управляемыми передней и задней осью было предложено использовать в гражданском автомобилестроении, чтобы решить проблему парковки в ограниченном пространстве, перестроение из одной полосы в другую в высокоскоростном режиме, исключить виляние и занос осей на высоких скоростях. Применялись различные схемы приводов управления задней осью: механический, гидравлический и электрический, однако широкого распространения не получили, поскольку надежность данных систем пока ещё остаётся невысокой [8, 9].

В полноуправляемом автомобиле задние колеса поворачиваются вместе с передними колесами, угол поворота зависит от передаточного числа редуктора установленного между передней и задней осями. Одним из важных преимуществ использования схемы с четырьмя управляемыми колёсами является возможность изменения направления поворота задних колёс относительно передних. При низкой скорости движения задние колеса поворачиваются в противоположном направлении от передних, что позволяет уменьшить радиус поворота, такая схема называется от-

рицательной. Данный режим актуален при маневрировании в ограниченном пространстве, при парковке. На высокой скорости передние и задние колеса поворачиваются в одном направлении – положительная схема, что необходимо при маневрировании из одной полосы в другую на высоких скоростях [10].

Более подробно вопросы управляемости и маневренности автомобилей с двумя управляемыми осями рассмотрены в зарубежной литературе, в том числе вопросы моделирования и определения показателей управляемости, маневренности и устойчивости. В [11] описаны результаты исследования маневренности автомобиля с двумя управляемыми осями на примере анализа геометрии маневра «перестановка» и «парковка», показаны существующие схемы реализации подруливающей задней оси. Подробный анализ алгоритма работы подруливающей оси и перемены фаз поворота задних колес рассмотрен в [12], сделаны выводы об оптимальных параметрах системы с точки зрения показателей управляемости. В [13, 14, 15, 16] приведены математические модели криволинейного движения автомобиля с четырьмя управляемыми колесами. Сравнительный анализ показателей маневренности, полученных при помощи имитационного моделирования и реальных испытаний на примере автомобиля класса «Формула Студент», приведен в [17, 18], где показано, что помимо изменений геометрических показателей маневренности, использование четырехколесного управления позволяет увеличить среднюю скорость прохождения трассы, что является важным критерием для спортивного автомобиля.

Для расчета рулевого механизма и рулевого привода необходимо иметь представление о кинематических связях между управляемыми колёсами, вопрос расчета показателей маневренности автомобиля с четырьмя управляемыми колесами на сегодняшний день не рассмотрен до конца. Большая часть исследований носит исключительно описательный характер или показывает результаты испытаний, однако не хватает изысканий для проведения проектного расчета рулевого управления с двумя управляемыми осями. Поэтому в данной статье будет рассмотрена кинематика поворота положительной и отрицательной схем полноуправляемых автомобилей, приведены схемы и выведены основные расчетные соотношения. В свою очередь определение основных параметров маневренности и управляемости позволит оценить изменение данных свойств в сравнении с автомобилем с обычным рулевым управлением.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для определения радиуса поворота и углов поворота управляемых колес необходимо рассмотреть схему поворота автомобиля с че-

тырьмя управляемыми колесами (рисунок 1). Приведенная схема и выведенные на ее основе кинематические зависимости выполнены на основе известных и признанных работ [19, 20, 21] в области управляемости и устойчивости

