- Баранов Сергей Олегович (Омск, Россия)
– аспирант кафедры «Автоматизированные
системы обработки информации и управле-

Baranov Sergey Olegovich (Omsk, Russian)
– postgraduate of the Department “Automated
Systems of Information Processing and Manage-
ment” “SibADI” (644080, Omsk, Mira, 5, email:
baranov@kvarkstudio.ru).

ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ ТРЕХКООРДИНАТНЫХ ДАТЧИКОВ ВЕКТОРНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН УПРАВЛЯЮЩИХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

2) Омский государственный технический университет «ОмГТУ». Россия, г. Омск

Ключевые слова: трехкоординатный датчик, конструктивные погрешности, погрешность чувствительности, погрешность неортогональности.

Управляющие информационные системы, осуществляющие контроль и измерение векторных физических величин в некоторых технологических процессах используют трехкоординатные датчики. Такие датчики позволяют выделить три составляющие вектора физиче-

ской величины. Особенностью этих датчиков является то, что их чувствительные элементы устанавливаются на трех координатных осях прямоугольной декартовой системы координат [1-4]. Технологически обеспечить ортогональность расположения чувствительных элементов на корпусе датчика не всегда пред-

ставляется возможным. При не соблюдении ортогональности расположения чувствительных элементов на корпусе датчика будут возникать инструментальные (конструктивные) погрешности.

Инструментальные погрешности трехкоординатных датчиков несложно определить, если учесть, что модуль вектора физической величины получается после геометрического суммирования трех его составляющих, выделяемых датчиком согласно выражению

$$E = k \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}, \quad (1)$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от конструкции датчика и его измерительных цепей, т.е. это результирующая чувствительность датчика; u_x, u_y, u_z – составляющие вектора $\vec{E}$ физической величины (электрические величины), соответственно равные

$$\begin{aligned} u_x &= k_x E \cos \alpha; \\ u_y &= k_y E \cos \beta; \\ u_z &= k_z E \cos \gamma, \end{aligned} \quad (2)$$

где k_x, k_y, k_z – чувствительности датчика по координатным осям x, y, z ; α, β и γ – углы между вектором физической величины и соответствующими координатными осями x, y, z датчика; $\cos \alpha, \cos \beta$ и $\cos \gamma$ – направляющие косинусы между векторной величиной и соответствующими координатными осями датчика, удовлетворяющие условию [5]

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1.$$

В общем случае чувствительности k датчика по трем координатным осям могут быть не равны, то есть $k_x \neq k_y \neq k_z$. С учетом неравенства чувствительностей и выражения (2) выражение (1) может быть приведено к виду

$$E = E \sqrt{k_x^2 \cos^2 \alpha + k_y^2 \cos^2 \beta + k_z^2 \cos^2 \gamma}. \quad (3)$$

Из выражения (3) следует, какие из инструментальных (конструктивных) погрешностей присущи трехкоординатному датчику. Это, прежде всего погрешность чувствительности δ_k и погрешность ортогональности координатных осей $\delta_{опм}$. Все эти погрешности являются систематическими. Они вызваны неточностью изготовления корпуса датчика и расположения чувствительных элементов по трем его ортогональным осям. Поэтому эти погрешности относятся к группе инструментальных погрешностей.

Погрешность чувствительности δ_k . Эта погрешность возникает из-за неравенства чувствительности по каждому каналу преобразования трехкоординатного датчика, то есть в выражении (3) $k_x \neq k_y \neq k_z \neq k$.

Пусть $k_x = k(1 \pm \delta_1)$, $k_y = k(1 \pm \delta_2)$, $k_z = k(1 \pm \delta_3)$, где k – расчетная чувствительность датчика, условно принятая равной $k=1$; $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ – погрешности, вызванные отклонениями чувствительности по каждой координате преобразования трехкоординатного датчика от расчетной. Тогда воспользовавшись выражением (3) и классическим выражением для относительной погрешности

$$\delta = \frac{E - E_0}{E_0}, \quad (4)$$

находим

$$\delta_k = \sqrt{1 + \delta_1(\delta_1 + 2)\cos^2 \alpha + \delta_2(\delta_2 + 2)\cos^2 \beta + \delta_3(\delta_3 + 2)\cos^2 \gamma} - 1. \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что погрешность чувствительности δ_k в общем случае зависит от

ориентации датчика в пространстве и максимум этой погрешности совпадает с наибольшей погрешностью чувствительности одного из каналов преобразования трехкоординатного датчика. Это значит, что если в выражении (5) $\delta_1 < \delta_2 < \delta_3$, то $\delta_{k\max} = \pm \delta_3$. Поэтому для исключения зависимости погрешности чувствительности δ_k от ориентации датчика, необходимо соблюдать условие $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta$. При этом условия погрешность δ_k будет зависеть только лишь от погрешности чувствительности δ .

