

Научная статья  
УДК 625.7: 625.731  
DOI: <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2021-18-5-576-613>

## АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ДОРОЖНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ СДВИГУ В ГРУНТЕ

А.С. Александров

Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ),  
г. Омск, Россия  
[aleksandrov00@mail.ru](mailto:aleksandrov00@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0003-2009-5361>

### АННОТАЦИЯ

**Введение.** Проверка грунтов земляного полотна и слоев дорожной одежды из слабосвязных<sup>1</sup> материалов по сопротивлению сдвигу является одним из трех обязательных условий расчета дорожных одежд по критериям прочности. Методика проверки грунтов земляного полотна и песчаных слоев дорожной одежды постоянно модифицируется, из-за чего в каждой новой версии нормативного документа появляются изменения, касающиеся определенных деталей расчета. Цель настоящей работы состоит в анализе, подчеркивающем достоинства классического решения А.М. Кривисского и раскрывающем суть ошибок, допущенных в последующих модификациях этого расчета.

**Материалы и методы.** Анализ решений выполнен с позиций соответствия основам механики. При этом показано, что расчет полного напряжения сдвига в классическом решении А.М. Кривисского выполняется в соответствии с принципом суперпозиции силы, состоящем в расчете компонент тензора напряжений от каждой силы (временной нагрузки и собственного веса материалов слоев) отдельно с последующим суммированием соответствующих составляющих. При этом активные напряжения сдвига от временной нагрузки и собственного веса материалов рассчитываются как эквивалентное напряжение критерия Мора – Кулона. Вычисление этих обеих составляющих полного напряжения сдвига выполняется при одном и том же значении угла внутреннего трения. Известно, что для критерия Мора – Кулона угол наклона площадки скольжения к главным осям определяется суммой или разностью 45 градусов и половины угла внутреннего трения. Значит, касательное и нормальное напряжения, являющиеся составляющими активного напряжения сдвига как от временной нагрузки, так и собственного веса материалов, определены для одной и той же площадки сдвига, повернутой к главным осям под одним и тем же углом. В действующих нормативных расчетах активные напряжения сдвига от временной нагрузки и собственного веса материалов определены при разных углах внутреннего трения. Значит, активные напряжения сдвига от временной нагрузки и собственного веса материалов действуют на двух разных площадках сдвига, повернутых к главным осям под разными углами. Такие напряжения нельзя суммировать или сравнивать друг с другом. Помимо этой ошибки нормативных методов расчета приведены другие их недостатки.

**Результаты.** В результате подробного анализа известных модификаций классического решения установлены очевидные противоречия принципам механики сплошной среды. В качестве альтернативы современным критериям расчета по сопротивлению сдвигу предложен трехпараметрический критерий пластичности грунта, в котором напряжение сдвига превышает эквивалентное напряжение в критерии Мора – Кулона. Показан принцип вывода из рассматриваемых критериев прочности формул для вычисления первой критической нагрузки и полного напряжения сдвига.

**Заключение.** Сделаны выводы о необходимости возврата к классическому решению, полученному специалистами Ленинградской школы СССР, или разработки принципиально нового решения, базирующегося на новом условии пластичности, в котором полное напряжение сдвига превышает аналогичную характеристику напряженного состояния – оригинального критерия Мора – Кулона.

<sup>1</sup> Использован термин, применяемый в нормативных документах и стандартах РФ, под которым понимается расчет по сопротивлению сдвигу в материале конструктивного слоя дорожной одежды. Согласно нормативным документам и стандартам РФ такой расчет обязательно выполняют для песков, применяемых в дополнительных слоях оснований. Поэтому здесь и далее под термином «слабосвязный материал» понимается, прежде всего, пески средние, крупные и гравелистые.

© Александров А.С., 2021



Контент доступен под лицензией  
Creative Commons Attribution 4.0 License.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** земляное полотно, сопротивление сдвигу, условие пластичности, сцепление, угол внутреннего трения

**Статья поступила в редакцию 14.09.2021; одобрена после рецензирования 21.10.2021; принята к публикации 29.10.2021.**

**Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.**

**Прозрачность финансовой деятельности: автор не имеет финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах. Конфликт интересов отсутствует.**

*Для цитирования:* Александров А.С. Анализ методов расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу в грунте // Вестник СибАДИ. 2021. Т.18, № 5(81). С. 576-613. <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2021-18-5-576-613>

DOI: <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2021-18-5-576-613>

## ANALYSIS OF METHODS OF CALCULATING ROAD STRUCTURES BASED BY SHEAR RESISTANCE IN THE SOIL

**A.S. Aleksandrov**

Siberian State Automobile and Highway University (SibADI), Omsk, Russia  
[aleksandrov00@mail.ru](mailto:aleksandrov00@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0003-2009-5361>

### ABSTRACT

**Introduction.** Checking the soil of the subgrade and the layers of road pavement made of loosely cohesive materials by shear resistance is one of the three mandatory conditions for calculating road clothing according to strength criteria. The methodology for checking the soil of the subgrade and the sandy layers of the road pavement is constantly being modified, which is why changes concerning certain calculation details appear in each new version of the regulatory document. The purpose of this work is to analyze the advantages of the classical solution of A.M. Krivissky and to reveal the essence of the errors made in subsequent modifications of this calculation.

**Materials and methods.** The analysis of solutions is carried out from the standpoint of compliance with the basics of mechanics. It is shown that the calculation of the total shear stress in the classical solution of A.M. Krivissky is performed in accordance with the principle of force superposition, which consists in calculating the components of the stress tensor from each force (time load and the own weight of the layer materials) separately, followed by summing the corresponding components. In this case, the active shear stresses from the temporary load and the own weight of the materials are calculated as the equivalent stress of the Mohr-Coulomb criterion. The calculation of these two components of the total shear stress is performed at the same value of the internal friction angle. Since the angle of inclination of the sliding surface to the main axes is determined by the sum or difference of 45 degrees and half of the internal friction angle, the tangential and normal stresses, which are components of the active shear stress, both from the temporary load and the own weight of the materials, are determined for the same shear surface rotated to the main axes at the same angle. In the current normative calculations, the active shear stresses from the temporary load and the own weight of the materials are determined at different angles of internal friction. This means that the active shear stresses from the temporary load and the own weight of the materials act on two different shear surface rotated to the main axes at different angles. Such stresses cannot be summed up or compared with each other. In addition to this error of the normative calculation methods, their other disadvantages are given.

**Results.** As a result of a detailed analysis of the known modifications of the classical solution, obvious contradictions to the principles of continuum mechanics are established. As an alternative to modern calculation criteria for shear resistance, the article presents criteria for soil strength in which the shear stress exceeds the equivalent stress in the Mohr-Coulomb criterion. The principle of deducing formulas for calculating the first critical load and the total shear stress from the strength criteria under consideration is shown.

**Conclusion.** Conclusions are drawn about the need to return to the classical solution obtained by specialists of the Leningrad School of the USSR, or to develop a fundamentally new solution based on a new plasticity condition in which the total shear stress exceeds the similar characteristic of the stress state of the original Mohr - Coulomb criterion.

**KEY WORDS:** roadbed; shear resistance; plasticity condition; cohesion; angle of internal friction

© Aleksandrov A.S., 2021



Content is available under the license  
Creative Commons Attribution 4.0 License.

*The article was submitted 14.09.2021; approved after reviewing 21.10.2021; accepted for publication 29.10.2021.*

*The authors have read and approved the final manuscript.*

*Financial transparency: the authors have no financial interest in the presented materials or methods. There is no conflict of interest.*

*For citation: Aleksandrov A.S. Analysis of methods of calculating road structures based by shear resistance in the soil The Russian Automobile and Highway Industry Journal. 2021; 18 (5): 576-613. DOI: <https://doi.org/10.26518/2071-7296-2021-18-5-576-613>*

## ВВЕДЕНИЕ

Сопротивление грунтов земляного полотна и материалов дорожной одежды сдвигу обуславливает их сопротивление накапливаемым остаточным деформациям. Это проявляется в том, что чем меньше девиаторная составляющая напряжений, тем меньше величина необратимой составляющей упругопластической деформации. Наше утверждение можно продемонстрировать многочисленными математическими моделями, предназначенными для расчета накапливаемой остаточной деформации грунтами и зернистыми материалами [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10], а также формулами для определения продольного, поперечного и объемного модуля деформации грунта и зернистого материала [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20], применяемых для расчета упругопластических деформаций. Безусловно, что одним из способов ограничения накапливаемой остаточной деформации является обеспечение возникновения полных напряжений сдвига, величина которых не превышает некоторое предельное значение. Этот способ реализован в нормах и стандартах по расчету нежестких и жестких дорожных одежд, действовавших в разное время ВСН 46-72<sup>2</sup>, ВСН 46-83<sup>3</sup>, ОДН 218.046-01<sup>4</sup>, ПНСТ 265-2018<sup>5</sup>, ВСН 197-83<sup>6</sup>, ВСН 197-91<sup>7</sup> и ОДМ<sup>8</sup>. По мере развития нормативных документов критерий расчета дорожных одежд по сопротивлению сдвигу совершенствовался и видоизменялся различными научными коллективами. В результате выполненных модификаций критерий и расчет по сопротивлению сдвигу изменился от оригинального решения А.М. Кривисского

до современного варианта, представленного в ПНСТ 265-2018 и ПНСТ 542-2021.

Анализ различных вариантов нормативного расчета грунтов земляного полотна и песчаных слоев дорожной одежды по сопротивлению сдвигу показывает, что модифицированные варианты обладают недостатками, не позволяющими считать их верными решениями. Одна из основных ошибок, допущенных в ОДН 218.046-01, обсуждалась нами в работе [21]. Суть этой ошибки состоит в том, что полное напряжение сдвига от временной нагрузки и его предельное значение вычисляются при разных значениях угла внутреннего трения. Согласно основам механики грунтов угол наклона площадки скольжения к главным осям в условии пластичности Мора – Кулона определяется суммой или разностью 45 градусов и половины угла внутреннего трения. Поэтому в действующих нормативных методах расчета полное напряжение сдвига от временной нагрузки и его предельная величина вычисляются для двух разных площадок. Эта ошибка требует устранения. Однако новый модифицированный вариант решения, регламентируемый ПНСТ 265-2018 и ПНСТ 542-2021, содержит эту же ошибку, к которой в результате новых модификаций прибавились другие, рассматриваемые в данной работе.

Цель статьи состоит в анализе оригинального метода расчета по сопротивлению сдвигу, созданного А.М. Кривисским, ставшего основой для нормативных расчетов по ВСН 46-72 и ВСН 46-83 и всех его последующих модификаций. В следующем подразделе с позиции основ механики грунтов мы постараемся доступно показать безукоризненность оригинального

<sup>2</sup> Инструкция по проектированию дорожных одежд нежесткого типа. ВСН 46-72. М. : Транспорт, 1973 110 с.

<sup>3</sup> Инструкция по проектированию дорожных одежд нежесткого типа. ВСН 46-83. М. : Транспорт, 1985. 157 с.

<sup>4</sup> Проектирование нежестких дорожных одежд. ОДН 218-046-01. М. : ГСДХ Минтранса России, 2001. 146 с.

<sup>5</sup> ПНСТ 265-2018. Проектирование нежестких дорожных одежд. М.: Стандартинформ, 2018. 73 с.

<sup>6</sup> Инструкция по проектированию жестких дорожных одежд. ВСН 197-83. М. : Минтрансстрой, 1984. 129 с.

<sup>7</sup> Инструкция по проектированию жестких дорожных одежд. ВСН 197-91. М. : Союздорнии, 1992. 130 с.

<sup>8</sup> ОДМ. Методические рекомендации по проектированию жестких дорожных одежд. М. : Росавтодор. 2004.

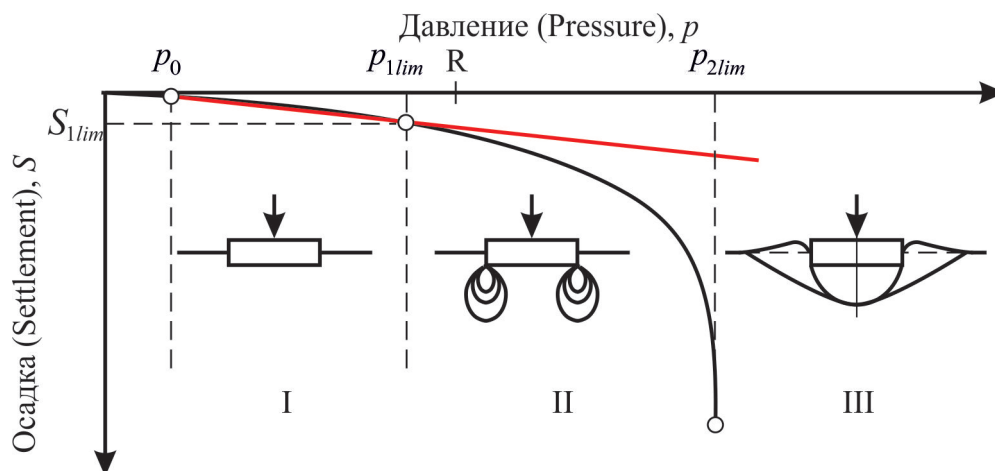


Рисунок 1 – Современные представления о фазах деформирования грунтового основания

Figure 1 – Modern ideas about the phases of deformation of the soil base

решения А.М. Кривисского и ошибочность его современных модификаций. В ходе данного анализа разъясним ошибочность суждений специалистов дорожной отрасли, разработавших современные стандарты.