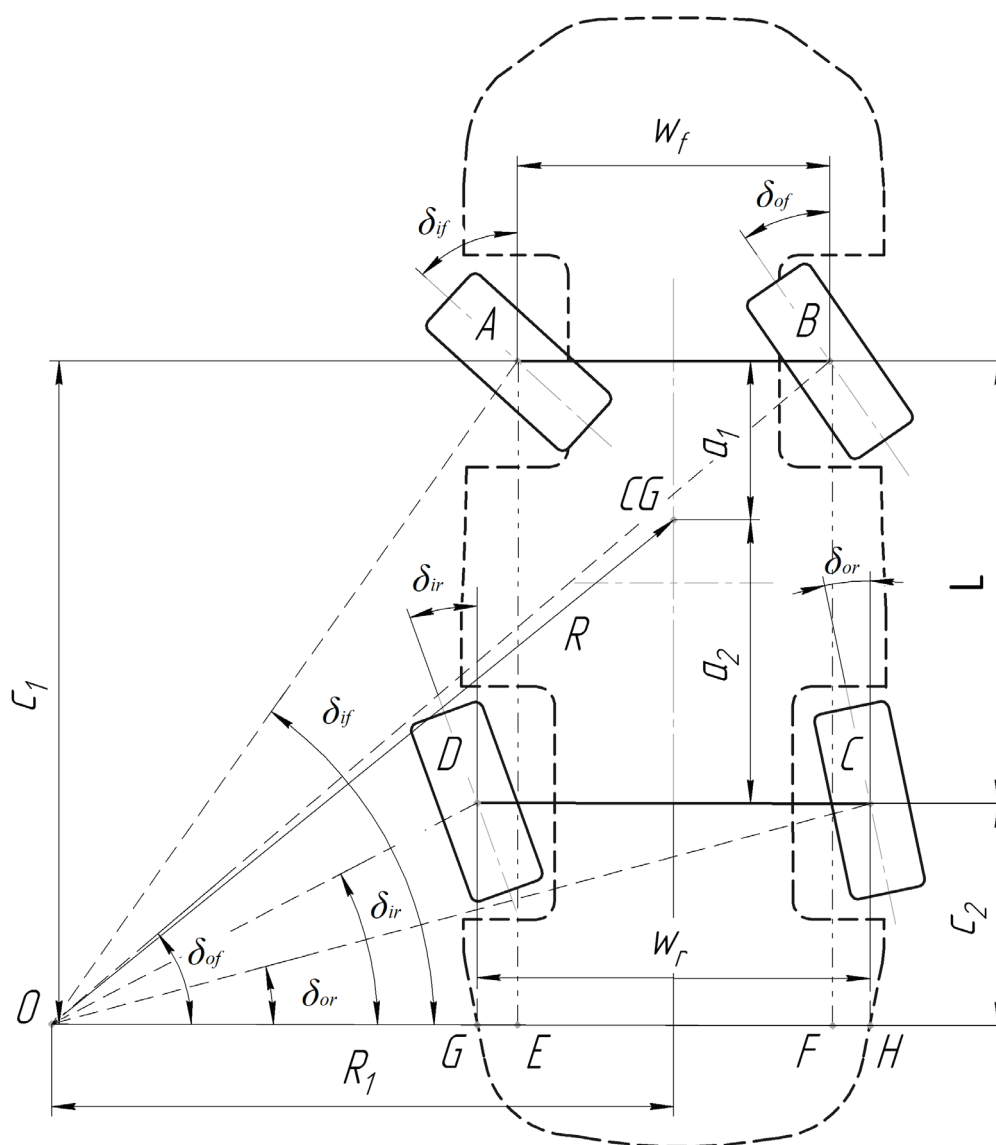


Рисунок 1 – Положительная схема поворота полноуправляемого автомобиля:  
 $L$  – колесная база,  $W_f$  – колея передних колес,  $W_r$  – колея задних колес,  $CG$  – центр масс,  
 $a_1$  – расстояние от передней оси до центра масс,  $a_2$  – расстояние от задней оси до центра масс,  
 $O$  – центр поворота,  $c_1$  – расстояние от передней оси до центра поворота,  $c_2$  – расстояние от задней оси  
до центра поворота,  $\delta_{if}$  – угол поворота переднего внутреннего колеса,  
 $\delta_{of}$  – угол поворота переднего внешнего колеса,  $\delta_{ir}$  – угол поворота заднего внутреннего колеса,  
 $\delta_{or}$  – угол поворота заднего наружного колеса,  $R_1$  – радиус поворота,  $R$  – кривизна траектории

Figure 1 - Positive turning scheme of the four-wheeled steering car:  $L$  – wheelbase,  $W_f$  – front wheel track,  
 $W_r$  – rear wheel track,  $CG$  – gravity center,  $a_1$  – distance from the front axle to the center of gravity,  
 $a_2$  – distance from the rear axle to the center of gravity,  $O$  – center of turning,  $c_1$  – distance from the front axle  
to the turning center,  $c_2$  – distance from the rear axle to the turning center,  $\delta_{if}$  – angle of the front inner wheel turning,  
 $\delta_{of}$  – angle of the front outer wheel turning,  $\delta_{ir}$  – angle of the rear inner wheel turning,  
 $\delta_{or}$  – angle of the rear outward on wheel turning,  $R_1$  – turning radius,  $R$  – trajectory curvature

колесных машин. На данном этапе исследования было принято решение, что увода колес при движении не происходит, поскольку учет переменных углов увода достаточно сильно усложняет задачу и требует динамического моделирования, данный вопрос видится как перспектива для дальнейшего исследования.

Для положительной схемы поворота характерно одинаковое направление поворота колес передней и задней оси. Проведя перпендикуляры к векторам скоростей каждого из колес, найдем центр поворота т. О, из этой точки опустим перпендикуляр на продольную плоскость автомобиля. Это расстояние принято считать радиусом поворота автомобиля  $R_1$ , затем спроецируем точки центра пятна контакта каждого из колес на опущенный из точки О перпендикуляр, получим точки G, E, F, H.

