

# УПРАВЛЕНИЕ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТЬЮ ГОРОДСКИХ ДОРОГ В УСЛОВИЯХ ВЫБОРА Пассажирами СПОСОБА ПЕРЕДВИЖЕНИЯ

М.Е. Корягин, Е.Г. Тимофеева

ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет путей сообщения»,  
г. Новосибирск, Россия

## АННОТАЦИЯ

**Введение.** В статье исследуется проблема управления городским пассажирским транспортом. Участниками транспортной системы являются муниципальные органы власти и пассажиры. Муниципальные органы власти должны оптимизировать ширину проезжей части дороги и частоту движения общественного транспорта. Проезжая часть состоит из двух частей: выделенная полоса для общественного транспорта и полоса для движения личного автотранспорта. Время передвижения на личном автотранспорте зависит от количества полос и выбора пассажирами способа передвижения. Цель пассажиров: минимизировать стоимость передвижения, включающую стоимость времени пассажира. Пассажиры находят оптимальное соотношение между общественным и личным транспортом.

**Методы и материалы.** Математическая модель выбора способа передвижения построена на основе экспоненциального распределения стоимости пассажиро-часа. Время передвижения на личном транспорте описывается BPR-моделью. Конфликт между муниципальными органами власти и пассажирами описывается с помощью теоретико-игровой модели.

**Результаты.** Доказано существование равновесия Нэша для данной модели. Численный пример показывает влияние стоимости времени пассажира и интенсивности пассажиропотока на равновесные ширину проезжей части дороги и частоту движения общественного транспорта.

**Обсуждение и заключение.** Представленная модель позволяет оптимизировать пропускную способность сети дорог в условиях выделенных полос для общественного транспорта и выбора пассажирами способа передвижения. Дальнейшие исследования будут направлены на управление количеством парковочных мест. Также поставлена задача обобщения модели на маршрутную сеть городского пассажирского транспорта и множество перегонов и перекрестков, описывающих дороги реального города.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** городская транспортная система, выделенные полосы, общественный транспорт, личный автомобильный транспорт, пропускная способность, пассажиро-час, зазоры, BPR-модель, теория принятия решений, теория игр, равновесие Нэша.

© М.Е. Корягин, Е.Г. Тимофеева



Контент доступен под лицензией  
Creative Commons Attribution 4.0 License.

# CAPACITY PLANNING OF URBAN ROADS IN CONDITION OF PASSENGERS' TRAVEL MODE CHOICE

*M.E. Koryagin, E.G. Timofeeva*

Siberian State University of Railway Engineering  
Novosibirsk, Russia

## ABSTRACT

**Introduction.** The authors conduct the research of the urban passenger transportation problem. Municipal authorities and passengers are regarded as participants of the passenger transportation system. Moreover, the municipal authorities have to optimize road width and public transport frequency. The road consists of a bus lane and lanes for personal vehicles. The vehicle travel time depends on the number of road lanes and passengers' choice of the travel mode. The passengers' goal is to minimize total travel costs, including time value. Therefore, the passengers try to find the optimal ratio between public transport and cars.

**Materials and methods.** The mathematical model for choosing the mode of transportation is based on the exponential distribution of the passenger cost. Time of movement on personal transport is described by the BPR model. The conflict between municipal authorities and the passengers is described as a theoretic model.

**Results.** The existence of Nash equilibrium in the model is proved. In addition, the numerical example shows the influence of time value and intensity of passenger flow on the equilibrium of the road width and of public transport frequency.

**Discussion and conclusions.** The presented model allows optimizing the capacity of the road network in conditions of allocated lanes for public transport and the choice of transportation for passengers. Further research would be aimed at managing the number of parking spaces. The task is also to generalize the model of the urban passenger transport network, directions and intersections, which describe the real city roads.

**KEYWORDS:** urban transport system, lanes, public transport, personal road transport, bandwidth, passenger traffic, traffic congestion, BPR model, decision theory, game theory, Nash equilibrium.

© M.E. Koryagin, E.G. Timofeeva



Content is available under the license  
Creative Commons Attribution 4.0 License.

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время развивающиеся страны сталкиваются с рядом проблем, среди которых особенно остро стоит проблема трансформации городских транспортных систем. Движение становится все более насыщенным, но при этом инфраструктура развивается не так быстро.

Сравнительно недавно у большей части населения не было возможности использовать личные автомобили из-за низкого дохода. Постепенно ситуация изменилась. Рост доходов граждан позволил большему количеству людей владеть личным транспортом. Постоянный рост парка автомобилей уже привел к снижению пассажиропотока общественного транспорта [1]. Таким образом, увеличение времени передвижения, рост расходов на эксплуатацию транспорта, снижение пассажиропотока и физически устаревшие транспортные средства ставят под вопрос само существование общественного транспорта.