В настоящее время для вывода формул, позволяющих рассчитывать грунтовые основания по сопротивлению сдвигу, применяется три метода: линейно деформируемой среды, поверхностей скольжения и теории предельного равновесия грунта. Суть этих методов и их отличия можно пояснить, рассматривая фазы деформирования грунтового основания. Основы этого учения созданы Н.М. Герсевановым<sup>9</sup>, развиты в работах В.Г. Березанцева<sup>10</sup>, а в современном, наиболее полном виде, включающем все четыре критические нагрузки (структурная прочность, первая и вторая критические нагрузки, расчетное сопротивление грунта), приводятся в учебных пособиях<sup>11</sup>. Следовательно, учение о фазах деформирования грунтового основания является базовым знанием инженеров, которое должно неукоснительно соблюдаться в любом методе расчета.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

На рисунке 1 представлена графическая зависимость осадки основания от давления. На оси абсцисс приведены 4 критические нагрузки, отделяющие фазы деформирования.

Согласно работе Н.М. Герсеванова критические нагрузки можно определить экспериментально. В своей работе Н.М. Герсеванов привел результаты испытаний песчаного основания, на основе которых были предложены две критические нагрузки: первая  $p_{1lim}$  и вторая  $p_{2lim}$ . Эти две критические нагрузки разделяют три фазы деформирования основания. Первой фазой называют фазу уплотнения, при возникновении которой осадка грунта с давлением связана линейной зависимостью. В этой фазе перемещение частиц грунта преимущественно происходит в вертикальном направлении. Диапазон давлений, при которых имеет место такое деформирование, ограничен первой критической нагрузкой  $p_{1lim}$ . При передаче на грунтовое основание давления, равного первой критической нагрузке, в наиболее опасной точке полупространства возникает площадка скольжения, на которой достигнуто предельное состояние по критерию Мора – Кулона. Во всех остальных точках при таком давлении предельное состояние по условию пластичности Мора – Кулона еще не достигнуто. В фазе уплотнения осадка основания является упругопластической, состоящей из обратимой и необратимой составляющих. Так как осадка связана с давлением линейно, то для ее определения используют решения теории упругости, заменяя продольный модуль

<sup>9</sup> Герсеванов Н.М. Опыт применения теории упругости к определению допускаемых нагрузок на грунт на основе экспериментальных работ. Труды МИИТ, 1930. Вып. XV. С. 255 – 284.

<sup>10</sup> Березанцев В.Г. Расчет оснований сооружений / В.Г. Березанцев. Л.: Изд-во литературы по строительству, 1970. 207 с.

<sup>11</sup> Учебное пособие по курсу «Механика грунтов» / Петраков А.А., Яркин В.В., Таран Р.А., Казачек Т.В.; под ред. Петракова А.А. Макеевка: ДонНАСА, 2004. 164 с.



упругости продольным модулем деформации грунта. Отсюда следует ошибочность трактовки критерия расчета элементов дорожной конструкции по сопротивлению сдвигу некоторыми специалистами, утверждающими, что при выполнении критерия нормативного расчета грунты земляного полотна испытывают упругие деформации, не деформируясь пластично. Основы учения Н.М. Герсеванова нам явно говорят, что в этом диапазоне давлений осадка является упругопластической и обратима лишь от части.

Вторая фаза деформирования называется фазой сдвигов. В этой фазе деформирования под краями штампа образуются области с предельным состоянием грунта по оригинальному критерию пластичности Мора – Кулона. С увеличением давления на грунтовое основание размеры возникающих неустойчивых областей возрастают. Осадка является упругопластической и нелинейно зависит от давления. При достижении давлением некоторой предельной величины, называемой второй критической нагрузкой, неустойчивые области смыкаются, а поверхность скольжения выходит на поверхность грунтового основания. Этот процесс сопровождается выпором грунта за пределами штампа. По результатам испытаний песчаных грунтовых оснований Н.М. Герсеванов внес предложение принять вторую критическую нагрузку  $p_{2lim}$  в качестве предельного давления на грунт.

Третья фаза деформирования называется фазой выпора грунта, в которой грунт по поверхности скольжения смещается за пределы площадки, передающей нагрузку. В этой стадии несущая способность основания полностью исчерпана, механизм распределения нагрузки нарушен.

В дальнейшем В.Г. Боезанцев установил, что начало образования выпора грунта за пределами нагруженной площадки можно безошибочно установить только при испытаниях песчаных грунтов и в условиях проведения штамповых испытаний на поверхности. В.Г. Березанцев указывает, что при испытаниях связных грунтов зоны выпора трудно различимы, такая же сложность возникает при испытаниях любых грунтов фундаментом глубокого заложения. Поэтому в учение Н.М. Герсеванова внесли коррективы, согласно которым под предельным давлением на грунтовый массив стали понимать расчетное сопротивление грунта основания  $R$ . Под этой характеристикой подразумевают величину давления, при которой в стадии сдвигов глубина областей распространения пластических деформаций со-

ставляет 25% от ширины фундамента. В силу этого определения имеет место неравенство  $p_{1lim} < R < p_{2lim}$ . Обратим внимание, что неравенство именно такое. Это объясняется тем, что первая критическая нагрузка соответствует величине давления, при которой в наиболее опасной точке грунтового основания возникает предельное состояние по оригинальному условию пластичности Мора – Кулона. В данном случае зоны распространения пластических деформаций только начинают зарождаться в наиболее опасных точках, например, при воздействии равномерно распределенной нагрузки по полосе, зарождение пластических областей происходит в точках под краями полосы. Вторая критическая нагрузка равна давлению, при возникновении которого зоны распространения пластических деформаций распространились на всю глубину и сомкнулись. При расчете осадок фундаментов, грунтовое основание которых работает во второй фазе деформирования, предполагают, что сопротивление грунта основания  $R$  является величиной давления, отделяющей стадию линейного упругопластического деформирования от нелинейного деформирования.

Структурная прочность грунтового основания  $p_0$  ограничивает диапазон давлений, при которых грунт проявляет свойства упругого тела, претерпевая только обратимые осадки, не испытывая пластических деформаций. Структурная прочность по величине является наименьшей из всех критических нагрузок. Величина структурной прочности составляет 5–10% от несущей способности грунтового основания. Обратим внимание, что именно структурная прочность, а не первая критическая нагрузка ограничивает диапазон давлений, при возникновении которых грунтовое основание испытывает исключительно обратимые осадки. При давлениях, рьярирующих в диапазоне, ограниченном снизу структурной прочностью, а сверху первой критической нагрузкой, осадка грунта упругопластическая, часть которой необратима.

При решении задачи о предельном сопротивлении грунтов сдвигу при работе основания в первой или второй фазе деформирования применяют разные методы, основанные на различном математическом аппарате. Для вывода формул методом линейно-деформируемой среды в основу расчета безопасного давления или полного напряжения сдвига в наиболее опасной точке закладывают условие пластичности, как правило, записанное в главных напряжениях. В это условие пластичности подставляют выражения для расчета главных

напряжений, которые для любой нагрузки прямо пропорциональны давлению на основание. Вывод формулы для расчета безопасного давления выполняют из условия возникновения предельного состояния по принятому условию пластичности в точке грунтовой среды. Конечную формулу получают прямым решением алгебраического уравнения, описывающего предельное состояние по принятому условию пластичности, относительно величины давления. Если предельное состояние по принятому условию пластичности записано для наиболее опасной точки грунтового основания, то полученная формула безопасного давления представляет собой выражение для определения первой критической нагрузки. Такое решение для нагрузки, распределенной по гибкой полосе (ленточный фундамент), получено Н.П. Пузыревским. Специалисты предпринимали попытки применения этого метода для расчета безопасного давления при условии допущения возникновения в грунте неустойчивой области. В такой неустойчивой области грунт имеет предельное состояние по условию пластичности Мора–Кулона. В данных решениях принимались различные значения глубин распространения неустойчивых областей. Поэтому предельные давления, полученные при условии возникновения неустойчивой области, имеют более высокое значение по сравнению с первой критической нагрузкой. Главным недостатком этих решений является факт наличия неустойчивой области, которая обуславливает нелинейную зависимость осадки от давления. Это противоречит допущению

о линейной зависимости осадки от давления применяемому при выводе формул расчета предельного давления в методе линейно деформируемой среды. Тем не менее решение Н.П. Пузыревского о первой критической нагрузке данного недостатка не имеет и применяется для расчета безопасного давления на грунтовое основание, воспринимающее нагрузку от ленточного фундамента. Принципам этого решения в полной мере соответствует решение А.М. Кривисского, которое дано для полных напряжений сдвига в наиболее опасной точке нижнего слоя двухслойной системы. Разница решений Н.П. Пузыревского и А.М. Кривисского заключается в том, что в первом случае вычисляют безопасное давление в виде первой критической нагрузки, а во втором случае рассчитывают полные напряжения сдвига, которые принимают критическое значение тогда, когда давление на основание становится равным первой критической нагрузке.

Из нашего вывода следует, что решения о безопасных давлениях и напряжениях сдвига, полученные методом линейно деформируемой среды, важны для специалистов дорожной отрасли. Поэтому приведем подробные решения некоторых задач, полученные с применением данного метода, и покажем границы применения этого способа.

В основе решений метода линейно деформируемой среды заложено условие пластичности Мора – Кулона. Этот критерий имеет различные формы записи, представленные в таблице 1, но результат всегда одинаков и не зависит от принятой формы записи.

Таблица 1  
Уравнения предельного состояния критерия Мора – Кулона

Table 1  
Limit state equations of the Mohr–Coulomb criterion

Авторы, применявшие уравнение	Математическое выражение уравнения предельного состояния
В.В. Соколовский <sup>12</sup>	$\frac{1}{\cos \varphi} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = c,$ <p>где <math>\varphi</math> – угол внутреннего трения, град; <math>c</math> – сцепление, Па</p>
Т. Бенз [22]	$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot c \cdot \operatorname{ctg} \varphi + \sigma_1 + \sigma_3} = \sin \varphi$
Р.Ф. Црайг [23]	$\sigma_1 \cdot (1 - \sin \varphi) - \sigma_3 \cdot (1 + \sin \varphi) = 2 \cdot c \cdot \cos \varphi$

<sup>12</sup> Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. М.: Изд-во физико-математической литературы, 1960. 242 с.

Таблица 2  
Решение Джона Генри Мичелла

Table 2  
John Henry Michell's Solution

Расчетная схема	Формулы
	$\sigma_1 = \frac{p}{\pi} \cdot (\alpha_B + \sin \alpha_B);$ $\sigma_3 = \frac{p}{\pi} \cdot (\alpha_B - \sin \alpha_B),$ <p>где <math>p</math> – давление, распределенное по гибкой полосе и передаваемое на основание, Па;  <math>\alpha_B</math> – угол, видимости нагрузки, показанный на расчетной схеме, радиан.</p>

Н.П. Пузыревский дал общее решение о величине безопасного давления на грунтовое основание от нагрузки, распределенной по гибкой полосе. Поэтому для расчета главных напряжений Н.П. Пузыревский воспользовался решением Мичелла. Это решение и расчетная схема приведены в таблице 2.

Применяя формулы решения Дж. Мичелла, Н.П. Пузыревский учел в них напряжения от веса боковой пригрузки. В результате формулы для расчета главных напряжений приобрели вид

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \frac{p - \gamma \cdot h}{\pi} \cdot (\alpha_B \pm \sin \alpha_B) + \gamma \cdot (z + h), \quad (1)$$

где  $\gamma$  – вес грунта, Н/м<sup>3</sup>;  $h$  – высота боковой пригрузки, м;  $z$  – расстояние от подошвы фундамента до наиболее опасной точки грунтового основания, в которой возникает предельное состояние, м.

Анализируя формулы (1), отметим, что их второе слагаемое определяет главные напряжения от веса боковой пригрузки, оно одинаковое. Следовательно, в решении Н.П. Пузыревского максимальное и минимальное напряжения от веса грунта равны, то есть принят закон гидростатики – гипотеза А. Гейма. В общем случае минимальное главное напряжение от веса грунта определяется произведением коэффициента бокового давления  $\xi$  и максимального главного напряжения. В условиях гидростатического сжатия  $\xi=1$ .