Рассмотрев треугольники  $OEA$ ,  $OFB$ ,  $OGD$  и  $OHC$ , получим, что углы поворота колес, колея и колесная база связаны следующим соотношением:

$$\frac{W_f}{\cot \delta_{of} - \cot \delta_{if}} - \frac{W_r}{\cot \delta_{or} - \cot \delta_{ir}} = L. \quad (1)$$

Тогда условие осуществления поворота для автомобиля с четырьмя управляемыми колесами может быть записано как

$$\cot \delta_{of} - \cot \delta_{if} = \frac{W_f}{L} - \frac{W_r}{L} \cdot \frac{\cot \delta_{of} - \cot \delta_{if}}{\cot \delta_{or} - \cot \delta_{ir}}. \quad (2)$$

Углы поворота передних и задних колес связаны через передаточное число механизма задней оси  $u_{fr}$ , как правило, задние колеса поворачиваются на меньший угол, чем передние. Обзор существующих конструкций полноуправляемых автомобилей [7, 8, 9, 11] показал, что передаточное отношение между передней и задней осью находится в пределах 2,25...4. На первом этапе зададим передаточное отношение между осями и определим угол поворота задней оси  $\delta_r$  в зависимости от угла поворота передней оси  $\delta_f$ .

$$\delta_r = \frac{\delta_f}{u_{fr}}. \quad (3)$$

Угол поворота передней и задней оси находится как среднеарифметическое между углами поворота колес соответствующей оси и определяется для точки пересечения с продольной осью автомобиля, тогда можно записать следующее соотношение:

$$\cot \delta_f = \frac{R_1}{L + c_2}, \quad (4)$$

$$\cot \delta_r = \frac{R_1}{c_2}. \quad (5)$$

Откуда найдем зависимость положения центра поворота от углов поворота осей, используя следующие формулы:

$$c_2 = \frac{L * \cot \delta_f}{\cot \delta_r - \cot \delta_f}, \quad (6)$$

$$R_1 = c_2 * \cot \delta_r, \quad (7)$$

$$c_1 = L + c_2. \quad (8)$$

Далее определим углы поворота внутренних и внешних колес передней и задней оси автомобиля:

$$\tan \delta_{if} = \frac{c_1}{R_1 - W_f/2}, \quad (9)$$

$$\tan \delta_{of} = \frac{c_1}{R_1 + W_f/2}, \quad (10)$$

$$\tan \delta_{ir} = \frac{c_2}{R_1 - W_r/2}, \quad (11)$$

$$\tan \delta_{or} = \frac{c_2}{R_1 + W_r/2}. \quad (12)$$

Используя полученные значения, определим показатели кинематики поворота и маневренности: радиус кривизны –  $R$ , габаритную полосу поворота –  $\Delta R$ , максимальный и минимальный радиусы поворота –  $R_{\max}$  и  $R_{\min}$ :

$$R = \sqrt{(a_2 + c_2)^2 + c_1^2 \cot^2(\delta_f)}, \quad (13)$$

$$\Delta R = R_{\max} - R_{\min}, \quad (14)$$

$$R_{\max} = \sqrt{(R_{\min} + W_r)^2 + (c_1 + g)^2}, \quad (15)$$

$$R_{\min} = R_1 - \frac{W_r}{2} - r_w \sin \delta_{ir}, \quad (16)$$

где  $g$  – расстояние от передней оси до наиболее удаленной точки кузова автомобиля при повороте;

$r_w$  – свободный радиус колеса.

Из полученных соотношений видно, что при однонаправленном повороте передних и

задних колес происходит увеличение радиуса поворота и габаритных показателей маневренности, что актуально при высоких скоростях движения и позволяет избежать потери курсовой устойчивости.

Для отрицательной схемы поворота четырехколесного рулевого управления основные зависимости также могут быть получены из анализа геометрии кинематики поворота (рисунок 2).