Муниципальные органы власти должны решить, как развивать общественный транспорт и транспортную инфраструктуру. Данные проблемы не имеют простых решений. Выбор способа и маршрута передвижения пассажиров могут привести к непредсказуемым результатам. Широко известный парадокс Брасса [2] утверждает, что добавление дополнительных мощностей в сеть, при условии, что двигающиеся по сети сущности сами выбирают свой маршрут, может снизить общую производительность. Парадокс Даунса-Томсона [3] показывает, что увеличение пропускной способности дороги может увеличить пробки на дорогах. Улучшение пропускной способности дороги приводит к тому, что на нее начинают

выезжать водители, которые ранее старались пользоваться дорогой вне пиковых часов, при этом отток пассажиров с общественного транспорта уменьшает прибыль его операторов и вынуждает их к увеличению интервалов, поэтому частота движения общественного транспорта будет снижаться, а пробок будет больше, чем раньше.

Иногда муниципальные власти принимают решения, которые только усугубляют ситуацию. Тем не менее во многих городах предпринимаются попытки улучшить обслуживание общественного транспорта, например путем выделения полос движения для автобусов [1].

Данная статья посвящена математическому моделированию распределения пассажиропотоков, в условиях принятия решений муниципальными органами власти. Это достаточно сложная задача, решаемая на основе теории игр, в которой выделяется два участника: муниципальные органы власти и пассажиры.

Интерес ученых и специалистов в области транспорта к теории игр в последнее время значительно возрастает [4,5,6]. Многие авторы научных публикаций рассматривают конкуренцию между транспортными операторами [4,7,8,9] или между транспортным оператором и муниципалитетом [4]. В работе [7] представлены такие участники, как «потенциальные пассажиры», «транспортные операторы» и «государственные органы власти», но постановка задачи представляется как неигровая модель. Городская транспортная система в [8] описывается как коалиционная игра между набором частных компаний (которые меняют частоту движения) и набором пассажирских потоков (которые делают выбор способа пере-

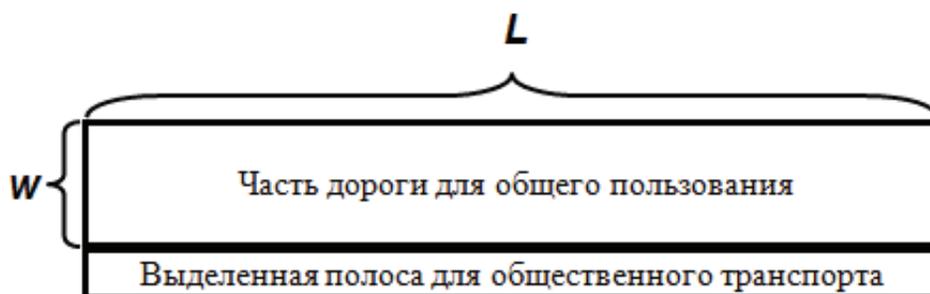


Рисунок 1 – Модель перегона  
Figure 1 – Roadwidth model

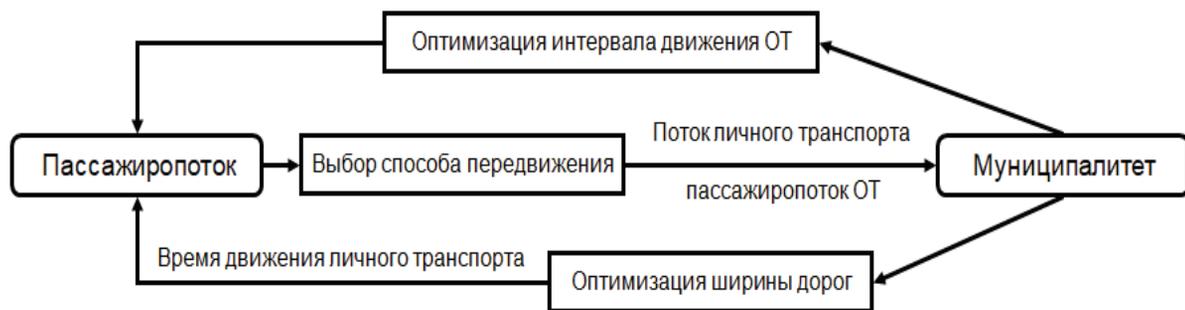


Рисунок 2 – Система управления транспортом во время пикового периода

Figure 2 – Transportation management system during rush hour

движения). Конкуренция между операторами с оптимизацией пропускной способности дороги, тарифов и частотой движения общественного транспорта исследуется в [9].

Особенностью нашей статьи является построение модели конфликта между муниципальными органами власти и пассажирами с учетом заторов на дорогах. Для построения модели дорожной пробки используется известная формула Bureau of Public Roads (BPR) [10,11,12].

Модель движения транспорта зависит от структуры проезжей части дороги. На рисунке 1 она состоит из двух частей: выделенной автобусной полосы (только для общественного транспорта) и полосы для личных автомобилей. В этом случае общественный транспорт имеет приоритет и его время следования по рейсу уменьшается. В [13] исследуется вопрос оптимизации использования городской территории для транспортной инфраструктуры в условиях выбора пассажирами способа передвижения. В [14, 15] разработаны имитационные модели для изучения нескольких сценариев выделенных полос и схем приоритета общественного транспорта, чтобы обеспечить желаемый уровень обслуживания с минимальным воздействием на остальную часть движения. Дорожная структура такого вида (см. рисунок 1) распространяется по всему миру. Например, современная Bus Rapid Transit (скоростные автобусные перевозки) более дешевая, чем метро система организации перевозок пассажиров (при этом используются отдельные линии для движения автобусов) [1].