Эта особенность накладывает ограничения на область применения решения Н.П. Пузыревского. Ограничение связано с тем, что равенство  $\xi=1$  имеет место только тогда, когда коэффициент Пуассона  $\mu$  равен предельному значению, то есть  $\mu=0,5$  (закон упругости – гипотеза А. Динника). Результаты лабораторных испытаний дают основание утверждать, что большинство разновидностей грунтов характеризуются коэффициентом Пуассона  $\mu < 0,5$  и коэффициентом бокового давления  $\xi < 1$ . Специалисты в области механики грунтов, например авторы публикации [24], тоже отмечают дискуссионность вопроса  $\mu=0,5$ , отмечая, что мнения по этому поводу расходятся. Ориентируясь на рисунок 8 руководства<sup>13</sup>, отметим, что при трехосных испытаниях глинистых грунтов в камере типа Б фиксируются значения  $\xi < 1$ , значит,  $\mu < 0,5$ . Тем не менее известно, что материалы, находящиеся в текучем состоянии, имеют  $\mu=0,5$  и  $\xi=1$ . Текучее состояние грунтов обуславливается либо высокой влажностью и/или пористостью, либо вызвано длительной и высокой нагрузкой. Поэтому разновидности грунтов, напряженное состояние которых описывается формулами (1), существенно ограничены. В решении А.М. Кривисского  $\xi \leq 1$ , вследствие чего оно применимо к расчету напряжений сдвига в любом дисперсном грунте.

В решении Н.П. Пузыревского формулы (1) подставляются в уравнение предельного состояния критерия Мора – Кулона, которое решается относительно величины  $z$ :

<sup>13</sup> Рекомендации по методам определения коэффициентов бокового давления и поперечного расширения глинистого грунта. М.: НИИОСП им. Н.М. Герсеванова, 1978.

$$z = \frac{p - \gamma \cdot h}{\pi \cdot \gamma} \cdot \left( \frac{\sin \alpha_B}{\sin \varphi} - \alpha_B \right) - h - \frac{c}{\gamma} \cdot \operatorname{ctg} \varphi. \quad (2)$$

Из анализа уравнения (2) приходят к выводу, что максимальное значение величины  $z$  имеет место при определении угла  $\alpha_B$  по формуле:

$$\alpha_B = \frac{\pi}{2} - \varphi. \quad (3)$$

Подставляя зависимость (3) в уравнение (2), получают формулу для определения  $z_{\max}$  [25]:

$$z_{\max} = \frac{p - \gamma \cdot h}{\pi \cdot \gamma} \cdot \left( \operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2} \right) - h - \frac{c}{\gamma} \cdot \operatorname{ctg} \varphi. \quad (4)$$

Решив уравнение (4) относительно давления, получают формулу, которая имеет вид:

$$p = \left( z_{\max} + h + \frac{c}{\gamma} \cdot \operatorname{ctg} \varphi \right) \cdot \frac{\pi \cdot \gamma}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} + \gamma \cdot h. \quad (5)$$

Формула (5) является общим решением задачи о безопасном давлении от гибкого ленточного фундамента. При подстановке в эту зависимость различных значений глубины  $z_{\max}$  из нее вытекают все частные решения. Схемы развития неустойчивых областей даны на рисунке 2.

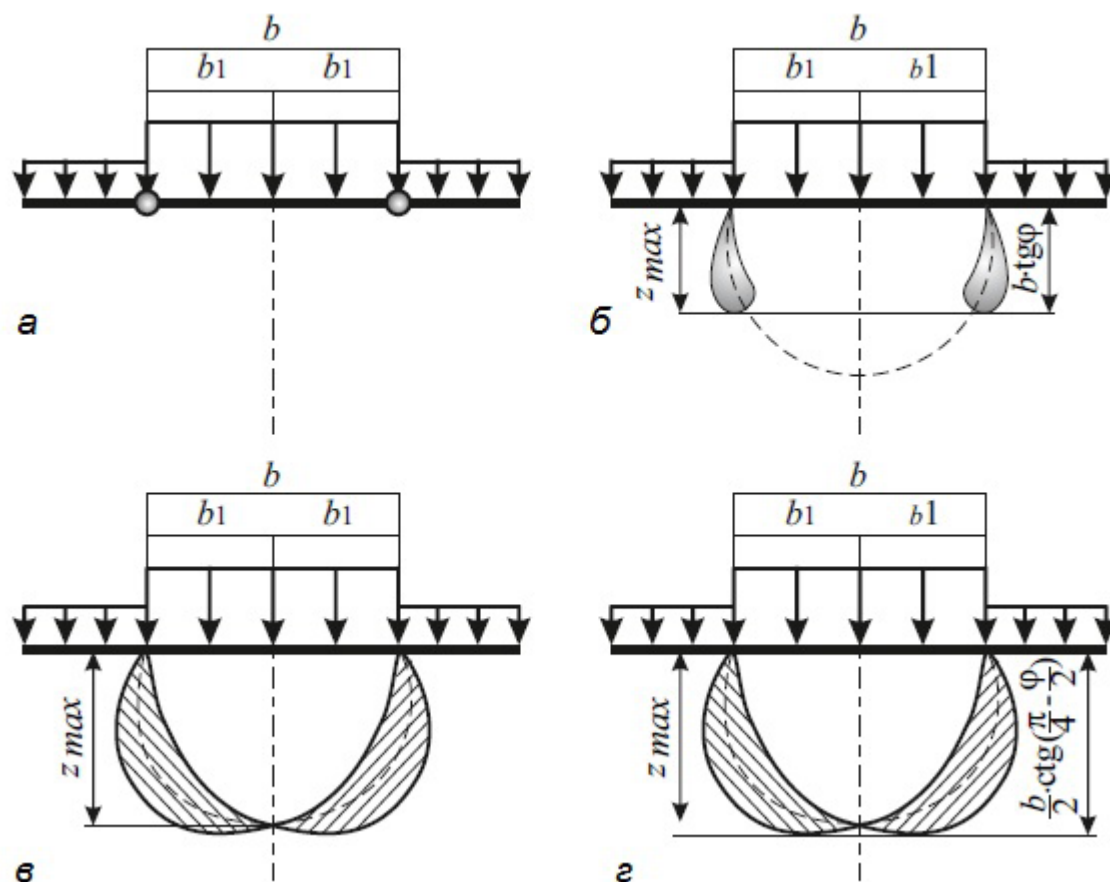


Рисунок 2 – Расчетные схемы развития неустойчивых областей:  
 а – решение Н.П. Пузыревского,  $z_{\max}=0$ ; б – решение Н.Н. Маслова,  $z_{\max}=b \cdot \operatorname{tg} \varphi$ ;  
 в – решение С.П. Шеляпина,  $z_{\max}$  определяется расстоянием от поверхности основания до точки касания неустойчивых областей грунта; г – решение И.В. Яропольского,  $z_{\max}=0,5 \cdot b \cdot \operatorname{ctg}(0,25 \cdot \pi - 0,5 \cdot \varphi)$

Figure 2 – Calculation schemes for the development of unstable areas:  
 а – solution N.P. Puzyrevskiy,  $z_{\max}=0$ ; б – solution N.N. Maslova,  $z_{\max}=b \cdot \operatorname{tg} \varphi$ ; в – solution S.P. Shelyapina,  $z_{\max}$  is determined by the distance from the surface to the tangent point of unstable areas of the ground; г – solution I.V. Yaropoletskoe,  $z_{\max}=0,5 \cdot b \cdot \operatorname{ctg}(0,25 \cdot \pi - 0,5 \cdot \varphi)$



Согласно идеи Н.П. Пузыревского безопасное давление можно определить, подставив в формулу (5) нулевое значение глубины распространения неустойчивой области. Подставив в выражение (5)  $z_{\max}=0$  и выполнив преобразования, получим формулу Н.П. Пузыревского:

$$p_{\text{без}} = \gamma \cdot h \cdot \frac{\text{ctg}\varphi + \varphi + \frac{\pi}{2}}{\text{ctg}\varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} + \frac{\pi \cdot c \cdot \text{ctg}\varphi}{\text{ctg}\varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}}. \quad (6)$$

Н.Н. Маслов предположил, что потеря устойчивости фундамента наступает тогда, когда глубина распространения неустойчивых областей определяется по формуле<sup>14</sup>:

$$z_{\max} = b \cdot \text{tg}\varphi, \quad (7)$$

Подставив выражение (7) в зависимость (5) и решив последнюю относительно давления, получим формулу Н.Н. Маслова, которая имеет вид

$$p_{\text{без}} = \frac{\gamma \cdot \pi \cdot \left( 2 \cdot b_1 \cdot \text{tg}\varphi + h + \frac{c}{\gamma \cdot \text{tg}\varphi} \right)}{\text{ctg}\varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} + \gamma \cdot h, \quad (8)$$

где  $b_1$  – полуширина фундамента, м.

В решениях С.П. Шеляпина и И.В. Яропольского принимается допущение, что неустойчивые области могут распространяться по всей глубине, смыкаясь в точке, расположенной по оси симметрии нагрузки. Обе формулы приведены в работе О.Г. Денисова<sup>15</sup>

По И.В. Яропольскому безопасное давление определяется по формуле:

$$p_{\text{без}} = \frac{\gamma \cdot \pi \cdot \left[ h + b_1 \cdot \text{ctg}\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) + \frac{c}{\gamma \cdot \text{tg}\varphi} \right]}{\text{ctg}\varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} + \gamma \cdot h. \quad (9)$$

По С.П. Шеляпину безопасное давление находят по формуле:

$$p_{\text{без}} = \frac{\gamma \cdot \pi \cdot \left( h + b_1 \cdot \text{ctg}\frac{\alpha_B}{4} + \frac{c}{\gamma \cdot \text{tg}\varphi} \right)}{\frac{\sin(\alpha_B/2)}{\sin\varphi} - \frac{\alpha_B}{2}} + \gamma \cdot h. \quad (10)$$

Из анализа формул для расчета безопасных давлений (6), (8), (9), (10) следует, что каждая из них предназначена для определения одной из критических нагрузок, указанных на рисунке 1. Так, формула Н.П. Пузыревского определяет первую критическую нагрузку. Физический смысл этой формулы состоит в том, что при давлении, равном безопасной величине, вычисляемой по формуле (6), в наиболее опасных точках, расположенных под краями фундамента, возникает предельное состояние по критерию Мора – Кулона, положенного в основу вывода этой формулы. В зависимостях С.П. Шеляпина и И.В. Яропольского предполагается, что формирование неустойчивых областей в массиве грунта завершено, а эти области сомкнулись. Следовательно, формулы (9) и (10) предназначены для определения второй критической нагрузки. В зависимости Н.Н. Маслова глубина неустойчивых областей больше нуля, но меньше их полного распространения. Поэтому зависимость (9) определяет некоторую промежуточную несущую способность грунта, величина которой меньше второй критической нагрузки, но больше расчетного сопротивления грунта  $R$ , которое определяют при условии распространения неустойчивых областей на глубину, составляющую 25% от ширины фундамента.

Анализируя формулы для определения безопасных давлений, полученные методом линейно деформируемой среды, специалисты указывают, что идея о распространении неустойчивых областей противоречит принципу линейного деформирования. Этот вывод вытекает из анализа зависимости осадки от давления, показанной на рисунке 1. Согласно рисунку линейная зависимость осадки от давления имеет место тогда, когда давление не превышает первую критическую нагрузку. Следовательно, метод линейно деформируемой среды применим при решении задач о первой критической нагрузки, ограничивающей фазу уплотнения грунта.

Обсуждая классические решения (6), (8), (9) и (10), отметим, что известны работы, в которых линейная зависимость осадки от давления ограничивается расчетным сопротивлением грунта, а не первой критической нагрузкой. Эта идея используется в нормативах по проектированию фундаментов. Приняв такое до-

<sup>14</sup> Маслов Н.Н. Основы механики грунтов и инженерной геологии. М. : Высшая школа, 1968. 629 с.

<sup>15</sup> Денисов О.Г. Основания и фундаменты промышленных зданий и сооружений (с элементами механики грунтов). М. : Высшая школа, 1968. 375 с.

пущение, область применения метода линейно деформируемой среды можно расширить, используя этот метод в качестве приближения при выводе формул для вычисления расчетного сопротивления грунта.

Для более высоких критических нагрузок метод линейно-деформируемой среды и решение в напряжениях сдвига А.М. Кривисского не применимы, что объясняется нелинейной зависимостью осадки от таких больших давлений. В таких случаях применяют либо метод поверхностей скольжения<sup>16, 17, 18</sup>, либо теорию предельного равновесия грунта [26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33]. Решение теории предельного равновесия грунта используется при проектировании дорожных одежд жесткого типа. За рубежом этот метод нашел более широкое применение, его используют для определения допустимого давления на грунт от колеса [34, 35]. Для применения этой теории к определению допустимой нагрузки на грунт от колеса авторы работ [34, 35] применяют концепцию абсолютно жесткого колеса. Эта концепция сформулирована в работе [36]. Абсолютно жесткое колесо, в отличие от пневматической шины, не деформируется, то есть свойства жесткого колеса по отношению к грунту подобны свойствам фундамента. Такую концепцию можно принять для катков с металлическими вальцами, но для дорожной конструкции эта концепция вряд ли применима.