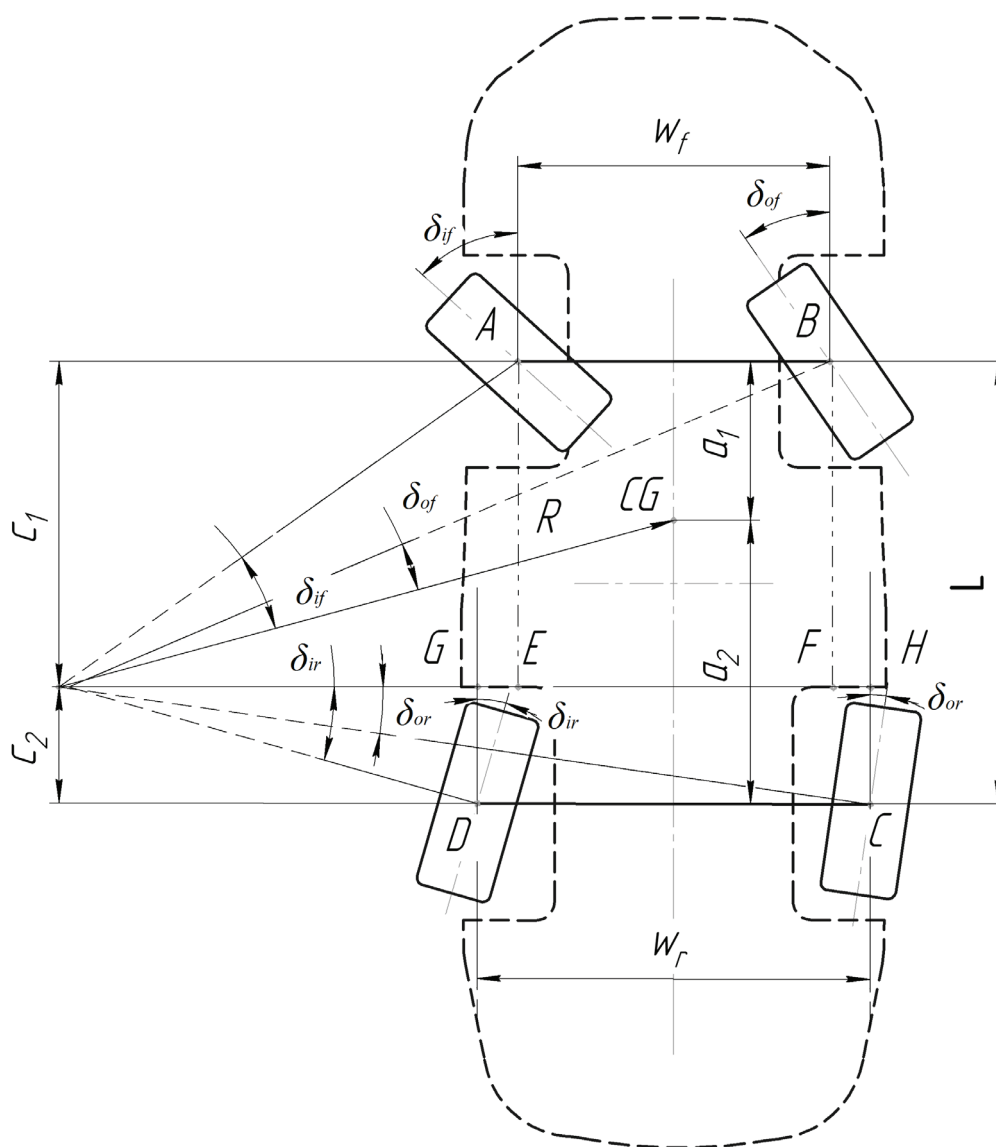


Рисунок 2 – Отрицательная схема поворота полноуправляемого автомобиля

Figure 2 – Negative turning scheme of the four-wheeled steering car



Для данной схемы поворота характерно противоположное направление поворота колес передней и задней оси. Проведя аналогичные построения, что и для положительной схемы, и рассмотрев треугольники  $OEA$ ,  $OFB$ ,  $OGD$  и  $OHC$ , получим, что углы поворота колес, колея и колесная база связаны следующим соотношением:

$$\frac{W_f}{\cot \delta_{of} - \cot \delta_{if}} + \frac{W_r}{\cot \delta_{or} - \cot \delta_{ir}} = L. \quad (17)$$

Углы поворота передней и задней оси определяются из соотношений:

$$\cot \delta_f = \frac{R_1}{L - c_2}, \quad (18)$$

$$\cot \delta_r = \frac{R_1}{c_2}. \quad (19)$$

Аналогично найдем зависимость положения центра поворота от углов поворота осей, используя следующие формулы:

$$c_2 = \frac{L * \cot \delta_f}{\cot \delta_r + \cot \delta_f}, \quad (20)$$

$$R_1 = c_2 * \cot \delta_r, \quad (21)$$

$$c_1 = L - c_2. \quad (22)$$

Узнав значения углов поворота каждого из колес и применяя выражения (9, 10, 11, 12), определим показатели маневренности для отрицательной схемы поворота полноуправляемого автомобиля, используя следующие зависимости:

$$R = \sqrt{(a_2 - c_2)^2 + c_1^2 \cot^2(\delta_f)}, \quad (23)$$

$$\Delta R = R_{\max} - R_{\min}, \quad (24)$$

$$R_{\max} = \sqrt{(R_{\min} + W_r)^2 + (c_1 + g)^2}, \quad (25)$$

$$R_{\min} = R_1 - \frac{W_r}{2} - r_w \sin \delta_{ir}. \quad (26)$$

Из полученных соотношений видно, что при отрицательной схеме поворота полноуправляемого автомобиля, геометрические показатели маневренности уменьшаются, следовательно увеличивается его способность двигаться в ограниченном пространстве. В современных конструкциях, как оговаривалось ранее, направление доворота задних колес изменяется в зависимости от скорости движения и угла поворота рулевого колеса, используя преимущества обеих схем для конкретных условий движения.

Далее, применяя полученные расчетные зависимости, определим изменение параметров маневренности для автомобиля Volkswagen Polo и сравним со значениями данных показателей для базовой версии автомобиля. Данный автомобиль был выбран как один из наиболее востребованных городских автомобилей на азиатском рынке за последние *три года*.

### РЕЗУЛЬТАТЫ

Предварительно для проведения расчетов были получены геометрические параметры автомобиля Volkswagen Polo, которые в дальнейшем использованы как исходные данные. Далее, задаваясь углом поворота рулевого колеса и передаточными отношениями в механизмах и приводах, был рассчитан угол поворота передней и задней оси. Стоит отметить, что на сегодняшний день, система 4WS не устанавливается на данный автомобиль, а расчеты необходимы для оценки изменения свойств управляемости и маневренности автомобиля с перспективой проектирования всеколесного рулевого управления.