Оптимизация частоты движения общественного транспорта также рассматривается во многих работах [15,16,17]. В статье [16] построена микроэкономическая модель работы автобусного коридора, которая сводит к

минимуму общую стоимость (пользователей и оператора) и имеет пять переменных решения: частоту движения, мощность транспортных средств, расстояние между станциями, систему оплаты проезда и скорость движения. В [17] аналитически усовершенствована модель Дженсона, в том числе учтены влияние размера транспортного средства на эксплуатационные расходы и плотности транспортного потока на величину времени передвижения.

В настоящей статье мы пытаемся оптимизировать как частоту движения общественного транспорта (ОТ), так и ширину проезжей части дороги для личных автомобилей.

Автомобильные заторы зависят от интенсивности движения, которая максимальна в часы пик. Таким образом, пропускная способность дороги должна быть оптимизирована именно для этого периода.

Схема, изображенная на рисунке 2, описывает систему управления транспортом в течение пикового периода. Муниципальные власти оптимизируют ширину дороги для общественного транспорта и его частоту движения (или интервал), которая зависит от выбора пассажирами способа передвижения. Таким образом, муниципалитет определяет время движения на личном и на общественном транспорте. Эта информация необходима для принятия решений пассажирами. Далее информация о выборе способа передвижения пассажиров переходит к муниципальным властям.

Модель транспортной системы состоит из следующих параметров:

$t_t$  – среднее время передвижения на общественном транспорте (исключая время ожидания);

$t_w$  – среднее время ожидания общественного транспорта;

$t_c$  – среднее время в пути на личном транспорте (поход к месту стоянки автомобиля от места возникновения потребности в перемещении, парковка автомобиля, перемещение от места парковки автомобиля до места назначения поездки). Время передвижения на автомобиле не включено, так как оно зависит от скорости автомобиля;

$t$  – среднее время передвижения по дороге общего пользования;

$c_f$  – тариф на общественном транспорте;

$c_c$  – финансовые затраты при передвижении на автомобиле ( $c_c > c_f$ );

$\gamma$  – средняя стоимость пассажира-часа;

$p$  – вероятность выбора автомобиля для перемещения;

$\lambda$  – интенсивность пассажиропотока.

Модели выбора способа передвижения пассажирами зависят от множества параметров. Для таких моделей обычно используются логит и пробит-распределения [18]. Логит-модели представляют решения, принятые пассажирами в соответствии с данными опроса, но они не описывают целевую функцию пассажиров. Для построения целевой функции в нашем исследовании используется модель из статьи [8].

Представленная в [8] модель описывает решение пассажиров в зависимости от их стоимости времени, которое имеет экспоненциальное распределение со средним значением  $\gamma'$ . Пассажиры с низким доходом (менее  $\gamma'$ ) предпочитают общественный транспорт, но те, у кого высокий доход (более  $\gamma'$ ), используют личные автомобили. Подобный подход используется в [9, 19], где стоимость времени пассажиров имеет равномерное распределение.

Среднюю стоимость времени пассажиров, использующих общественный транспорт (математическое ожидание при условии, что значение времени меньше  $\gamma'$ ), можно выразить следующим образом:

$$\frac{\int_0^{\gamma'} \frac{x}{\gamma} \exp\left\{-\frac{x}{\gamma}\right\} dx}{\int_0^{\gamma'} \frac{1}{\gamma} \exp\left\{-\frac{x}{\gamma}\right\} dx} = \frac{\left[\gamma - \gamma' \exp\left\{-\frac{\gamma'}{\gamma}\right\} - \gamma \exp\left\{-\frac{\gamma'}{\gamma}\right\}\right]}{1 - \exp\left\{-\frac{\gamma'}{\gamma}\right\}}. \quad (1)$$

Вероятность  $p$  использования личного автомобиля для перемещения, связана с  $\gamma'$  соотношением:  $\gamma' = -\gamma \ln(p)$ , поэтому средняя стоимость пассажира-часа для людей, пользующихся общественным транспортом равна

$$\frac{[\gamma + \gamma p \ln(p) - \gamma p]}{1 - p}. \quad (2)$$

Учитывая, что  $t_w + t_t$  – общее время передвижения на общественном транспорте, получим, что затраты времени передвижения на общественном транспорте, выраженные в финансовой форме, имеют вид

$$\frac{[\gamma + \gamma p \ln(p) - \gamma p]}{1 - p} (t_w + t_t). \quad (3)$$

Аналогично, затраты при передвижении на личном автотранспорте составят

$$[\gamma - \gamma \ln(p)] \left(t_c + \frac{L}{v}\right). \quad (4)$$

Таким образом, средние общие расходы пассажира на поездку равны

$$G_0(t_w, p, v) = [\gamma + \eta h(p) - \eta](t_w + t_t) + c_f(1 - p) + [\eta p - \eta h(p)] \left( t_c + \frac{L}{v} \right) + c_c p \rightarrow \min. \quad (5)$$

Формула (5) включает в себя полные транспортные расходы на общественном транспорте (временные затраты (3) и тариф  $c_f$ ), которые принимаются с вероятностью  $1 - p$ , и полные транспортные расходы на личном автотранспорте (временные затраты (4) и расходы на проезд в автомобиле), которые принимаются с вероятностью  $p$ .