Первый расчет дорожной одежды по сдвигу в грунте земляного полотна, созданный А.М. Кривисским, основан на идее вычисления полного напряжения сдвига, возникающего в наиболее опасной точке. Наиболее опасная точка принадлежит оси симметрии нагрузки и расположена на поверхности нижнего слоя двухслойной системы. Эта идея позволила применить к расчету полного напряжения сдвига метод линейно деформируемой среды. Ниже представим подробный анализ решения А.М. Кривисского.

В основе расчета А.М. Кривисского лежит критерий пластичности Мора – Кулона в трактовке В.В. Соколовского. Суть данной трактовки состоит в том, что грунт, как правило, обладает двумя параметрами: сцеплением и углом внутреннего трения. Но иногда встречаются грунты, обладающие только одним из этих двух параметров. Поэтому в классификации В.В. Соколовского двухпараметрический критерий Мора – Кулона применяется к реальному грунту, обладающему сцеплением и углом внутреннего трения, а однопараметрические критерии применимы к идеально сыпучей ( $c=0$ ) или идеально связной ( $\phi=0$ ) средам. Уравнения предельного состояния по всем трем критериям приведены в таблице 3.

Таблица 3  
Уравнения предельного состояния критерия Мора – Кулона по В.В. Соколовскому

Table 3  
Equations of the limit state of the Mohr-Coulomb criterion according to V. V. Sokolovsky

Вид среды по В.В. Соколовскому	Уравнение предельного состояния	
	в главных напряжениях	в компонентах напряжения
Идеально сыпучая $\tau = \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi$	$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} = \sin \varphi$	$\frac{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4 \cdot \tau_{zx}^2}{(\sigma_z + \sigma_x)^2} = \sin^2 \varphi$
Идеально связная $\tau = c$	$\sigma_1 - \sigma_3 = 2 \cdot c$	$(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4 \cdot \tau_{zx}^2 = 4 \cdot c^2$
Обладающая сцеплением и внутренним трением $\tau = \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi + c$	$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = c$	$\frac{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4 \cdot \tau_{zx}^2}{(\sigma_z + \sigma_x + 2 \cdot c \cdot \operatorname{ctg} \varphi)^2} = \sin^2 \varphi$

<sup>16</sup> Феллениус В. Статика грунтов. В кн.: Геотехнические исследования грунтов. : пер. с нем. П.С. Рубан. М.; Л. : НКТП-СССР-Гостройиздат, 1933. С. 45–93.

<sup>17</sup> Леденев В.В. и др. Теоретические основы механики деформирования и разрушения. Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2013. 313 с.

<sup>18</sup> Основания и фундаменты / А.Б. Пономарев, А.В. Захаров, Д.Г. Золотозубов, С.В. Калошина : учеб.-метод. пособие – Пермь : Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2015. – 318 с.

Уравнения предельного состояния, представленные в таблице 3, записаны как в главных, так и в произвольно ориентированных осях. Для перехода от главных осей к декартовой системе координат применяют известные формулы, имеющие вид:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4 \cdot \tau_{zx}^2}; \quad (11)$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4 \cdot \tau_{zx}^2}; \quad (12)$$

$$\sigma_1 + \sigma_3 = \sigma_z + \sigma_x. \quad (13)$$

Решение А.М. Кривисского выполнено в главных осях, а критерий прочности дорожной конструкции по сопротивлению сдвигу в грунте земляного полотна имеет вид<sup>19</sup>:

$$T_a \leq \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot c}{n \cdot m}, \quad (14)$$

где  $T_a$  – полное активное напряжение сдвига, МПа;  $n$  – коэффициент перегрузки;  $m$  – коэффициент, учитывающий отклонение условий взаимодействия слоев на контакте от принятой расчетной схемы при вычислении касательного напряжения от транспортной нагрузки;  $k_1$  – коэффициент, учитывающий снижение величины нормативного сопротивления сдвигу в результате воздействия повторных нагрузок от движения  $k_1=0,66$ ;  $k_2$  – коэффициент запаса на возможные отклонения от расчетных условий.

Полное активное напряжение сдвига определяется суммой напряжений сдвига от временной (транспортной) нагрузки  $\tau_{ан}$  и собственного веса вышележащих слоев  $\tau_{ав}$  и записывается в виде:

$$T_a = \tau_{ан} + \tau_{ав}. \quad (15)$$

$$\tau_{ан} = \frac{1}{\cos \varphi} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, \quad (16)$$

$$\tau_{ав} = \frac{\gamma_{ср}}{2 \cdot \cos \varphi} \cdot [1 - \xi - (1 + \xi) \cdot \sin \varphi] \cdot h, \quad (17)$$

где  $h$  – суммарная толщина слоев дорожной

одежды, расположенных над проверяемым полупространством или слоем, м;  $\gamma_{ср}$  – усредненный объемный вес материалов слоев дорожной одежды, расположенных выше проверяемого слоя или полупространства, МН/м<sup>3</sup>;  $\xi$  – коэффициент бокового давления в материале подстилающего слоя.

Анализируя зависимость (17), отметим, что эта формула получена из левой части уравнения предельного состояния критерия Мора – Кулона, аналогичной формуле (16), но с той разницей, что максимальное и минимальное главные напряжения определены от собственного веса вышележащих слоев. Для демонстрации нашего утверждения активное напряжение сдвига  $\tau_{ав}$  представим формулой

$$\tau_{ав} = \frac{1}{\cos \varphi} \cdot \frac{\sigma_{1\gamma} - \sigma_{3\gamma}}{2} - \frac{\sigma_{1\gamma} + \sigma_{3\gamma}}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi, \quad (18)$$

где  $\sigma_{1\gamma}$  и  $\sigma_{3\gamma}$  – максимальное и минимальное главные напряжения от веса грунта, МПа.

Рассматривая уравнение (18) отметим, что максимальное главное напряжение нужно определить произведением веса дорожной одежды, усредненного по ее толщине  $\gamma_{ср}$ , и толщины дорожной одежды  $h$ . Минимальное главное напряжение определяется в соответствии с общепринятым физическим законом, согласно которому грунт работает в условиях компрессионного сжатия. То есть, минимальное главное напряжение от собственного веса вышележащих слоев определяется произведением коэффициента бокового давления  $\xi$  и максимального главного напряжения от веса слоев, расположенных над рассчитываемой точкой. Таким образом, главные напряжения  $\sigma_{1\gamma}$  и  $\sigma_{3\gamma}$  на границе раздела дорожной одежды и земляного полотна однозначно находятся по формулам:

$$\sigma_{1\gamma} = \gamma_{ср} \cdot h; \quad \sigma_{3\gamma} = \xi \cdot \gamma_{ср} \cdot h, \quad (19)$$

где  $\gamma_{ср}$  – вес дорожной одежды, вычисляемый как величина усредненная по толщине дорожной одежды, МН/м<sup>3</sup>;  $h$  – суммарная толщина дорожной одежды, м.

Подставим формулы (19) в уравнение (18), тогда получим

$$\tau_{ав} = \frac{1}{\cos \varphi} \cdot \frac{\gamma_{ср} \cdot h - \xi \cdot \gamma_{ср} \cdot h}{2} - \frac{\gamma_{ср} \cdot h + \xi \cdot \gamma_{ср} \cdot h}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (20)$$

<sup>19</sup> Кривисский А.М. Принципы назначения конструкций дорожных одежд нежесткого типа на магистральных автомобильных дорогах : автореф. ... д-ра техн. наук. Л. : ЛИСИ, 1963. 31 с.

Для упрощения уравнения (20) перепишем его в виде

$$\tau_{ав} = \frac{\gamma_{ср}}{2 \cdot \cos \varphi} \cdot (h - \xi \cdot h) - \frac{\gamma_{ср}}{2 \cdot \cos \varphi} \cdot (h + \xi \cdot h) \cdot \sin \varphi. \quad (21)$$

Упрощая выражение (21), общие множители  $\gamma_{ср}/(2 \cdot \cos \varphi)$  и  $h$  вынесем за скобки, поставив первый общий множитель  $\gamma_{ср}/(2 \cdot \cos \varphi)$  перед скобкой, а второй общий множитель  $h$  за скобкой. Тогда получим:

$$\tau_{ав} = \frac{\gamma_{ср}}{2 \cdot \cos \varphi} \cdot [1 - \xi - (1 + \xi) \cdot \sin \varphi] \cdot h. \quad (22)$$

Сопоставив формулы (17) и (22) несложно убедиться в их идентичности. Наш анализ показывает, что формула (17) получена из формулы (18). Поэтому в основе формул (16) и (17) лежит один и тот же критерий Мора – Кулона. В формулах (16) и (17) угол внутреннего трения имеет одно и то же значение. Отсюда следует, что в оригинальном решении А.М. Кривисского напряжения сдвига от временной нагрузки и собственного веса дорожной одежды определяются как в одной и той же точке, так и для одной и той же площадки, проведен-

ной через эту точку. Рассматривая номограмму в ВСН 46-83, предназначенную для вычисления напряжения сдвига от веса дорожной одежды, отметим, что этот график можно построить, используя формулу (17) или идентичную ей зависимость (22), но задавшись определенными значениями параметров  $\gamma_{ср}$  и  $\xi$ . Сделанный вывод подтвердим конкретными расчетами, но учитывая то, что у словиях компрессионного сжатия коэффициент бокового давления  $\xi$  является функцией коэффициента Пуассона  $\mu$  и вычисляется по формуле

$$\xi = \frac{\mu}{1 - \mu}. \quad (23)$$

Выполняя расчеты, определим относительную величину напряжения сдвига от собственного веса  $\tau_{ав}/\gamma_{ср}$  при коэффициенте Пуассона 0,27 (крупнообломочные грунты), 0,3 (пески и супеси), 0,35 (суглинки) и 0,42 (глины). При этом значения углов внутреннего трения примем такими же, как в ВСН 46-83, то есть  $\varphi=5^\circ$ ;  $10^\circ$ ;  $13^\circ$ ;  $20^\circ$ ;  $30^\circ$  и  $40^\circ$ , добавив к ним  $\varphi=0^\circ$  и  $\varphi=45^\circ$ .

Результаты этих расчетов представлены на рисунке 3.

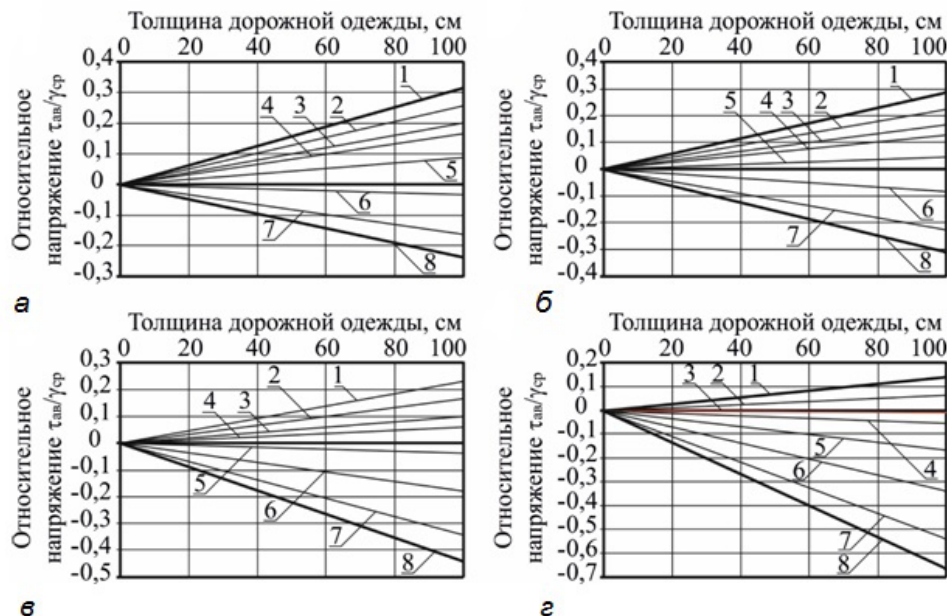


Рисунок 3 – Зависимость относительного напряжения сдвига, возникающего в результате действия веса дорожной одежды, от ее суммарной толщины: а – для коэффициента Пуассона  $\mu=0,27$ ; б – для коэффициента Пуассона  $\mu=0,30$ ; в – для коэффициента Пуассона  $\mu=0,35$ ; г – для коэффициента Пуассона  $\mu=0,42$ ; 1–8 при угле внутреннего трения 0, 5, 10, 13, 20, 30, 40 и 45 град.