По методике, описанной выше, были рассчитаны следующие параметры: радиус поворота  $R_1$ , кривизна траектории  $R$ , максимальный радиус поворота  $R_{\max}$ , минимальный радиус поворота  $R_{\min}$ , ширина габаритной полосы поворота  $\Delta R$ , значение коэффициента траекторной управляемости  $K$ .

На рисунке 3 приведены графики зависимости изменения радиуса поворота от угла поворота рулевого колеса и углов поворота передней и задней оси.

Как видно из представленных графиков, при небольшом угле поворота рулевого колеса за счет поворота задних колес сонаправлено с передними происходит увеличение радиуса поворота, что способствует увеличению

критической скорости по курсовой и траекторной устойчивости. При более значительном угле поворота рулевого колеса и невысоких скоростях изменяется направление поворота задних колес, в результате чего уменьшается радиус и габаритная ширина поворота. Так, согласно полученным расчетным значениям, габаритная ширина поворота уменьшается в среднем на 19 см для крайнего положения рулевого колеса, а максимальный габаритный радиус на 35%.

Одной из актуальных на сегодняшний день задач является разработка интеллектуального алгоритма доворота задней оси [22, 23], позволяющего определять дорожную ситуацию, необходимый угол и направление поворота. Написание управляющей программы и алгоритма для такой системы требует разработки

динамической модели поворота автомобиля с четырьмя управляемыми колесами, а также проведения натурных испытаний модернизированного автомобиля для верификации полученной модели, что видится перспективой дальнейшего исследования.

## ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение отметим, что использование системы 4WS позволяет улучшить такие эксплуатационные свойства автомобиля, как устойчивость, управляемость и маневренность, это подтверждается теоретическими расчетами и натурными испытаниями, описанными в зарубежных журналах. Приведенная в статье методика позволяет произвести расчет основных геометрических параметров автомобиля с системой 4WS, необходимых для кон-

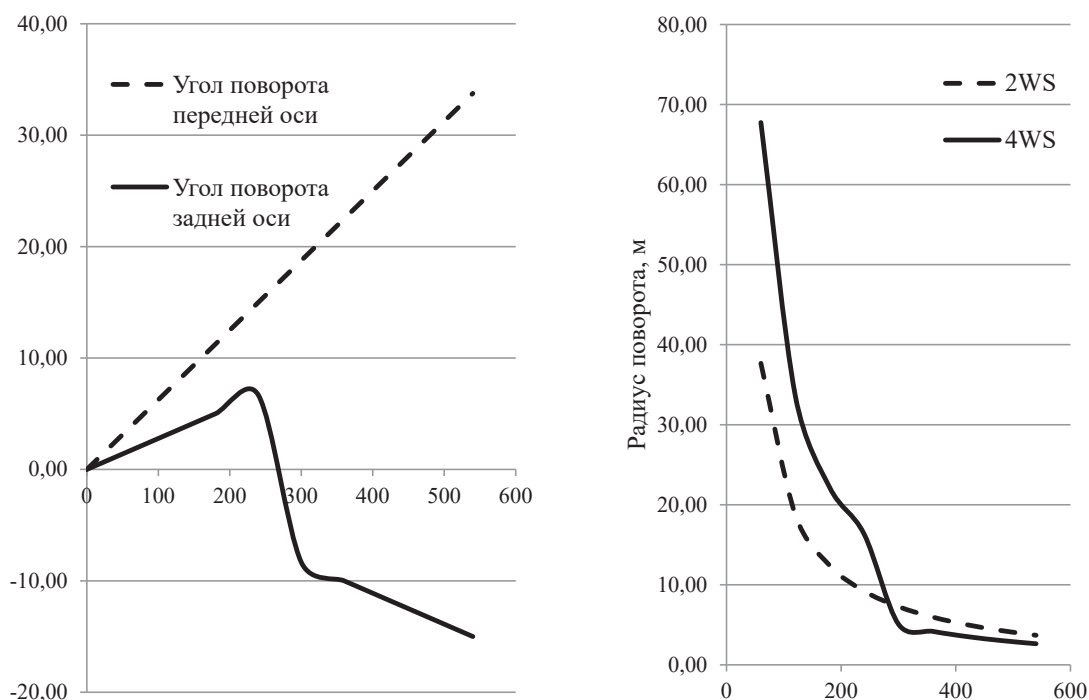


Рисунок 3 – Результаты расчетов для автомобиля VW Polo: а – изменение радиуса поворота от угла поворота рулевого колеса для 2WS и 4WS систем; б – зависимость изменения угла поворота передней и задней оси от угла поворота рулевого колеса для 4WS

Figure 3 - Calculation results for VW Polo: а – change of turning radius from steering angle for 2WS and 4WS systems; б – dependence of the turning angle of the front and rear axles on the turning angle of the 4WS steering wheel



струирования системы рулевого управления. Получены графики изменения радиуса поворота автомобиля в зависимости от угла поворота рулевого колеса для обычного и полноуправляемого автомобиля, подтверждающие улучшение приведенных выше свойств.