Так как вторая производная функции (5) по переменной  $p$  больше нуля, то  $G_0(t_w, p, v)$  выпуклая вниз по параметру  $p$  функция. Также данная модель требует выполнения условия (что ограничивает область ее применения): передвижение на автомобиле меньше времени, чем на общественном транспорте (иначе условие (6) не будет выполняться).

$$G_0''(t_w, p, v) = \frac{\gamma}{p} \left[ t_w + t_t - t_c - \frac{L}{v} \right] \geq 0. \quad (6)$$

Также мы должны учитывать, что при передвижении на личном автомобиле требуется меньше времени, чем на общественном транспорте.

Этот вывод обеспечивает существование и единственность решения задачи (5). Решение, принятое пассажирами, зависит от интервала движения общественного транспорта и скорости личного автомобиля. Решение (5) определяет интенсивность движения автомобиля  $\lambda p$  и количество пассажиров в общественном транспорте  $\lambda(1 - p)$ .

Оптимизация ширины проезжей части дороги и частоты движения общественного транспорта зависит от интенсивности движения личного транспорта и количества пассажиров в общественном транспорте, что в свою очередь определяется решением пассажиров (5).

Прежде всего, ширина дороги (которая связана с пропускной способностью) должна быть оптимизирована, поскольку пропускная способность дороги влияет на скорость. Основная модель BPR [10] определяет время передвижения

$$t = t_0 \left( 1 + \beta \frac{\lambda p}{\lambda_0 w} \right)^\alpha, \quad (7)$$

где  $t_0$  – время передвижения по свободной дороге,  $\lambda_0$  – пропускная способность единицы ширины дороги,  $w$  – средняя ширина дороги общего пользования,  $\alpha$  и  $\beta$  – параметры, рассчитываемые для каждого транспортного объекта (как правило на основе наблюдений).

Выразим ширину дороги  $w$  через время передвижения  $t$  (нам удобнее использовать время передвижения в качестве переменной)

$$w = \frac{\lambda p (\beta)^\alpha}{\lambda_0 \left[ \left( \frac{t}{t_0} \right)^\alpha - 1 \right]}. \quad (8)$$

Несложно доказать выпуклость вниз (7) по переменной  $t$  – вторая производная больше нуля (учитывая, что  $t_0 \geq t$ )

$$\frac{\alpha \lambda p (t_0)^\alpha (t)^\alpha (t_0)^{\alpha-2} (\beta)^\alpha}{\lambda_0 \left( (t)^\alpha - (t_0)^\alpha \right)^3} \left[ \frac{1}{\alpha} (t)^\alpha + (t)^\alpha - (t_0)^\alpha + \frac{1}{\alpha} (t_0)^\alpha \right] > 0. \quad (9)$$

Введем дополнительные параметры:

$c_r$  – расходы на расширение проезжей части (увеличение ширины);

$d_t$  – городской экологический ущерб и расходы на общественный транспорт (за рейс);

$d_c$  – городской экологический ущерб и расходы на личный автомобиль (за поездку).

Количество поездок в общественном транспорте зависит от интервала движения. Специальная полоса гарантирует, что трафик общественного транспорта является детерминированным потоком. Обозначим интервал между автобусами  $2t_w$ . Таким образом, частота движения равна  $\frac{1}{2t_w}$ .

Целевая функция муниципальных властей заключается в сокращении потерь времени для пассажиров (3), ограничении расходов на инфраструктуру (8) и на обслуживание транспорта:

$$F_0(t_w, p, v) = \lambda[\gamma + \gamma p \ln(p) - \gamma p](t_w + t_t) + \lambda[\gamma p - \gamma p \ln(p)]\left(t_c + \frac{L}{v}\right) + \frac{c_r \lambda p (\beta)^\alpha}{\lambda_0 \left(\left(\frac{t}{t_0}\right)^\alpha - 1\right)} + \frac{d_t}{2t_w} + d_c \lambda p \rightarrow \min. \quad (10)$$

Несложно доказать, что (10) выпуклая вниз функция по переменным  $t_w$  и  $v$ , т.к. данные переменные входят в разные слагаемые.

## МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

Решение муниципальных властей зависит от решений пассажиров. Также пассажиры используют решение муниципалитета (интервал общественного транспорта и скорость автомобиля) для принятия собственных решений. Взаимодействие между принятием решений пассажирами и полномочиями властей приводит к следующей математической постановке задачи.

$$\begin{cases} G_0(t_w, p, v) \rightarrow \min_p \\ F_0(t_w, p, v) \rightarrow \min_{t_w, v} \end{cases} \quad (11)$$

Для доказательства существования равновесия используем теорему Нэша [20]. Рассмотрим основные условия теоремы.