Figure 3 – Dependence of the relative shear stress that occurs as a result of the weight of the pavement, its total thickness: and for Poisson's ratio  $\mu=0,27$ ; б – for Poisson's ratio  $\mu=0,30$ ; and for Poisson's ratio  $\mu=0,35$ ; г – for Poisson's ratio  $\mu=0,42$ ; 1 – 8 at an angle of internal friction 0, 5, 10, 13, 20, 30, 40 and 45 degrees



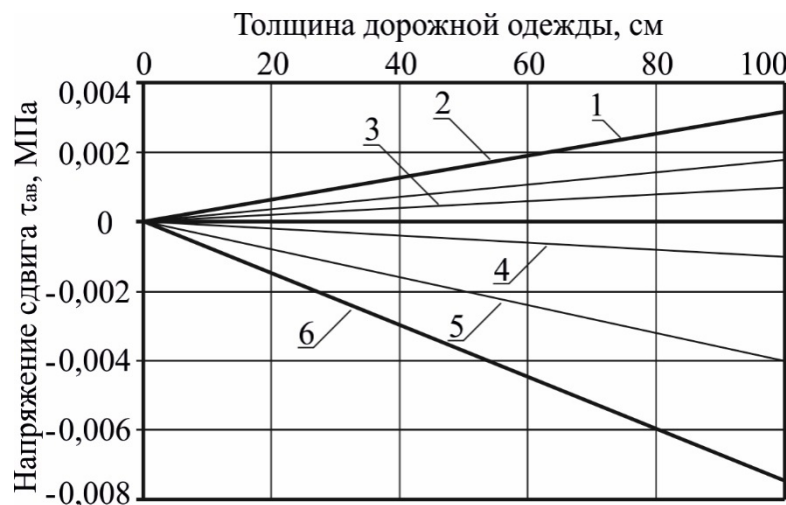


Рисунок 4 – Зависимость напряжения сдвига от толщины дорожной одежды при  $\mu=0,358$  и  $\gamma_{cp}=0,021$  МН/м<sup>3</sup>: 1–6 при угле внутреннего трения 5, 10, 13, 20, 30 и 40 град.

Figure 4 – The dependence of the shear stress on the thickness of the pavement at  $\mu=0.358$  and  $\gamma_{cp}=0.021$  MN / m<sup>3</sup>: 1-6 at an angle of internal friction of 5, 10, 13, 20, 30 and 40 degrees.

Графические зависимости напряжения сдвига от веса дорожной одежды, представленные на рисунке 3, являются общим случаем и охватывают практически весь диапазон возможных решений для различных грунтов. Номограмма ВСН 46-83 построена при определенных значениях входных параметров и является частным случаем. Отличительной чертой этой графической зависимости является симметричность нулевых значений напряжений сдвига ( $\tau_{ав}=0$ ) относительно лучей, соответствующих углам внутреннего трения  $\varphi=13^\circ$  и  $\varphi=20^\circ$ . Выполняя расчеты, такую симметрию можно получить при  $\mu=0,358$  и  $\xi=0,558$ . Приняв усредненное значение плотности дорожной одежды по ее толщине 2,1 т/м<sup>3</sup>, получим ее усредненный вес 0,020601 МН/м<sup>3</sup>, при котором вычислим абсолютные значения напряжения сдвига от веса дорожной одежды.

На рисунке 4 приведены результаты нашего расчета в виде графической зависимости, которая практически идентична номограмме ВСН 46-83.

Таким образом, нами показана возможность вычисления номограммы напряжений сдвига от собственного веса дорожной одежды, представленной в ВСН 46-83, по формуле (17) или ее идентичного аналога (22), который получен из условия пластичности Мора – Кулона. Следовательно, расчеты ранее действо-

вавших нормативных документов ВСН 46-72 и ВСН 46-83 базируются на оригинальном решении А.М. Кривисского, которое полностью соответствует основным правилам механики. Перечисляя достоинства указанных решений, отметим:

1. В основе расчетов обеих составляющих напряжений сдвига лежит одно и то же условие пластичности Мора – Кулона, в котором учтены как максимальные, так и минимальные главные напряжения.

2. Углы внутреннего трения, применяемые для вычисления обеих составляющих напряжений сдвига, имеют одинаковое значение, благодаря чему касательные и нормальные напряжения, используемые в расчетах напряжений сдвига, действуют вдоль и перпендикулярно одной и той же площадке. Вследствие этого возможно применение принципа независимости (суперпозиции) действия сил.

3. В расчете применен принцип суперпозиции силы, состоящий в том, что напряжения сдвига от двух разных сил (транспортная нагрузка и собственный вес дорожной одежды) определяются от каждой силы отдельно, а их результирующая находится суммированием напряжений сдвига от этих нагрузок. Это не сложно показать, суммируя отдельно касательные и нормальные напряжения, определяемые в формулах (16) и (18).

$$T_a = \frac{1}{\cos\varphi} \cdot \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_{1\gamma} - \sigma_{3\gamma}}{2} \right) - \operatorname{tg}\varphi \cdot \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_{1\gamma} + \sigma_{3\gamma}}{2} \right). \quad (24)$$

Таблица 4  
Критерии расчета по сопротивлению сдвигу в грунте земляного полотна, регламентируемые современными нормативными документами

Table 4  
Calculation criteria for the shear resistance in the ground of the roadbed, regulated by modern regulatory documents

Нормативный документ, стандарт	Основные расчетные формулы	
	Критерий расчета	Расчет предельных напряжений
ОДН 218.046-01	$T \leq \frac{T_{\text{lim}}}{K_{\text{str}}}$	$T_{\text{lim}} \leq c_N \cdot k_{\text{д}} + 0,1 \cdot \gamma_{\text{ср}} \cdot z \cdot \text{tg} \varphi_1$
<p>Т – активное напряжение сдвига, возникающее от воздействия транспортных нагрузок, определяемое по номограмме нормативного документа при угле внутреннего трения <math>\varphi_N</math>, МПа; <math>T_{\text{lim}}</math> – предельное напряжение сдвига, МПа; <math>c_N</math> – значение сцепления после приложения <math>N</math> нагрузок; <math>k_{\text{д}}</math> – коэффициент, учитывающий особенности работы конструкции на границе песчаного слоя с нижним слоем несущего основания; <math>\gamma_{\text{ср}}</math> – средневзвешенный удельный вес конструктивных слоев, расположенных выше проверяемого слоя, кг/см<sup>3</sup>; <math>z</math> – глубина расположения поверхности слоя, проверяемого на сдвигустойчивость, от верха конструкции, см; <math>\varphi_1</math> – величина угла внутреннего трения при однократном действии нагрузки, градус или радиан; <math>\varphi_N</math> – величина угла внутреннего трения после приложения <math>N</math> нагрузок, градус или радиан; <math>K_{\text{стр}}</math> – коэффициент прочности при расчете по сдвигу</p>		
ПНСТ 265-2018	$T \leq \frac{T_{\text{lim}}}{K_{\text{стр}}}$	$T_{\text{lim}} \leq k_{\text{д}} \cdot (c_N + 0,1 \cdot \gamma_{\text{ср}} \cdot z \cdot \text{tg} \varphi_1)$
ПНСТ 542-2021		$T_{\text{lim}} \leq k_{\text{д}} \cdot (c_N + 0,001 \cdot \gamma_{\text{ср}} \cdot z \cdot \text{tg} \varphi_1)$
<p>Примечание: разная величина постоянного коэффициента 0,1 и 0,001 объясняется различными единицами измерения параметра <math>\gamma_{\text{ср}}</math>, который в расчете по ПНСТ 265-2018 измеряется в кг/см<sup>3</sup>, а в ПНСТ 542-2021 в кН/м<sup>3</sup></p>		

Анализируя зависимость (24), укажем, что уменьшаемое представляет собой сумму касательных напряжений от временной нагрузки и собственного веса грунта, действующих вдоль площадок сдвига, повернутых к главным осям под углом  $\alpha_{\text{ск}} = 45 \pm \varphi / 2 = \pi / 4 \pm \varphi / 2$ . Вычитаемое формулы (24) является суммой нормальных напряжений от временной нагрузки и собственного веса грунта, приложенных перпендикулярно к тем же площадкам сдвига. Суммирование компонент тензоров напряжений от временной нагрузки и собственного веса в формуле (24) возможно только потому, что касательные и нормальные напряжения от двух разных сил определены для одной и той же площадки, угол наклона которой к главным осям определяется одинаковым значением угла внутреннего трения.

Эти достоинства позволяют оценить решения А.М. Кривисского и ранее действовавших документов как верные решения, которые относительно законов механики сделаны правильно. К сожалению, рассматривая современные критерии расчета по сопротивлению сдвигу, такого положительного заключения сделать невозможно.

Рассматривая современные решения задачи о сопротивлении сдвигу земляного полотна, приведем критерии расчета, представленные в нормативных документах и стандартах. В таблице 4 приведены современные критерии

расчета по сопротивлению сдвигу, регламентируемые ОДН 218.046-2001, ПНСТ 265-2018 и ПНСТ 542-2021.

Рассматривая расчет активных напряжений сдвига от временных нагрузок, выполняемый по правилам ОДН 218.046-01 и ПНСТ 265-2018, отметим, что все вычисления производятся так же, как делается их расчет в ВСН 46-83. В этом несложно убедиться сопоставлением номограмм, представленных на рисунке 35 в ВСН 46-83, рисунке 3.2 в ОДН 218.046-01 и рисунке 6 в ПНСТ 265-2018. На номограмме, представленной на всех этих рисунках, приведена последовательность расчета активного напряжения сдвига от временной нагрузки, выполненная при одних и тех же входных параметрах. При расчете в качестве входных параметров принято  $h/D \approx 1,23$ ,  $E_v/E_n = 10$  и  $\varphi = 24^\circ$ . В результате на всех рисунках получено одно и то же значение активного напряжения сдвига от единичной временной нагрузки (при  $p = 1$  МПа), которое равно  $\tau = 0,022$ .

Последняя модификация этого расчета выполнена в ПНСТ 542-2021. В данном предварительном стандарте традиционная номограмма для определения активного напряжения сдвига от временной нагрузки, связывающая зависимую переменную  $\tau$  с тремя независимыми переменными  $h/D$ ,  $E_v/E_n$  и  $\varphi$ , почему-то заменена серией графиков. Каждый

из этих графиков является функцией  $\tau(h/D; E_v/E_n)$  при конкретном значении  $\varphi$ . Отсюда следует, что разработчики ПНСТ 542-2021, в силу каких-то обстоятельств, не стали применять правила построения номограмм, а ограничились серией графических зависимостей  $\tau$  от двух переменных, сделав вычисления менее удобными. Выполнив расчет по графику, представленному на рисунке Е31 ПНСТ 542-2021, несложно убедиться, что при тех же входных параметрах ( $h/D \approx 1,23$ ,  $E_v/E_n = 10$  и  $\varphi = 24^\circ$ ) величина активного напряжения сдвига от единичной временной нагрузки составит  $\tau = 0,026$ .

В силу полного совпадения результатов расчета активного напряжения сдвига от временной нагрузки по номограммам ВСН 46-83, ОДН 218.046-01 и ПНСТ 265-2018 и их незначительного отличия от результата расчета по графику ПНСТ 542-2021 (разница около 15 %) можно сказать, что во всех перечисленных нормативных документах активное напряжение сдвига от временной нагрузки вычисляется по одной и той же формуле. Инструкция ВСН 46-83 содержит пункт 3.37, регламентирующий расчет активного напряжения сдвига от временной нагрузки по формуле (3.11) этого документа, которая идентична зависимости (16). Следовательно, расчет по номограммам и графикам, представленным в ОДН 218.046-01, ПНСТ 265-2018 и ПНСТ 542-2021, основан на этой же формуле, но с той разницей, что в качестве угла внутреннего трения принята величина  $\varphi_N$ . Поэтому для расчета активного напряжения сдвигу по ОДН 218.046-01 и ПНСТ 265-2018, а также ПНСТ 542-2021 справедливой будет формула

$$T = \frac{1}{\cos \varphi_N} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \operatorname{tg} \varphi_N \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}. \quad (25)$$

Формула (25) и зависимости таблицы 5, предназначенные для определения предельного напряжения сдвига, можно подставить в критерий прочности по сдвигу в грунте земляного полотна. В этом случае получим:

По ОДН 218.046-01

$$\frac{1}{\cos \varphi_N} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \operatorname{tg} \varphi_N \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \leq \frac{c_N \cdot k_d + 0,1 \cdot \gamma_{cp} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi_1}{K_{str}}. \quad (26.1)$$

По ПНСТ 265-2018 и ПНСТ 542-2021

$$\frac{1}{\cos \varphi_N} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \operatorname{tg} \varphi_N \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \leq \frac{k_d \cdot (c_N + 0,1 \cdot \gamma_{cp} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi_1)}{K_{str}}. \quad (26.2)$$

Неравенства (26.1) и (26.2) можно привести к виду критериев, у которых предельное состояние описывается уравнениями:

По ОДН 218.046-01

$$\frac{1}{k_d} \cdot \left[ K_{str} \cdot \left( \frac{1}{\cos \varphi_N} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \operatorname{tg} \varphi_N \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) - 0,1 \cdot \gamma_{cp} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 \right] \leq c_N. \quad (27.1)$$

По ПНСТ 265-2018 и ПНСТ 542-2021

$$\frac{K_{str}}{k_d} \left( \frac{1}{\cos \varphi_N} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \operatorname{tg} \varphi_N \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) - 0,1 \cdot \gamma_{cp} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 = c_N. \quad (27.2)$$

Из анализа уравнений предельного состояния (27.1) и (27.2) следует, что в левой части этих условий производятся операции с напряжениями сдвига, действующими на разных площадках, наклоненных к главным осям под различными углами. В подтверждении этого вывода приведем традиционные представления для нахождения угла наклона площадок скольжения главным осям, используя классическую схему, показанную на рисунке 5.