Можно сделать вывод, что внедрение 4WS системы является актуальной темой на сегодняшний день и нуждается в качественной проработке, поскольку значительное количество вопросов остается нерешенным. Основной задачей, которая на сегодняшний день стоит перед исследователями, является повышение надежности данной системы, что позволило бы применять ее серийно. Также среди перспективных вопросов остается разработка математической и имитационной модели движения автомобиля, оснащенного данной системой, для создания управляющей программы, подстраивающейся под стиль вождения, внешние и дорожные условия.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Melnik V., Dovzhik M., Tatyanchenko B. Analytical method of examining the curvilinear motion of a four-wheeled vehicle / Melnik V., Dovzhik M., Tatyanchenko B., Solarov O., Sirenko Yu. // Восточно-европейский журнал передовых технологий. 2017. Т.3. № 7 (87). С. 59–65. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.101335.
2. Котиев Г.О., Чернышев Н.В., Горелов В.А. Математическая модель криволинейного движения автомобиля с колёсной формулой 8х8 при различных способах управления поворотом // Журнал Автомобильных Инженеров. 2009. №2 (55). С. 34–39. ISSN: 2073-9133.
3. Горелов В.А., Косицын Б.Б. Разработка комплексной системы управления движением спортивного автомобиля класса «Формула Студент» по заданной трассе // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2016. №7 [676]. С. 45–54. DOI 10.18698/0536-1044-2016-7-45-55.
4. Тарасик В.П. Методика имитационного моделирования режима испытаний на управляемость и устойчивость автомобиля при входе в поворот // Вестник Белорусско-Российского университета. 2019. № 2 (63). С. 44–53. ISSN: 2077-8481.
5. Тумасов А.В., Вашурин А.С., Торопов Е.И. [и др.] Оценка устойчивости автомобилей, оснащенных электронными системами помощи водителю, по результатам виртуально-физических испытаний // Актуальные вопросы машиноведения. 2018. №7. С. 27–31. ISSN 2306-3084.
6. Пожидаев С.П. Исследование управляемости колесных машин с помощью частотных методов анализа // В сборнике: Организация и безопасность дорожного движения: материалы X Международной научно-практической конференции, посвященной 85-летию со дня рождения д-ра техн., наук, проф. Л.Г. Резника: в 2 томах. 2017. С. 98–105.
7. Морозов С.А. К вопросу о повышении устойчивости легковых автомобилей малого класса с всеколесным рулевым управлением // Журнал Автомобильных Инженеров. 2009. №4 (57). С. 26–29.
8. Олещицкий С.В., Дремов А.Б. Полноуправляемые автомобили // В сборнике: Будущее науки – 2018. Сборник научных статей 6-й Международной молодежной научной конференции. В 4-х томах. Ответственный редактор А.А. Горохов. 2018. С. 217–220.
9. Sundar S., Sudarsanan T., Krishnan R.. Review of Design and Fabrication of four wheel Steering system // International Journal of Recent Trends in Engineering & Research (IJRTER). 2018. Volume 04. Issue 10. pp. 1034–1049.
10. Серикова И.А. Динамическая устойчивость автомобилей с всеколесным рулевым управлением // Автомобиль и Электроника. Современные Технологии. 2012. № 1 (3). С. 24–29.
11. Pilisiewicz J., Kaczyński R. Geometric analysis of maneuverability performance for vehicles with two steering axles // Transport Problems. 2017. V. 12. Issue 2. pp 43–52. DOI: 10.20858/tp.2017.12.2.5.
12. Singh A., Kumar A., Chaudhary R., Singh R. Study of 4 Wheel Steering Systems to Reduce Turning Radius and Increase Stability // International Conference of Advance Research and Innovation (ICARI-2014). 2014. pp. 96–102. ISBN 978-93-5156-328-0.
13. Ai, Y., Zhou, Q., & Zhang, H. A New Simulation Model for 4WS Vehicles based on Dynamic Tire Friction Model. // 2nd IEEE/ASME International Conference on Mechatronics and Embedded Systems and Applications. 2006. pp. 1–6.
14. Zharif M., Ogino H., Ishak M. Research on Steering Control of a 4 Wheel Steering Electric Vehicle with Intelligence Steering Control System // Proceedings of the School of Engineering Tokai University. 2015. Ser. E 40. pp. 71–75.

15. Sethupathi A., Chandradass B., Praketh J., Asuthkar G., Kumar M. Design and fabrication of four wheel steering system for light motor vehicles. / Sethupathi A., Chandradass B., Praketh J., Asuthkar G., Kumar M. // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. pp. 1202–1217. DOI: 10.1088/1757-899X/402/1/012185.

16. X. Tu, J. Lie. Robust navigation control of a 4WD/4WS agricultural robotic vehicle // Computers and Electronics in Agriculture. 2019. pp. 164–175. DOI: 10.1016/j.compag.2019.104892.

17. Amdouni I., Jeddi N., Amraoui L.. Optimal control approach developed to Four-Wheel Active Steering Vehicle // IEEE. 2016. pp. 1–6, DOI: 10.1109/ICMSAO.2016.6552547.