Погрешность чувствительности δ сильно зависит от точности изготовления, как корпуса датчика, так и его чувствительных элементов. Однако, выполняя градуировку трехкоординатного датчика по каждому из каналов преобразования, можно свести эту погрешность к желаемому минимуму.

Погрешность от неортогональности координатных осей $\delta_{\text{орт}}$. Она возникает, когда оси чувствительных элементов трехкоординатного датчика не строго совмещены с его ортогональными осями.

Это приводит к тому, что в выражении (3) даже при выполнении условия $k_x = k_y = k_z = 1$ сумма квадратов направляющих конусов не равна 1, то есть $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma \neq 1$. Неортогональность координатных осей ТЭСД является основной причиной, вызывающей зависимость результирующего модуля вектора физической величины от его ориентации датчика в пространстве.

Рассмотрим эту погрешность. Для этого обратимся к рис. 1, на котором изображена одна из ортогональных координатных осей, например y и неортогональная ось y' .

Рисунок 1 – К расчету погрешности ортогональности координатных осей трехкоординатного датчика.

Выделим одну из координатных осей трехкоординатного датчика, например ось x и будем считать, что две другие оси y и z неортогональны по отношению к ней и самим себя. Все координатные оси, при этом проходят через центр датчика. Найдем направляющие косинусы между вектором физической величины и неортогональными осями датчика и их взаимосвязь с соответствующими направляющими косинусов этого вектора по отношению к ортогональным осям.

Ось y' по отношению к оси z может занимать различные произвольные положения. Эти положения задаются широтным углом Δ и долготным углом φ . Углы β и β' – это углы между вектором физической величины и соответствующей ортогональной y и неортогональной y' осями. Из рисунка 1 несложно найти взаимосвязь между направляющими косинусов этих углов

$$\cos \beta' = \cos(\beta - \Delta) \left[1 - 2(\sin^2 \Delta) \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right] - \sin(\beta - \Delta) \cdot (\sin 2\Delta) \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (6)$$

Теперь найдем погрешность $\delta_{\text{орт}}$ по формуле

$$\delta_{\text{орт.}} = \sqrt{\cos^2 \alpha' + \cos^2 \beta' + \cos^2 \gamma' - 1}, \quad (7)$$

где $\cos \beta'$ и $\cos \gamma'$ – определяются выражением (6), в котором для $\cos \beta'$ – широтный Δ и долготный φ углы будут соответственно обозначаться Δ_1 и φ_1 , а для $\cos \gamma'$ эти же углы будут обозначаться как Δ_2 и φ_2 . После подстановки выражения (6) в выражение (7) и соответствующих преобразований получим

$$\delta_{\text{орт.}} = \sqrt{A - B_1 \sin^2 \frac{\varphi_1}{2} + C_1 \sin^4 \frac{\varphi_1}{2} - B_2 \sin^2 \frac{\varphi_2}{2} + C_2 \sin^4 \frac{\varphi_2}{2} - 1}, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \cos^2 \alpha + \cos^2 (\beta - \Delta_1) + \cos^2 (\gamma - \Delta_2) \\ B_1 &= 2 \sin^2 \Delta_1 - 2 \sin^2 \Delta_1 \cos 2\beta + \sin 2\Delta_1 \sin 2\beta; \\ B_2 &= 2 \sin^2 \Delta_2 - 2 \sin^2 \Delta_2 \cos 2\beta + \sin 2\Delta_2 \sin 2\beta; \\ C_1 &= 2 \sin^2 \Delta_1 - 2 \sin^2 \Delta_1 \cos 2\beta + (2 \sin^4 \Delta_1) \cdot (1 - \sin^2 \Delta_1) \sin 2\beta; \\ C_2 &= 2 \sin^2 \Delta_2 - 2 \sin^2 \Delta_2 \cos 2\beta + (2 \sin^4 \Delta_2) \cdot (1 - \sin^2 \Delta_2) \sin 2\beta. \end{aligned}$$