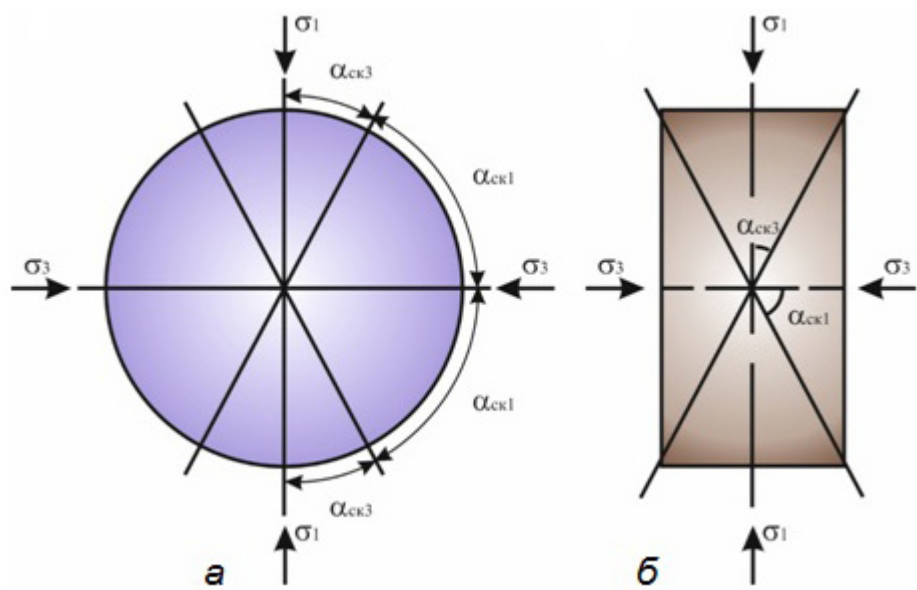


Рисунок 5 — Отклонения площадок скольжения (сдвига) от главных площадок: а – на примере круга напряжений; б – на примере образца

Figure 6. Deviations of the sliding (shear) pads from the main pads: a-on the example of the stress circle; b – on the example of the sample

На рисунке 5 угол  $\alpha_{ck1}$  является углом отклонения площадок скольжения от главной площадки, расположенной нормально к направлению максимального главного напряжения  $\sigma_1$ . Известны различные подходы к решению

задачи о величине углов отклонения площадок скольжения от главных осей, основные зависимости таких решений приведены в таблице 5.

Таблица 5  
Формулы для расчета углов наклона площадок сдвига к главным осям [21]

Table 5  
Formulas for calculating the angles of inclination of the shear sites to the main axes [21]

Специалисты, применявшие формулу	Формула для определения углов наклона площадок сдвига к главным осям (площадкам)	
	$\alpha_{ck1}$	$\alpha_{ck3}$
A. Khasanov, Z. Khasanov [37], Tatsuoka et al. [38], Vardoulakis I. [39]	$\alpha_{ck1} = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ или $\alpha_{ck1} = 45^0 + \frac{\varphi}{2}$	$\alpha_{ck3} = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ или $\alpha_{ck3} = 45^0 - \frac{\varphi}{2}$
Roscoe K.H. [40]	$\alpha_{ck1} = \frac{\pi}{4} + \frac{\psi_d}{2}$ или $\alpha_{ck1} = 45^0 + \frac{\psi_d}{2}$	$\alpha_{ck3} = \frac{\pi}{4} - \frac{\psi_d}{2}$ или $\alpha_{ck3} = 45^0 - \frac{\psi_d}{2}$
Arthur J.R. et al. [41]	$\alpha_{ck1} = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\varphi + \psi_d}{2} \right) = \frac{\pi + \varphi + \psi_d}{4}$	$\alpha_{ck3} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\varphi + \psi_d}{2} \right) = \frac{\pi - \varphi - \psi_d}{4}$
Muhlhaus H.. et al. [42]	$\alpha_{ck1} = \frac{\pi}{4} + \frac{\nu}{2}, 0 \leq \nu \leq \varphi$	$\alpha_{ck3} = \frac{\pi}{4} - \frac{\nu}{2}, 0 \leq \nu \leq \varphi$
Где $\varphi$ и $\psi_d$ – соответственно углы внутреннего трения и дилатансии; $\nu$ – угол наклона площадки сдвига к главным осям, величина которого не превышает значение угла внутреннего трения, но и не оказывается меньше нуля		



Из анализа формул, представленных в таблице 5, следует, что экспериментальные значения углов наклона площадок скольжения к главным осям, при которых происходит разрушение образца при трехосном сжатии, отличается от величин, вычисленных теоретически. Поэтому авторы работ [37, 38, 39, 40, 41, 42] совершенствовали формулы вычисления этих углов наклона.

Первая из формул таблицы 5 предназначена для расчета угла наклона площадок скольжения к главным осям при применении оригинального двухпараметрического критерия Мора – Кулона. Это рассматриваемые нами расчеты. Суть формулы состоит в том, что угол наклона наиболее опасной площадки в критерии Мора – Кулона к главным осям определяется суммой или разностью 45 градусов и половины угла внутреннего трения. Угол наклона площадки скольжения к главным осям в 45 градусов соответствует местоположению площадки, вдоль которой действует максимальное касательное напряжение. Это напряжение вычисляется полуразностью главных напряжений. При нулевом значении угла внутреннего трения угол наклона площадки скольжения к главным осям составит 45 градусов. Это значит, что работает третья теория прочности. В этом случае уравнение предельного состояния критерия Мора – Кулона, например, формула (25), превратится в уравнение предельного состояния третьей теории прочности. Если угол внутреннего трения равен своему гипотетически максимально возможному значению в 90 градусов, то угол наклона площадки скольжения к главным осям равен нулю. В этом случае работает вторая теория прочности, а критерий Мора – Кулона становится неприменим. Таким образом, различные значения угла внутреннего трения, изменяющиеся в диапазоне от 0 до 90 градусов, характеризуют углы наклона к главным осям разных площадок, относительно которых действуют различные касательные и нормальные напряжения. Отсюда следует, что расчет обеих составляющих полного напряжения сдвигу (активных напряжений сдвига от временной нагрузки и собственного веса вышележащих слоев) нужно выполнять для одной и той же площадки скольжения, а значит, при одном и том же значении угла внутреннего трения. В противном случае принцип суперпозиции силы неприменим. Расчеты, регламентируемые ОДН 218.046-01, ПНСТ 265-2018 и ПНСТ 542-2021, противоречат этому выводу.

Вторая зависимость таблицы 5 предназначена для условий пластичности, в которых од-

ним из параметров материала является угол дилатансии  $\psi_d$ . Правила определения угла дилатансии сформулированы в работах М.Д. Болтона [43] и применяются вплоть до настоящего времени [44, 45, 46, 47, 48, 49, 50]. Особенностью вычисления угла дилатансии является возможность его расчета через критическое значение угла внутреннего трения. Например, в модели Hardening Soil угол дилатансии песков средней плотности определяется углом внутреннего трения за вычетом 30 градусов [49], поэтому для одной и той же площадки сдвига величина угла дилатансии постоянная. Выполнение этого условия при расчете угла дилатансии через величину угла внутреннего трения требует применение одного и того же критического значения  $\varphi$ . Расчет напряжений сдвигу от двух разных нагрузок по любому из условий пластичности с параметром в виде угла дилатансии должен выполняться при одном и том же значении угла наклона площадки сдвига к главным осям. В этом случае вычисление угла наклона площадки сдвига к главным осям для каждой из двух нагрузок необходимо использовать одинаковые величины угла дилатансии и одно и то же критическое значение угла внутреннего трения. Здесь отметим, что  $\psi_d < \varphi$ , вследствие чего угол наклона площадок скольжения  $\alpha_{ск3}$  (см. рисунок 5) к главной оси 1 в условии пластичности Мора – Кулона меньше, чем в критериях пластичности с параметром материала в виде угла дилатансии  $\psi_d$ .

Третья и четвертая формулы таблицы 5 не привязаны к какому-либо условию пластичности, но позволяют получать результаты, наиболее близкие к данным эксперимента. В работе [41] для вычисления угла наклона площадок скольжения к главным осям постулирована гипотеза, согласно которой эти углы определяются суммой или разностью 45 градусов и половины угла, величина которого находится как среднее значение углов внутреннего трения и дилатансии. Поэтому согласно гипотезе авторов работы [41] угол наклона площадки скольжения  $\alpha_{ск3}$  (см. рисунок 5) определяется средним значением этого угла в условии пластичности Мора – Кулона и критериев с параметром материала в виде угла дилатансии. Данную гипотезу можно рассматривать как уточнение местоположения площадок скольжения относительно главных осей. Тем не менее первые два вывода, сделанные нами выше, приводят к тому, что определение напряжений сдвига от двух разных нагрузок должны выполняться для одной и той

же площадки скольжения, то есть при одинаковых значениях углов внутреннего трения и дилатансии.

Формула, рекомендованная в работе [42], постулирует возможность варьирования величины угла наклона площадок скольжения от 45 градусов (при  $v=0$ ) до минимального, равного углу наклона площадок сдвига в критерии Мора – Кулона (при  $v=\varphi$ ). Но для одной и той же площадки сдвига этот угол имеет только одно значение, то есть возможно только одно неравенство либо  $0 \leq v \leq \varphi$ , либо  $0 \leq v \leq \varphi_N$ . В этом случае расчет напряжений сдвига для обеих нагрузок (транспортной и веса дорожной одежды) должен выполняться при одной и той же величине угла наклона площадки скольжения, определяемой через параметр  $v$ , максимальное значение которого не может превышать либо  $\varphi$ , либо  $\varphi_N$ .

Рассмотренные нами методы вычисления углов наклона площадок скольжения к главным осям говорят о том, что расчеты напряжений сдвига от разных нагрузок с последующим применением принципа суперпозиции сил должны выполняться для одной и той же площадки. В случае применения критерия Мора – Кулона расчет активных напряжений сдвига от разных нагрузок необходимо производить при одинаковом угле внутреннего трения.

Учитывая изложенные выводы, отметим, что в неравенствах (27.1) и (27.2) производятся операции с напряжениями от подвижной нагрузки и собственного веса, действующими на разные площадки. Следовательно, любой из современных расчетов по ОДН 218.046-01, ПНСТ 265-2018 или ПНСТ 542-2021 в части оперирования с компонентами тензоров напряжений, действующих на разных площадках, противоречит основам дисциплины «Соппротивление материалов». По нашему мнению, такая путаница могла возникнуть по двум причинам. Первой причиной могли стать предположения, что при определении напряжения сдвига от собственного веса грунта основание работает в условиях гидростатического сжатия. Второй причиной могли являться рассуждения о возможности применимости предельной прямой Кулона для вычисления предельного напряжения сдвига. Рассмотрим обе эти идеи.

В первом случае предпримем попытку привести решение А.М. Кривисского к виду его современных модификаций, изложенных в ОДН 218.046-01, ПНСТ 265-2018 и ПНСТ 542-2021. Для этого запишем уравнение предельного состояния Мора – Кулона в форме В.В. Соко-

ловского для реального грунта, обладающего сцеплением и углом внутреннего трения. Полное напряжение сдвига определим, используя принцип суперпозиции силы, то есть по формуле (15). Составляющие полного напряжения сдвига вычислим по формулам (16) и (18). Также отметим, что все главные напряжения определены для главных площадок в точке, принадлежащей оси симметрии нагрузки. В этом случае направление главных осей и осей декартовой системы координат совпадает. Поэтому компоненты эквивалентного напряжения критерия Мора – Кулона от разных нагрузок можно суммировать.