18. Allwright J. Four Wheel Steering (4WS) on a Formula Student Racing Car // VTE-J. Vol. 1. №1. 2015. pp. 3–12.

19. Литвинов А.С. Управляемость и устойчивость автомобиля. – М.: Машиностроение, 1971. – 416 с.

20. Антонов Д.А. Теория устойчивости движения многоосных автомобилей. – М.: Машиностроение, 1973. – 216с.

21. Горелов В.А., Наумов В.Н. Всеколесное управление: поворот к маневренности // Мир транспорта. – 2008. – №2. – С. 28 – 35.

22. Tan Y., Guo Sh., Hong Y. Sliding-mode control of four wheel steering systems // ICMA. 2017. pp. 1250–1255. DOI: 10.1109/ICMA.2017.8015996.

23. Tirumala A., Anurag J. Analysis of a four-wheeled steering mechanism for automobiles. // AIP Conference Proceedings. 2019. pp. 2148–2161. DOI: 10.1063/1.5123976.

## REFERENCES

1. Melnik V., Dovzhik M., Tatyanchenko B., Solarov O., Sirenko Yu. Analytical method of examining the curvilinear motion of a four-wheeled vehicle. *Vostochno-yevropeyskiy zhurnal pere-dovykh tekhnologii*. 2017; V.3. № 7 (87): 59–65. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.101335.

2. Kotiev G.O., Chernyshev N.V., Gorelov V.A. Matematicheskaja model' krivolinejnogo dvizhenija avtomobilja s koljosnoj formuloj 8x8 pri razlichnyh sposobah upravlenija povorotom [Mathematical model of curved movement of a car with the 8x8 wheel formula under various methods of the turning control]. *Zhurnal Avtomobil'nyh Inzhenerov*. 2009; 2 (55): 34–39. ISSN: 2073-9133.

3. Gorelov V.A., Kosicyn B.B. Razrabotka kompleksnoj sistemy upravlenija dvizheniem sportivnogo avtomobilja klassa "Formula Student" po zadannoj trasse [Development of complex system of the sport car's movement control of the "Formula Student" class along the specified route]. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Mashinostroenie*. 2016; 7 [676]: 45–54. DOI 10.18698/0536-1044-2016-7-45-55.

4. Tarasik V.P. Metodika imitacionnogo modelirovanija rezhima ispytanij na upravljaemost' i ustojchivost' avtomobilja pri vhode v povorot [Simulation method of the mode of tests for controllability and stability of the car at the turning]. *Vestnik Belorussko-Rossijskogo universiteta*. 2019; 2 (63): 44–53. ISSN: 2077-8481.

5. Tumasov A.V., Vashurin A.S., Toropov E.I. i dr. Ocenka ustojchivosti avtomobilej, osnashhen-nyh jelektronnymi sistemami pomoshhi voditelju, po rezul'tatam virtual'no-fizicheskikh ispytanij [Evaluation of the vehicles' stability equipped with electronic driver assistance systems based on results of virtual-physical tests]. *Aktual'nye voprosy mashinovedenija*. 2018; 7: 27–31. ISSN 2306-3084.

6. Pozhidaev S.P. Issledovanie upravljaemosti kolesnyh mashin s pomoshh'ju chastotnyh metodov analiza [Research of the wheeled vehicles controllability by the frequency analysis methods]. *V sbornike: Organizacija i bezopasnost' dorozhnogo dvizhenija Materialy X mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii, posvjashhennoj 85-letiju so dnja rozhdenija d. t. n., professora L.G. Reznika: v 2 tomah*. 2017: 98–105.

7. Morozov S.A. K voprosu o povyshenii ustojchivosti legkovykh avtomobilej malogo klassa s vsekolesnym rulevym upravleniem [To the issue of increasing the stability of small-class passenger cars with all-wheel steering]. *Zhurnal Avtomobil'nyh Inzhenerov*. 2009; 4 (57): 26–29.

8. Oleshickij S.V., Dremov A.B. Polnoupravljajemye avtomobili [Fully controlled cars]. *V sbornike: Budushhee nauki – 2018. Sbornik nauchnyh statej 6-j Mezhdunarodnoj molodezhnoj nauchnoj konferencii. V 4-h tomah. Otvetstvennyj redaktor A.A. Gorohov*. 2018: 217–220.

9. Sundar S., Sudarsanan T., Krishnan R. Review of Design and Fabrication of four wheel Steering system. *International Journal of Recent Trends in Engineering & Research (IJRTER)*. 2018; Volume 04, Issue 10: 1034–1049.

10. Serikova I.A. Dinamicheskaya ustoychivost' avtomobilej s vsekolesnym rulevym upravleniyem [Dynamic stability of all-wheel steering

vehicles]. *Avtomobil' i Elektronika. Sovremennyye Tekhnologii*. 2012; 1 (3): 24–29.