Рисунок 1 – График погрешности ортогональности координатных осей датчика

Проведем оценку $\delta_{\text{орт.}}$. Для этого сначала найдем максимум этой погрешности по φ_1 и φ_2

$$\delta_{\text{орт. max}}(\varphi_1, \varphi_2) = \sqrt{A} - 1, \quad (9)$$

а затем по β и γ , учитывая равенство $\cos^2 \alpha = 1 - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma$. В результате получим

$$\delta_{\text{орт. max}} = \sqrt{1 \pm \sin \Delta_1 \sqrt{1 + 3 \sin^2 \Delta_1} \pm \sin^2 \Delta_2 \sqrt{1 + 3 \sin^2 \Delta_2}} - 1. \quad (10)$$

Предельное значение $\delta_{\text{орт}}$ по (9) будет, если в качестве Δ принять больший из Δ_1 и Δ_2 . Тогда получим

$$\delta_{\text{орт. max}} \leq \sqrt{1 \pm (2 \sin \Delta) \cdot \sqrt{3 \sin^2 \Delta + 1}} - 1 \approx \pm \Delta \quad (11)$$

График изменения этой погрешности представлен на рис.2 при изменении широтного угла Δ от 0 до 2° градусов или от 0 до 0,035 радиан. Из графика следует, что скорость изменения погрешности ортогональности составляет 1.75 %/град.

Таким образом, погрешность ортогональности координатных осей трехкоординатного датчика физической величины не превышает максимального отклонения угла между ортогональной и неортогональной осью и линейно зависит от этого угла в пределах от 0 до 10°.

Погрешность $\delta_{\text{орт.}}$ нельзя свести к минимуму посредством градуировки трехкоординатного датчика. Поэтому к изготовлению датчика, особенно к разметки его координатных осей должны предъявляться жесткие требования, поскольку согласно выражению (10), отклонения положения координатной оси от ортогональной на 1° приводит к $\delta_{\text{орт.}} = 1,75 \%$.

Следует отметить, что существуют приборы с однокоординатными датчиками, поочередно измеряющие и запоминающие составляющие вектора физической величины по осям x , y и z с последующим определением его модуля по формуле (1). При этом датчик физически поочередно устанавливается так, чтобы его ось датчика сначала совпала с направлением x , затем y и потом z . Если при этом плоскость, на которую устанавливается датчик не строго горизонтальна, то также будет возникать погрешность ортогональности координатных осей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный в статье анализ инструментальных погрешностей трехкоординатных датчиков векторных физических величин, вызванных их конструктивным исполнением показал, что погрешность чувствительности

можно свести к желаемому минимуму по координатной градуировкой датчика, а погрешность ортогональности координатных осей может быть значительной и достигать единиц процентов и градуировкой эту погрешность уменьшить нельзя. Поэтому к формированию координатных осей трехкоординатных датчиков должны предъявляться жесткие требования. Погрешность, вызванная неортогональностью координатных осей может возникать и при поочередном измерении составляющих вектора физической величины прибором с однокоординатным датчиком, если этот датчик не располагать в горизонтальных плоскостях осей x , y и z .

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гатман С. Двойной измеритель электрического поля с защитой /С.Гатман // Приборы для научных исследований. – 1968, №1. – С.45-49.
2. Horvath T. Измерение напряженности неискаженного электрического поля в высоковольтных установках. – Measurement of the distortion less electric field intensity of high voltage installations. Third International Symposium on High voltage Engineering. Milan, 28-31 Aug. 1979, p. 44.05/1-44.05/4.: Перевод ВЦП № Г-21913 / T.Horvath, G.Clement. – М., 1981. –12 с.
3. Щигловский К.Б. Приборы для измерения параметров электростатического поля и их калибровка / К.Б.Щигловский, В.С.Аксельрод // Измерительная техника. –1978. -№5. –С.63-65.
4. Пат. 3.750.017 США, МКИ G01R 31/02. Прибор для измерения электромагнитного поля = The device for measurement of an electromagnetic field / Ronald Ray Bowman, Ezra Ben Larson Donald Russell Belsher; Заявлено 16.09.71; Оpubл. 31.07.73.
5. Выгодский, М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – М. : Наука, 1972. – 874с.