Во-первых, набор стратегий является компактным и выпуклым:  $p \in [0, 1]$ ,  $t \in [t_0, \bar{t}_w + t_t - t_c]$  и  $t_w \in [0, \bar{t}_w]$ , где  $\bar{t}_w$  – максимальный интервал для общественного транспорта в течение пикового периода (как минимум 1 рейс должен быть выполнен в час пик).

Во-вторых, целевые функции вознаграждения участников являются выпуклыми функциями вверх по их собственным стратегиям и непрерывным функциям по стратегиям каждого участника. Эти условия были доказаны выше (использовались функции «потерь» (функции «выигрыша» с минусом), выпуклые вниз).

Конкретные данные значительно отличаются для разных стран, городов и отдельных маршрутов. Таким образом, численные показатели демонстрируют только влияние параметров на решение. Решение задачи на пиковый период рассматривается на рисунке 3. Переменные муниципальных властей – это ширина проезжей части дороги для личных автомобилей и частота движения общественного транспорта (обратная величина времени ожидания).

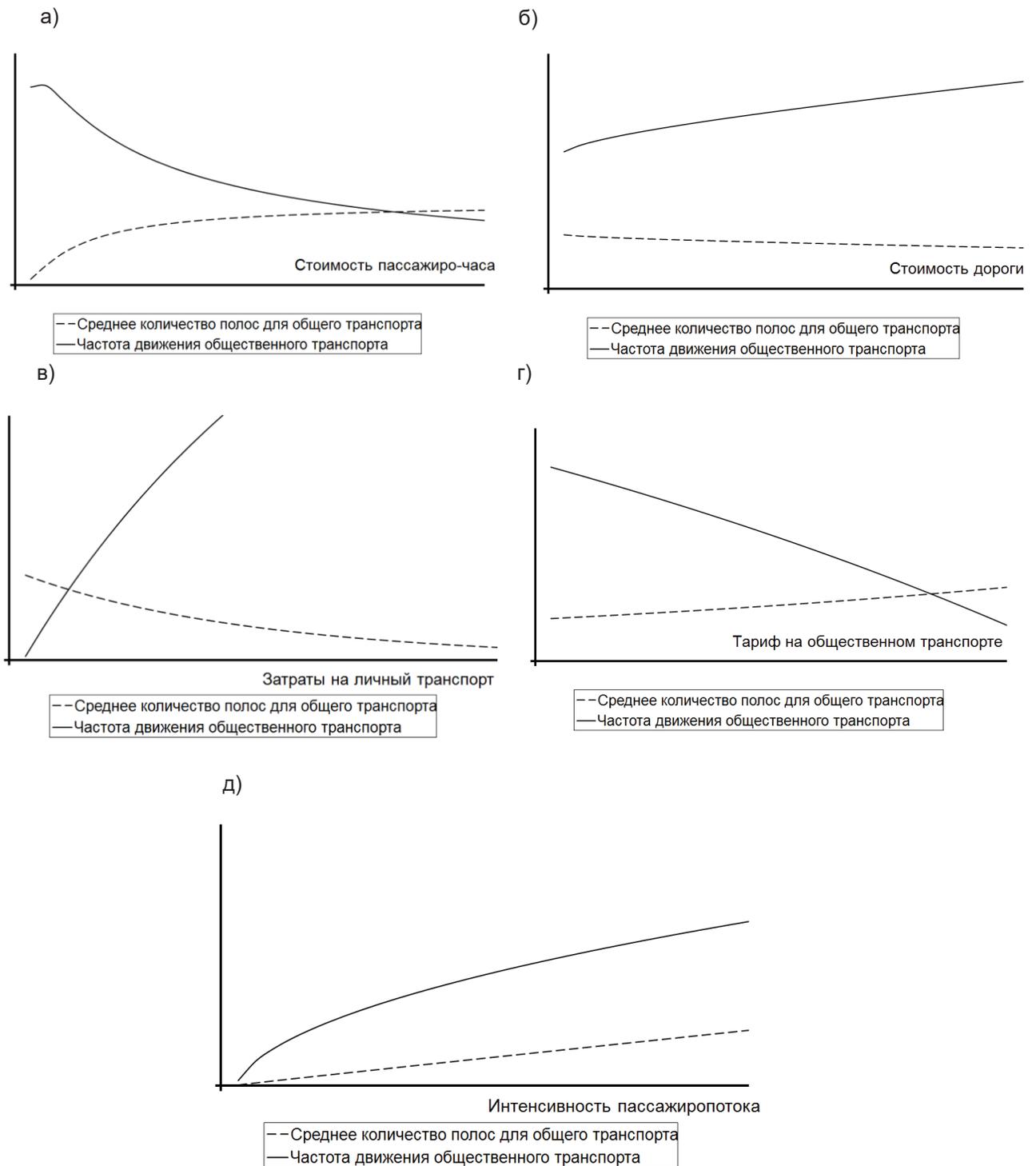


Рисунок 3 – Влияние параметров моделей на равновесную частоту движения общественного транспорта и ширины дороги относительно:  
 а) стоимости времени; б) расходов на строительство дорог;  
 в) стоимости владения автомобилем;  
 г) тарифов на общественный транспорт;  
 д) интенсивности пассажиропотока.