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi + \frac{\sigma_{1\gamma} - \sigma_{3\gamma}}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_{1\gamma} + \sigma_{3\gamma}}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi = c. \quad (28.1)$$

Теперь для приведения уравнения (28.1) к виду критериев, применяемых для расчета дорожных одежд, в него необходимо ввести коэффициенты  $k_d$  и  $K_{str}$ . Предварительно оговорим, что напряжение сдвига от собственного веса слоев, расположенных над расчетной точкой, не являются характеристикой прочности. Это напряжения, и они учитываются применением принципа суперпозиции силы путем его сложения с напряжением от временной нагрузки. Такое утверждение требует строго определенного алгоритма действий с уравнением (28.1). Соблюдая этот алгоритм, вначале в уравнение (28.1) нужно ввести коэффициенты  $k_d$  и  $K_{str}$ , и только потом можно будет перенести напряжения сдвига от веса слоев из левой части уравнения (28.1) в его правую часть. Вводя коэффициент  $k_d$ , примем положение нормативных методов расчета, полагающих, что сцепление песчаных грунтов можно повысить устройством поверх песчаного слоя цементогрунтового основания или укладкой геосинтетического материала. Здесь сделаем оговорку, что в настоящей работе мы не рассматриваем правильность этого положения, мы его принимаем, чтобы привести уравнение (28.1) к виду современных критериев. Поэтому точно также, как это выполнено в современных нормах, сцепление умножим на коэффициент  $k_d$ . Второй коэффициент  $K_{str}$  является коэффициентом запаса. Поэтому коэффициент  $K_{str}$  можно ввести либо в виде множителя в левую часть уравнения (28.1), либо в виде делителя правой части этого уравнения. Сделав это, получим

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi + \frac{\sigma_{1\gamma} - \sigma_{3\gamma}}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_{1\gamma} + \sigma_{3\gamma}}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi = \frac{k_d \cdot c}{K_{str}}. \quad (28.2)$$

Теперь в уравнении (28.2) определим главные напряжения от собственного веса материалов слоев, расположенных над рассматриваемой точкой. Главные напряжения вычислим по формулам (19) с учетом формулы (23), в которой примем  $\mu=0,5$ . Тогда главные напряжения  $\sigma_{\gamma 1}$  и  $\sigma_{\gamma 3}$  будут равны друг другу и равняться давлению, передаваемому вышележащими слоями. В этом случае, до приведения подобных, уравнение (28.2) примет вид

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi + \frac{\gamma_{cp} \cdot z - \gamma_{cp} \cdot z}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\gamma_{cp} \cdot z + \gamma_{cp} \cdot z}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi = \frac{k_d \cdot c}{K_{str}}. \quad (28.3)$$

В уравнении (28.3) содержатся равные по величине главные напряжения  $\sigma_{\gamma 1} = \sigma_{\gamma 3} = \gamma_{cp} \cdot z$ . При этом размерность  $\gamma_{cp}$  принята МН/м<sup>3</sup>, что объясняет отсутствие постоянных коэффициентов, которые содержатся в формулах таблицы 4. В данном случае эти множители размерности не нужны. Главные напряжения  $\sigma_{\gamma 1} = \sigma_{\gamma 3} = \gamma_{cp} \cdot z$  можно сложить с главными напряжениям  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ . Причем суммируем отдельно максимальные и минимальные главные напряжения, то есть  $\sigma_1$  складывается с  $\sigma_{\gamma 1}$ , а  $\sigma_{\gamma 3}$  прибавляется к  $\sigma_3$ .

$$\frac{\sigma_1}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi}{2} + \frac{\gamma_{cp} \cdot z}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\gamma_{cp} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi}{2} - \frac{\sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_3 \cdot \operatorname{tg} \varphi}{2} - \frac{\gamma_{cp} \cdot z}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\gamma_{cp} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi}{2} = \frac{k_d \cdot c}{K_{str}}. \quad (28.4)$$

Зависимость (28.4) демонстрирует применение принципа суперпозиции силы, в котором первые четыре члена содержат максимальные главные напряжения, а другие четыре члена левой части этого уравнения содержат минимальные главные напряжения. Приведя подобные, получим

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi - \frac{2 \cdot \gamma_{cp} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi}{2} = \frac{k_d \cdot c}{K_{str}}. \quad (28.5)$$

Укажем, что уравнение (28.5) можно было получить приведением подобных в зависимости (28.3), но более длинный путь, продемонстрированный нами в уравнении (28.4), раскрывает суть принципа суперпозиции силы. Третий член левой части уравнения (28.5) представляет собой удвоенное нормальное напряжение от собственного веса дорожной одежды, действующее перпендикулярно площадке сдвига, повернутой к главным осям под углами  $45 \pm \varphi/2$ . Этот член уравнения (28.5) численно равен четвертому члену левой части уравнения (28.3). Касательная составляющая напряжения сдвига от собственного веса дорожной одежды равна нулю, она в уравнении (28.3) приведена в левой части в виде третьего члена. В уравнении (28.5) эта составляющая не записана.

Теперь третий член левой части уравнения (28.5) перенесем в его правую часть, и не забудем сократить двойку.

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi = \frac{k_d \cdot c}{K_{str}} + \gamma_{cp} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (28.6)$$

Выполняя последнее преобразование уравнения (28.6), в критерий прочности поменим знак равенства на знак меньше или равно, а левую часть уравнения обозначим  $T$ . В этом случае получим

$$T \leq \frac{k_d \cdot c}{K_{str}} + \gamma_{cp} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (28.7)$$

Сравнивая критерий (28.7) с критерием прочности ОДН 218.046-01, представленный в таблице 4, несложно заметить их отличие. В развернутом виде критерий ОДН 218.046-01 имеет вид неравенства

$$T \leq \frac{c_N \cdot k_d + 0,1 \cdot \gamma_{cp} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi_1}{K_{str}}. \quad (28.8)$$

Если в критерии (28.7) и (28.8) ввести одну и ту же размерность  $\gamma_{cp}$ , а параметры прочности грунта  $c$  и  $\varphi$  принять одинаковыми, то эти критерии будут математически различны по применению  $K_{str}$  в качестве делителя. Причем, как нами показано, неравенство (28.7) является верным, а неравенство (28.8) – ошибочным. Суть ошибки состоит в том, что при преобразовании исходного уравнения (28.1) в критерий прочности (28.8) алгоритм вывода этого критерия был нарушен. Вначале к сцеплению перенесли напряжение сдвига от собственного веса грунта, а затем ввели коэффициент прочности  $K_{str}$ .

Ошибочная запись критерия сопротивления по сдвигу в виде неравенства (28.8) стала основой последующих ошибок, допущенных в ПНСТ 265-2018. Коварность неравенства (28.8) состоит в том, что его числитель можно ошибочно принять за уравнение предельной прямой Кулона. Тогда, казалось бы, будет логичным коэффициент  $k_d$  ввести общим множителем к уравнению этой «якобы» прямой Кулона. Следовательно, критерий (28.8) нужно исправить и записать его в виде

$$T \leq \frac{k_d \cdot (c_N + 0,1 \cdot \gamma_{cp} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi_1)}{K_{str}}. \quad (28.9)$$

В ПНСТ 542-2021 изменена размерность объемного веса дорожной одежды  $\gamma_{cp}$ , его единица измерения принята в  $\text{кН/м}^3$ . В этом случае критерий (28.9) принял свой окончательный вид, он записан в виде

$$T \leq \frac{k_d \cdot (c_N + 0,001 \cdot \gamma_{cp} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \varphi_1)}{K_{str}}. \quad (28.10)$$

К вопросу о размерности  $\gamma_{cp}$  отметим, что если ее принять  $\text{МН/м}^3$ , а размерность  $z$  взять в м, то коэффициентов размерности вводить не надо, оба слагаемых в критериях (28.8), (28.9) и (28.10) будут измеряться в МПа.

Выводом критерия (28.7) из исходного уравнения (28.1) нами показано, что в неравенстве (28.8) числитель не является уравнением предельной прямой Кулона. Тем не менее рассмотрим вывод уравнения предельного состояния критерия Мора – Кулона из уравнения предельной прямой Кулона. При этом покажем тождественность этих двух уравнений. По нашему мнению, такая информация востребована в среде специалистов дорожной отрасли. Это мнение подтверждается утверждением некоторых специалистов, что в земляном полотне сдвиг направлен вниз и в сторону. По всей видимости это заблуждение обусловлено путанным пониманием уравнения Кулона и его приложения к опыту по одноплоскостному срезу, в котором нагрузка прикладывается вертикально и горизонтально.

Рассмотрим предельную прямую Кулона, уравнение которой записывается в общем виде и в виде, применяемом в опытах по одноплоскостному срезу. Общий вид уравнения предельной прямой Кулона, построенной в  $\tau$ – $\sigma$  плане:

$$\tau = \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (29.1)$$

где  $\tau$  и  $\sigma$  – касательное и нормальное напряжения, действующие вдоль и перпендикулярно площадкам скольжения, показанным на рисунке 5, Па.

Уравнение предельной прямой Кулона в опыте по одноплоскостному срезу:

$$\tau = p \cdot \operatorname{tg} \varphi + c, \quad (29.2)$$

где  $p$  – давление, приложенное перпендикулярно плоскости среза, заложенной в опыте зазором между двумя кольцами (сдвигаемым и неподвижным), в которых размещен образец грунта, Па.

Рассматривая уравнения (29.1) и (29.2), отметим, что они аналогичны и по сути  $\sigma = p$ . Такое равенство констатируется в ГОСТ 12248–2010 (см. подраздел 5.1.6 формулы (5.5) и (5.6)). Но прибор прямого среза относительно системы координат, показанной на рисунке 5, повернут на угол  $\alpha_{ск1}$ . Этот поворот выполнен так, что вектор сил, обуславливающих возникновение  $\sigma$  и  $p$ , применяемых в уравнениях (29.1) и (29.2), совпадает с направлением силы тяжести. Поэтому в опытах по одноплоскостному срезу давление  $p$  определяется отношением нормальной силы  $F$  к площади образца  $A$  (см. формулу (5.4) ГОСТ 12248–2010). Так как в опыте по одноплоскостному срезу направление силы  $F$  совпадает с направлением силы тяжести, то есть всегда к центру земли (вертикально вниз), то методика эксперимента абсолютно верная. Но, принимая во внимание поворот плоскости среза относительно главных осей, необходимо учитывать, что в уравнениях (29.1) и (29.2) всегда имеет место равенство  $\sigma = p$ . При этом касательное напряжение  $\tau$  приложено вдоль площадки сдвига под прямым углом к напряжению  $\sigma = p$ . Поэтому в главных осях нормальная составляющая напряжения уравнения Кулона  $\sigma$  или  $p$  определяется по формуле

$$\sigma = p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}. \quad (29.3)$$

Таким образом, напряжение  $\sigma$ , вычисляемое по зависимости (29.3), представляет собой нормальное напряжение, действующее перпендикулярно площадке, вдоль которой действует максимальное касательное напряжение, вычисляемое по известной зависимости

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \quad (29.4)$$



Подстановка зависимости (29.3) в уравнение предельной прямой Кулона приведет к тому, что нормальная компонента напряжения будет зависеть от угла внутреннего трения и определяться по формуле

$$\sigma = p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (29.5)$$

Отсюда следует, что при подстановке в уравнение предельной прямой (29.1) или (29.2) зависимости (29.3) необходимо переориентировать либо сцепление, либо касательную составляющую эквивалентного напряжения. Выполняя такую переориентацию, уравнение предельной прямой получим в виде, рекомендованном И.Е. Евгеньевым и В.Д. Казарновским<sup>20</sup> (см. стр. 101 этой книги):

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \sin \varphi + c \cdot \cos \varphi. \quad (29.6)$$

Безусловно, что обе части уравнения (29.6) можно разделить на косинус угла внутреннего трения. Тогда получим

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} + c. \quad (29.7)$$

Уравнение (29.7) можно преобразовать в уравнение предельного состояния критерия Мора – Кулона. Для этого нормальную компоненту напряжения переносим в левую часть, а отношение синуса к косинусу угла внутреннего трения представляем тангенсом этого угла. В этом случае получим

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi = c. \quad (29.8)$$

Сравнивая выражение (29.8) с уравнением предельного состояния критерия Мора – Кулона для реального грунта, представленного в таблице 3, несложно убедиться в тождественности этих двух формул. Таким образом, правильная модификация уравнений предельной прямой Кулона (29.1) или (29.2), вытекающая из анализа построения кругов напряжений Мора, приводит к тождественному уравнению прямой (29.8), записанному в главных напряжениях. В этих уравнениях угол внутреннего трения  $\varphi$  является углом наклона прямой к оси абсцисс, на которой отложены значения нормальных напряжений.

Проблема нормативных решений по ОДН 218.046-01, ПНСТ 265-2018 или ПНСТ 542-2021 состоит в том, что в одном и том же критерии наклон предельной прямой задан разными углами  $\varphi_N$  и  $\varphi_1$  соответственно. Эти два угла наклона являются параметрами двух разных уравнений прямых, интерпретирующих напряженное состояние на разных площадках.