11. Pilisiewicz J., Kaczyński R. Geometric analysis of maneuverability performance for vehicles with two steering axles. *TRANSPORT PROBLEMS*. 2017; V. 12, – Issue 2: 43 – 52. DOI: 10.20858/tp.2017.12.2.5

12. Singh A., Kumar A., Chaudhary R., Singh R. Study of 4 Wheel Steering Systems to Reduce Turning Radius and Increase Stability. *International Conference of Advance Research and Innovation (ICARI-2014)*. 2014; 96–102. ISBN 978-93-5156-328-0

13. Ai, Y., Zhou, Q., & Zhang, H. A New Simulation Model for 4WS Vehicles based on Dynamic Tire Friction Model. *2nd IEEE/ASME International Conference on Mechatronics and Embedded Systems and Applications*. 2006: pp. 1–6.

14. Zharif M., Ogino H., Ishak M. Research on Steering Control of a 4 Wheel Steering Electric Vehicle with Intelligence Steering Control System. *Proceedings of the School of Engineering Tokai University*. 2015; Ser. E 40: pp. 71–75

15. Sethupathi A., Chandradass B., Praketh J., Asuthkar G., Kumar M. Design and fabrication of four wheel steering system for light motor vehicles. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019: pp. 1202–1217. DOI: 10.1088/1757-899X/402/1/012185.

16. X. Tu, J. Lie. Robust navigation control of a 4WD/4WS agricultural robotic vehicle. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2019: pp. 164–175. DOI: 10.1016/j.compag.2019.104892.

17. Amdouni I., Jeddi N., Amraoui L. Optimal control approach developed to Four-Wheel Active Steering Vehicle // *IEEE*. 2016: pp. 1–6, DOI: 10.1109/ICMSAO.2016.6552547

18. Allwright J. Four Wheel Steering (4WS) on a Formula Student Racing Car. *VTE-J*. 2015; Vol. 1, №1: pp. 3–12.

19. Litvinov A.S. *Upravlyayemost' i ustoychivost' avtomobilya*. – M.: *Mashinostroyeniye*, 1971. – 416 p.

20. Antonov D.A. *Teoriya ustoychivosti dvizheniya mnogoosnykh avtomobiley*. – M.: *Mashinostroyeniye*, 1973. – 216 p.

21. Gorelov V.A., Naumov V.N. Vsekolesnoye upravleniye: povорот k manevrennosti. *Mir transporta*, 2008, No2: pp. 28 – 35.

22. Tan Y., Guo Sh., Hong Y. Sliding-mode control of four wheel steering systems. *ICMA*. 2017: pp. 1250–1255. DOI: 10.1109/ICMA.2017.8015996.

23. Tirumala A., Anurag J. Analysis of a four-wheeled steering mechanism for automobiles. *AIP Conference Proceedings*. 2019: 2148–2161. DOI: 10.1063/1.5123976.

**Поступила 15.10.2018, принята к публикации 25.10.2019.**

**Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.**

**Прозрачность финансовой деятельности: авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах. Конфликт интересов отсутствует.**

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Маркина Анастасия Александровна – канд. техн. наук, доц. кафедры «Подъемно-транспортные машины и роботы» Уральского федерального университета имени первого Президента РФ Б.Н. Ельцина, ORCID 0000-0002-0461-9543, (г. Екатеринбург, ул. Мира, 19, e-mail: aa.akulova@urfu.ru).

Чепкасов Сергей Николаевич – старший преподаватель кафедры «Подъемно-транспортные машины и роботы» Уральского федерального университета имени первого Президента РФ Б.Н. Ельцина, инженер-конструктор ПАО «МЗиК» (г. Екатеринбург, ул. Мира, 19, e-mail: 79502027731@ya.ru).

Бережная Мария Александровна – студентка 4-го курса направления 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» Уральского федерального университета имени первого Президента РФ Б.Н. Ельцина, (г. Екатеринбург, ул. Мира, 19, e-mail: Marria-1998@mail.ru).

### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Anastasia A. Markina – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Transporting and Lifting Machines Department, Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Yekaterinburg (19, Mira St., e-mail: aa.akulova@urfu.ru).

Sergei N. Chepkasov – Senior Lecturer of the Transporting and Lifting Machines Department, Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Yekaterinburg (19, Mira St., e-mail: 79502027731@ya.ru).

Maria A. Berezhnaya – Student of the Transporting and Lifting Machines Department, Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Yekaterinburg (19, Mira St., e-mail: Marria-1998@mail.ru).

#### ВКЛАД СОАВТОРОВ

*Маркина А. А. Постановка целей и задач исследования, обзор зарубежной литературы, анализ геометрии поворота и нахождение расчетных зависимостей.*

*Чепкасов С.Н. Получение исходных данных для расчета, расчет параметров маневренности и управляемости по полученным исходным данным.*

*Бережная М.А. Обзор отечественной литературы, выполнение расчетных схем.*

#### AUTHORS' CONTRIBUTION

*Anastasia A. Markina – research aim's statement; review of foreign literature; analysis of the motion parameters and finding of the calculated dependencies.*

*Sergei N. Chepkasov – obtaining of the initial data for calculation; calculation of maneuverability and controllability parameters.*

*Maria A. Berezhnaya – literature review; design schemes' implementation.*