TOOL ERRORS OF THREE-COORDINATE SENSORS OF VECTOR PHYSICAL QUANTITIES OF THE OPERATING INFORMATION SYSTEMS

S.V. Biryukov, A.V. Tyukin

Annotation. In this article the question of increase in accuracy of transformation of three-coordinate sensors of vector physical quantities due to their design. Constructive errors, characteristic of three-coordinate sensors, are analysed. The analysis was applied to accuracy overall sensitivity of the sensor with three coordinates, and errors caused by the deviation of the axes sensor from orthogonal. It is shown that the error of the overall sensor sensitivity can be reduced to the desired minimum by

calibrating the sensor for each coordinate, and the error due to non-orthogonality of the coordinate axes can be significant and reach a few percent (1.75%/deg). To reduce this error must be strict adherence to the orthogonality of the coordinate axes of the sensor.

Keywords: *three-coordinate sensor, constructive errors, sensitivity error, orthogonality error.*

REFERENCES

1. Gatman S. Dvojnoj izmeritel' ehlektricheskogo polya s zashchitoj /S.Gatman // Pribory dlya nauchnyh issledovanij. – 1968, №1. – S.45-49.
2. Horvath T. Izmerenie napryazhennosti neiskazhennogo ehlektricheskogo polya v vysokovol'tnyh ustanovkah. – Measurement of the distortion less electric field intensity of high voltage installations. Third International Symposium on High voltage Engineering. Milan, 28-31 Aug.1979, p. 44.05/1-44.05/4.: Perevod VCP № G-21913 / T.Horvath, G.Clement. – M., 1981. –12 s.
3. SHCHiglovskij K.B. Pribory dlya izmereniya parametrov ehlektrostaticheskogo polya i ih kalibrovka / K.B.SHCHiglovskij, V.S.Aksel'rod // Izmeritel'naya tekhnika. –1978. -№5. –S.63-65.
4. Pat. 3.750.017 SSHA, MKI G01R 31/02. Pribor dlya izmereniya ehlektromagnitnogo polya = The device for measurement of an electromagnetic field / Ronald Ray Bowman, Ezra Ben Larson Donald Russell Belsher; Zayavleno 16.09.71; Opubl. 31.07.73.
5. Vvgodskij, M. YA. Spravochnik po vysshhej

matematike / M. YA. Vygodskij. – M. : Nauka, 1972. – 874s.

Бирюков Сергей Владимирович (Омск, Россия) – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры физики ФГБОУ ВО «СиБАДИ» (644080, г. Омск, пр. Мира, 5), профессор кафедры физики ФГБОУ ВО «ОмГТУ» (644050, г. Омск, пр. Мира, 11);

Тюкин Александр Владимирович (Омск, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры физики ФГБОУ ВО «СиБАДИ» (644080, г. Омск, пр. Мира, 5).

Sergey V. Biryukov (Omsk, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, professor, professor, Department of physics of Sibirskaya State Automobile and Highway Academy ²SibADI² (644080, Omsk, Mira Ave., 5), professor of department of physics of Omsk State Technical University ²OmGTU², Omsk, Russia (644050, Omsk, Mira Ave., 11);

Aleksandr V. Tyukin (Omsk, Russian Federation) – Ph. D. in Technical Sciences, Ass. Professor, professor, Department of physics of Sibirskaya State Automobile and Highway Academy ²SibADI² (644080, Omsk, Mira Ave., 5).

УДК 004.932.2

ПОСТРОЕНИЕ МЕТАМОРФИЗМОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА-ПУАНКАРЕ

С. В. Лейхтер

Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ), Россия, г. Омск

Аннотация. В работе рассмотрена задача сравнения двух изображений – исходного и целевого, представляющих собой кривые заданные соответствующим каждой набором точек в двумерном пространстве. Задача решается путём нахождения диффеоморфизма, который позволит совместить точки деформируемого изображения с точками шаблона. В основе решения лежит метод построения функционала, характеризующего эволюцию диффеоморфизмов изображения от его начального состояния до конечного и «штраф» за отклонение траекторий движения точек изображения от требуемых. Разработан алгоритм решения уравнения диффеоморфизма, основанный на оптимизации (минимизации) построенного функционала методом градиентного спуска. Предложенный метод сравнения двух изображений может быть использован при оптимальном метаморфизме изображений, когда отсутствует поточечное соответствие между исходным и целевым изображениями. Разработанные в работе алгоритмы могут использоваться в биометрических системах, системах классификации изображений.