Figure 3 – Influence of model parameters on the equilibrium frequency of public transport and on the width of the road:  
 a) time cost; b) road construction cost;  
 c) the cost of car ownership;  
 d) public transport tariffs;  
 e) passenger traffic intensity

### ПАРАМЕТРЫ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Средняя длина дороги 10 км; свободная скорость движения 40 км/час, время передвижения на общественном транспорте 0,5 ч; стоимость передвижения на личном автомобиле 60 руб.; тариф на общественном транспорте 16 руб., интенсивность пассажиропотока 10 000 человек в час; стоимость строительства и эксплуатации дороги 3 руб. на единицу пропускной способности; параметры VR- модели 4 и 0,15; средняя стоимость времени пассажира 200 руб. в ч; затраты на 1 рейс общественного транспорта 500 руб.

В каждом из графиков один из параметров варьируется в указанных пределах:

- стоимость времени варьируется от 40 до 1 000 руб./час;
- стоимость строительства дорог от 1 до 25 руб.;
- тариф на общественном транспорте от 0 до 50 руб.;
- затраты на поездку на автомобиле от 20 до 200 руб.;
- интенсивность пассажиропотока от 100 до 10 000 пассажиров в час.

Рисунок 3,а показывает, что увеличение стоимости времени пассажиров требует увеличения пропускной способности дорог. На рисунке 3, б показано, что увеличение расходов на строительство дорог (на единицу площади) способствует увеличению частоты движения общественного транспорта (муниципальные власти стимулируют пассажиров использовать общественный транспорт). На рисунке 3, в демонстрируется, что увеличение расходов на владение личным автомобилем приводит к увеличению частоты движения общественного транспорта и уменьшению расходов на инфраструктуру. Рисунок 3, г указывает на то, что рост тарифов приведет к уменьшению частоты движения общественного транспорта. Из рисунка 3,д можно сделать вывод, что рост интенсивности пассажиропотока приводит к увеличению частоты движения общественного транспорта и необходимости увеличения пропускной способности дорог.

### ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Глобальные социально-экономические изменения в развивающихся странах приводят к транспортным проблемам, связанным с воз-

можностью выбора гражданами способа передвижения (переход на личный автотранспорт). В настоящее время уровень автомобилизации в развивающихся странах растет, поэтому выбор пассажира становится очень чувствительным к уровню жизни и времени передвижения на каждом виде транспорта. Муниципальные органы власти должны сократить время в пути ради стабильного развития городов, поэтому следует использовать выделенные полосы движения. Для решения этой проблемы муниципалитеты могут использовать два параметра: ширину дороги и частоту движения общественного транспорта.

Взаимное влияние таких параметров, как ширина дороги, частота движения общественного транспорта, время в пути, заторы, выбор способа передвижения и др. приводит к тому, что задачу нельзя решить на основе одного критерия для города реального размера.

В настоящей работе предлагается декомпозиция модели. Используются два участника: пассажиры и муниципальные органы власти. В этом случае решением задачи является равновесие Нэша. Основным результатом работы будет доказательство существования равновесия Нэша для представленных моделей.

В дальнейшем планируется разработка модели для решения проблем движения в городах реального размера. Участниками такой модели станут перегоны, маршруты общественного транспорта и потоки пассажиров. Существование равновесия Нэша позволяет строить быстрые алгоритмы для решения проблемы городов в развивающихся странах.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Wright L., Hook W. Bus Rapid Transit Planning Guide. New York: Institute for Transportation and Development Policy. 2007. [Электронный ресурс]. Режим доступа <https://go.itdp.org/display/live/Bus+Rapid+Transit+Planning+Guide+in+English> (дата обращения 23.01.2018).
2. Braess D., Nagurney A., Wakolbinger T. On a paradox of traffic planning // Transportation science. 2005. Т. 39. №. 4. pp. 446-450. DOI:10.1287/trsc.1050.0127
3. Downs A. The Law of peak-hour expressway congestion // Traffic Quarterly. 1962. Т. 16. № 6. pp. 393-409. URL: <http://worldcat.org/issn/00410713>
4. Škrinjar J.P., Abramović B., Brnjac N. The use of game theory in urban transport planning //

- Technical Gazette. 2015. T. 22. №. 6. pp. 1617-1621. DOI:10.17559/TV-20140108101820
5. Cortés-Berruero L. E., Gershenson C., Stephens C. R. Traffic games: modeling freeway traffic with game theory // PLoS one. 2016. T. 11. №. 11. C. e0165381. DOI:doi.org/10.1371/journal.pone.0165381
  6. Wu C., Pei Y., Gao J. Evolution game model of travel mode choice in metropolitan // Discrete Dynamics in Nature and Society. 2015. T. 2015. DOI: http://dx.doi.org/10.1155/2015/638972
  7. Evans A.A theoretical comparison of competition with other economic regimes for bus services // Journal of Transport Economics and Policy. 1987. T. 21. № 1. pp. 7-36. URL: https://www.jstor.org/stable/20052800
  8. Koryagin M.E. Competition of public transport flows // Automation and Remote Control. 2008. Vol. 69. No 8. pp. 1380-1389. DOI: https://doi.org/10.1134/S0005117908080109
  9. Dodgson J.S., Katsoulacos Y. Quality competition in bus services. // Journal of Transport Economics and Policy. 1988. T. 22. № 3. pp. 263-281. URL: https://www.jstor.org/stable/20052854
  10. Patriksson M. The traffic assignment problem: models and methods. Courier Dover Publications, 2015. 240 p.
  11. Dafermos S.C., Sparrow F.T. The traffic assignment problem for a general network // Journal. of Research of the National Bureau of Standard. 1969. T. 73B. pp. 91-118. URL: https://archive.org/details/jresv73Bn2p91
  12. Cao Y., Zuo Z.Y., Yang Z.Z. Regional differential parking pricing strategy based on metro park-and-ride // JIAOTONG YUNSHU XITONG GONGCHENG YU XINXI. 2017. T. 17. №. 3. pp. 12-18.
  13. Ben-Dor G., Ben-Elia E., Benenson I. Assessing the Impacts of Dedicated Bus Lanes on Urban Traffic Congestion and Modal Split with an Agent-Based Model // Procedia computer science. 2018. T. 130. pp. 824-829. DOI: https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.04.071
  14. Papageorgiou G., Ioannou P.A., Pitsilides A., Ahamis T., Maimaris A. Development and Evaluation of Bus Priority Scenarios Via Microscopic Simulation Models // IFAC Proceedings Volumes. 2009. T. 42. № 15. pp. 434-441. DOI: https://doi.org/10.3182/20090902-3-US-2007.0098
  15. Tirachini A. and Hensher D.A. Bus congestion, optimal infrastructure investment and the choice of a fare collection system in dedicated bus corridors // Transportation Research Part B: Methodological. 2011. T. 45. № 5. pp. 828-844. DOI:https://doi.org/10.1016/j.trb.2011.02.006
  16. Jara-Díaz S., Gschwender A. Towards a general microeconomic model for the operation of public transport // Transport Reviews. 2003. T. 23. № 4. pp. 453-469. DOI: doi.org/10.1080/0144164032000048922
  17. Horowitz J.L., Koppelman F.S., Lerman, S.R. A Self-Instructing Course in Disaggregate Mode Choice Modeling. Technology Sharing Program. Washington: U. S. Department of Transportation. 1986. 190 p.
  18. Koryagin M.E. Game theory approach to optimizing of public transport traffic under conditions of travel mode choice by passengers // Transport Problems. 2014. Vol. 9. No 3. pp. 117-124. URL: http://transportproblems.polsl.pl/pl/Archiwum/2014/zeszyt3/2014t9z3\_13.pdf
  19. Glicksberg I.L. A Further Generalization of the Kakutani Fixed Point Theorem, with Application to Nash Equilibrium // Proceedings of the American Mathematical Society. 1952. T. 3. № 1. pp. 170-174. DOI: 10.2307/2032478

## REFERENCES

1. Wright L., Hook W. Bus Rapid Transit Planning Guide. New York: Institute for Transportation and Development Policy. 2007. Available at: https://go.itdp.org/display/live/Bus+Rapid+Transit+Planning+Guide+in+English (Assessed at 23.09.2018).
2. Braess D., Nagurney A., Wakolbinger T. On a paradox of traffic planning // Transportation science. 2005. Vol. 39. no 4. pp. 446–450. DOI: 10.1287/trsc.1050.0127
3. Downs, A. The Law of peak-hour expressway congestion // Traffic Quarterly. 1962. Vol. 16. no 6. pp. 393–409. URL: http://worldcat.org/issn/00410713
4. Škrinjar J.P., Abramović B., Brnjac N. The use of game theory in urban transport planning // Technical Gazette. 2015. Vol. 22. no 6. pp. 1617–1621. DOI: 10.17559/TV-20140108101820
5. Cortés-Berruero L.E., Gershenson C., Stephens C.R. Traffic games: modeling freeway traffic with game theory // PLoS one. 2016. Vol. 11. no 11. pp. e0165381. DOI: doi.org/10.1371/journal.pone.0165381

6. Wu C., Pei Y., Gao J. Evolution game model of travel mode choice in metropolitan // *Discrete Dynamics in Nature and Society*. 2015. Vol. 2015. DOI: <http://dx.doi.org/10.1155/2015/638972>

7. Evans A.A theoretical comparison of competition with other economic regimes for bus services // *Journal of Transport Economics and Policy*. 1987. Vol. 21. no 1. pp. 7-36. URL: <https://www.jstor.org/stable/20052800>

8. Koryagin M.E. Competition of public transport flows // *Automation and Remote Control*. 2008. Vol. 69. no 8. pp. 1380-1389. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0005117908080109>

9. Dodgson J.S., Katsoulacos Y. Quality competition in bus services. // *Journal of Transport Economics and Policy*. 1988. Vol. 22. no 3. pp. 263–281. URL: <https://www.jstor.org/stable/20052854>

10. Patriksson M. The traffic assignment problem: models and methods. Courier Dover Publications, 2015. 240 p.

11. Dafermos S.C., Sparrow F.T. The traffic assignment problem for a general network // *Journal of Research of the National Bureau of Standard*. 1969. Vol. 73B. pp. 91–118. URL: <https://archive.org/details/jresv73Bn2p91>

12. Cao Y., Zuo Z.Y., Yang Z.Z. Regional differential parking pricing strategy based on metro park-and-ride // *JIAOTONG YUNSHU XITONG GONGCHENG YU XINXI*. 2017. Vol. 17. no 3. pp. 12–18.

13. Koryagin M. Urban Planning: a Game Theory Application for the Travel Demand Management // *Periodica Polytechnica Transportation Engineering*, 2018. Vol. 46. no 4. pp. 171–178. DOI: <https://doi.org/10.3311/PPtr.9410>

14. Ben-Dor G., Ben-Elia E., Benenson I. Assessing the Impacts of Dedicated Bus Lanes on Urban Traffic Congestion and Modal Split with an Agent-Based Model // *Procedia computer science*. 2018. Vol. 130. pp. 824–829. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.04.071>

15. Papageorgiou G., Ioannou P.A, Pitsilides A., Aphamis T., Maimaris A. Development and Evaluation of Bus Priority Scenarios Via Microscopic Simulation Models // *IFAC Proceedings Volumes*. 2009. Vol. 42. no 15. pp. 434–441. DOI: <https://doi.org/10.3182/20090902-3-US-2007.0098>

16. Tirachini A. and Hensher D.A. Bus congestion, optimal infrastructure investment and the choice of a fare collection system in dedicated bus corridors // *Transportation Research Part B: Methodological*. 2011. Vol. 45. no 5. pp. 828–844. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.trb.2011.02.006>

17. Jara-Díaz S., Gschwender A. Towards a general microeconomic model for the operation of public transport // *Transport Reviews*. 2003. Vol. 23. no 4. pp. 453–469. DOI: [doi:org/10.1080/0144164032000048922](https://doi.org/10.1080/0144164032000048922)

18. Horowitz J.L., Koppelman F.S., Lerman, S.R. A Self-Instructing Course in Disaggregate Mode Choice Modeling. Technology Sharing Program. Washington: U. S. Department of Transportation. 1986. 190 p.

19. Koryagin M.E. Game theory approach to optimizing of public transport traffic under conditions of travel mode choice by passengers // *Transport Problems*. 2014. Vol. 9. no 3. pp. 117–124. URL: [http://transportproblems.polsl.pl/pl/Archiwum/2014/zeszyt3/2014t9z3\\_13.pdf](http://transportproblems.polsl.pl/pl/Archiwum/2014/zeszyt3/2014t9z3_13.pdf)

20. Glicksberg I.L. A Further generalization of the Kakutani fixed point theorem, with application to Nash equilibrium // *Proceedings of the American Mathematical Society*. 1952. Vol. 3. no 1. pp. 170–174. DOI: 10.2307/2032478

**Поступила 27.09.2018, принята к публикации 19.10.2018.**

**Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.**

**Прозрачность финансовой деятельности: авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах. Конфликт интересов отсутствует.**

#### **ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ**

*Корягин Марк Евгеньевич – д-р техн. наук, доц., проф. кафедры высшей математики, ORCID ID 0000-0002-1976-7418, Scopus Author ID 12794946600, ResearcherID M-1500-2013, СГУПС (ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет путей сообщения»), (630049, г. Новосибирск, ул. Дуси Ковальчук, 191, [math@stu.ru](mailto:math@stu.ru) e-mail: [markkoryagin@yandex.ru](mailto:markkoryagin@yandex.ru)).*

*Тимофеева Елена Геннадьевна – старший преподаватель кафедры высшей математики, ORCID ID: 0000-0001-7487-0939, СГУПС (ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет путей сообщения») (630049, г. Новосибирск, ул. Дуси Ковальчук, д. 191 [math@stu.ru](mailto:math@stu.ru), [timlana@rambler.ru](mailto:timlana@rambler.ru)).*

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Koryagin Mark Evgenievich – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor,*

*Professor of the Department of Higher Mathematics, ORCID ID 0000-0002-1976-7418, Scopus Author ID 12794946600, Researcher ID M-1500-2013, Siberian Transport University, (630049, Novosibirsk, 191, Dusi Kovalchuk St., e-mails: math@stu.ru, markkoryagin@yandex.ru).*

*Timofeeva Elena Gennadievna – Senior Lecturer of the Department of Higher Mathematics, ORCID ID: 0000-0001-7487-0939, Siberian Transport University, (630049, Novosibirsk, 191, Dusi Kovalchuk St., e-mails: math@stu.ru, timlama@rambler.ru).*

#### **ВКЛАД СОАВТОРОВ**

*Корягин М.Е. Содержательная и математическая постановка задачи, обзор литературы (70%).*

*Тимофеева Е.Г. Численный пример, оформление статьи (30%).*

#### **AUTHORS CONTRIBUTION**

*Koryagin M.E. Substantial and mathematical formulation of the problem, literature review (70%).*

*Timofeeva E.G. Numerical example, article design (30%).*