Кроме того, можно показать, что в части определения напряжения сдвига от собственного веса дорожной одежды нормативные расчеты ошибочны. Эта ошибка связана с положением о работе грунта земляного полотна, воспринимающего нагрузку от дорожной одежды, в условиях гидростатического сжатия. Рассмотрим этот вопрос более подробно.

При воздействии на грунтовое основание нагрузки в виде веса от вышележащих слоев, давление возрастает с глубиной. В большинстве случаев любое горизонтальное сечение земляного полотна воспринимает нагрузку, распределенную равномерно. Поверхность земляного полотна загружена весом дорожной одежды, а основание насыпи воспринимает давление от веса дорожной одежды и насыпи. Увеличение давления по глубине насыпи происходит линейно. В пределах каждого горизонтального сечения давление на земляное полотно одинаковое. Значит, грунт испытывает компрессионное сжатие, не претерпевая горизонтальных деформаций. В этом случае главные деформации в точке, принадлежащей оси симметрии нагрузки, вычисляются физическими уравнениями теории упругости, но при замене продольного модуля упругости его аналогом, модулем деформации. В этом случае, считая грунт изотропным и линейно-деформируемым, для минимальных главных деформаций  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  справедливыми будут формулы:

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \frac{1}{E_d} \cdot [\sigma_{2\gamma} - \mu \cdot (\sigma_{1\gamma} + \sigma_{3\gamma})] = 0; \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E_d} \cdot [\sigma_{3\gamma} - \mu \cdot (\sigma_{1\gamma} + \sigma_{2\gamma})] = 0. \end{aligned} \quad (30.1)$$

При компрессионном сжатии промежуточное  $\sigma_{2\gamma}$  и минимальное  $\sigma_{3\gamma}$  главные напряжения равны, но они меньше максимального главного напряжения  $\sigma_{1\gamma}$ . В этом случае достаточно воспользоваться только одной формулой, положив в ней  $\sigma_{2\gamma} = \sigma_{3\gamma}$ . Рассмотрим вторую

<sup>20</sup> Евгеньев И.Е., Казарновский В.Д. Земляное полотно автомобильных дорог на слабых грунтах. М.: Транспорт, 1976. 336 с.

формулу (30.1), в которой избавимся от модуля деформации, перенеся его в правую часть и помножив на 0, и раскроем круглые скобки, помножив главные напряжения на коэффициент Пуассона. Сделав это, получим

$$\sigma_{3\gamma} - \mu \cdot \sigma_{1\gamma} - \mu \cdot \sigma_{3\gamma} = 0. \quad (30.2)$$

Уравнение (30.2) приводится к виду

$$\sigma_{3\gamma} = \frac{\mu}{1-\mu} \cdot \sigma_{1\gamma}. \quad (30.3)$$

Первый множитель правой части уравнения (30.3) в механике грунтов называют коэффициентом бокового давления, а в механике горных пород коэффициентом бокового распора или коэффициентом А. Динника. Выполненные нами рассуждения при преобразовании уравнений (30.1) в уравнение (30.3) – это и есть гипотеза А. Динника (закон упругости).

В механике горных пород есть и другие гипотезы. А. Гейм ввел положение, согласно которому все три главных напряжения равны, то есть  $\sigma_{1\gamma} = \sigma_{2\gamma} = \sigma_{3\gamma}$  (закон гидростатики). А. Гейм считал, что горные породы на протяжении большого времени (много миллионов лет) текут с малой скоростью подобно жидкости с очень высокой вязкостью, в результате чего их природное напряженное состояние выравнивается. Обе гипотезы применяются, но для разных случаев. Если рассматривать земляное полотно автомобильных дорог, то оно построено из грунтов искусственно уплотненных (насыпи, выемки и в нулевых отметках). Грунт для насыпей предварительно разработан, что сводит к нулю влияние процессов, протекавших в нем до разработки. При проектировании земляного полотна применяются не все грунты, например, предусматривается замена слабого грунта или мероприятия его стабилизации. Рассчитываемая по сдвигу точка лежит на поверхности земляного полотна, воспринимающая нагрузку от дорожной одежды в течение ее срока службы. По геологическим меркам это ничтожный период времени. Кроме того, грунты в активной зоне земляного полотна подвергаются процессам набухания, усадки, морозного пучения с весенним распучиванием, деформирования от транспортных нагрузок. Все эти воздействия приводят к изменению структуры грунта и влияют не только

на земляное полотно и его поверхность, но и дорожные одежды, в том числе покрытие [51]. Учитывая перечисленные факторы, предпочтение следует отдать гипотезе А. Динника, что сделал А.М. Кривисский в своем методе. Ведь специалисты в области расчета дорожных конструкций рассматривают механику слоев из монолитных и зернистых материалов, а также механику грунтов применительно к поверхности земляного полотна. В качестве еще одного аргумента отметим, что в механике горных пород известны и другие гипотезы о природном давлении. Например, известно предложение С.В. Михлина, заключающееся в необходимости представления минимального главного напряжения двучленной зависимостью  $\sigma_{3\gamma} = a \cdot \sigma_{1\gamma} + b$ . Эта гипотеза наиболее точно отражает многообразие природных напряженных состояний нетронутых грунтовых массивов. Она применяется специалистами добывающей промышленности, но вследствие отсутствия необходимости, она не используется в строительстве. Поэтому наш случай – это гипотеза А. Динника.

В механике грунтов разработаны модели для определения коэффициента бокового давления через функции угла внутреннего трения. В настоящее время известно достаточно большое количество таких зависимостей, они разработаны для первичного и вторичного напряжения. Указанные формулы приведены в работах [52, 53, 54, 55]. На рисунке 6 даны результаты расчета по наиболее часто применяемым формулам.

Из анализа графиков, представленных на рисунке 6, следует, что в большинстве моделей коэффициент бокового давления равен единице тогда, когда угол внутреннего трения имеет нулевое значение. В нормах и стандартах РФ угол внутреннего трения не равен нулю. Более того, значение угла внутреннего трения, принимаемое в расчете напряжений от собственного веса, имеет наибольшее значение. Следовательно, данные рисунка 6 исключают применение гипотезы А. Геймса в расчетах дорожных одежд по сопротивлению сдвигу в грунте.

Обратим внимание на методику расчета дорожных одежд переходного типа, предназначенных для дорог с низкой интенсивностью движения, регламентируемую ГОСТ Р

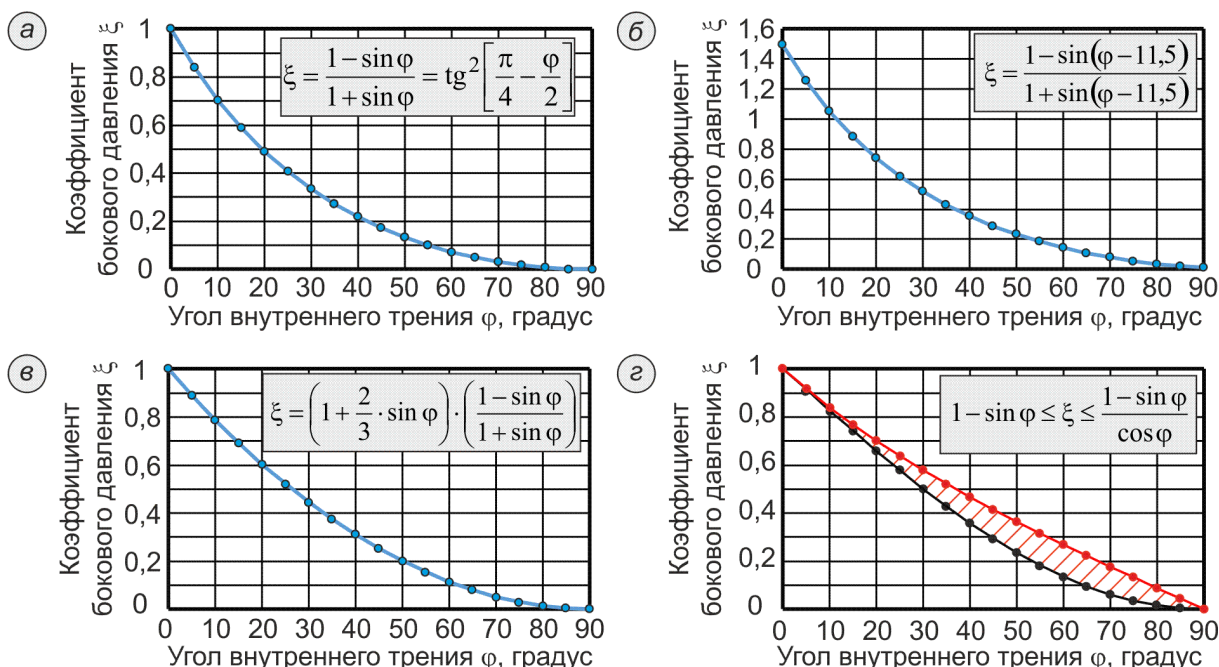


Рисунок 6 – Зависимости коэффициента бокового давления от угла внутреннего трения: а – Ж. Биареза; б – М. Болтона; в – Жаки – Михайловского; г – Ж. Жаки (пределы варьирования)

Figure 6 – Dependence of the lateral pressure coefficient on the angle of internal friction:

58818–2020<sup>21</sup> и ПНСТ 371–2019<sup>22</sup>. Расчет таких дорожных одежд выполняют по критериям прочности и эксплуатационной надежности, обеспечивая требуемый модуль деформации конструкции и не допуская образования колеи, глубина которых превышает предельные значения. Расчет по модулю деформации базируется на методе, предложенном Н.Н. Ивановым и его учениками. Этот метод основан на определении упругопластического смещения поверхности двухслойной системы путем интегрирования по глубине функции вертикальной деформации, которая возникает от нормального вертикального напряжения  $\sigma_z$ . Это напряжение является напряжением сжатия и представляет собой функцию глубины, определяемую формулой М.И. Якунина. Таким образом, методика расчета дорожных одежд переходного типа по ПНСТ 371-2019 предполагает их работу на одноосное сжатие, что противоречит основам механики грунтов и не соответствует современным решениям, в которых рассматривается трехосное сжатие грунтов и зернистых материалов. В решении

Н.Н. Иванова зависимость упругопластического смещения поверхности двухслойной системы от давления линейная. Следовательно, предполагается, что грунты и зернистые материалы испытывают деформации, отнесенные на рисунку 1 к фазе уплотнения. Эта фаза деформирования основания ограничена по величине давления первой критической нагрузкой  $p_{lim}$ , при превышении которой осадка нелинейно зависит от давления. При расчете остаточной деформации по методике ПНСТ 371-2019 предполагается, что необратимая деформация прямо пропорциональна давлению и диаметру отпечатка нормативной нагрузки. Это известная формула, которая предполагает линейную зависимость между упругопластической осадкой и давлением. Тем не менее величина давления на покрытие дорожной одежды переходного типа достаточно высокая, она составляет 0,6 МПа, что может привести к нелинейной зависимости остаточной деформации от давления. Таким образом, в методике расчета по требованиям ПНСТ 371-2019 нет инструмента, ограничива-

<sup>21</sup>. ГОСТ Р 58818–2020. Дороги автомобильные с низкой интенсивностью движения. Проектирование, конструирование и расчет. Введен в действие 01.07.2020. Введен впервые. М.: Стандартинформ, 2020. 36 с.

<sup>22</sup>. ПНСТ 371–2019. Дороги автомобильные общего пользования с низкой интенсивностью движения. Дорожная одежда. Конструирование и расчет. Введен в действие 19.11.2019. Введен впервые. М.: Стандартинформ, 2019.

ющего область применения линейных зависимостей осадок от давления. Безусловно, что таким инструментом может являться расчет по первой критической нагрузке или расчет по полным напряжениям сдвига, вычисленным из оригинального критерия Мора – Кулона для площадки, проведенной через наиболее опасную точку.

Расчет по сопротивлению сдвигу методике ПНСТ 371-2019 остро необходим, именно этот расчет обуславливает применимость линейной зависимости упругопластической или остаточной деформации от давления. Механизм расчета состоит в том, что в случае невыполнения критерия устойчивости к сдвигу в грунте необходимо увеличивать толщину слоя (слоев) дорожной одежды или заменять материал слоя материалом с большим модулем деформации. При реализации любого из этих двух изменений в конструкции дорожной одежды давление на земляное полотно уменьшится, уменьшатся главные напряжения и девиатор напряжений. Достаточность изменений в конструкции дорожной одежды устанавливается возникновением предельного состояния по критерию сопротивления сдвигу. Так как в основе критерия сопротивления сдвигу лежит условие пластичности Мора – Кулона, то можно утверждать, что при предельном состоянии в наиболее опасной точке земляного полотна давление, воспринимаемое его поверхностью, равно первой критической нагрузке, которая является мерой применения линейной зависимости упругопластической осадки от давления.

Методику ПНСТ 371-2019 необходимо дополнять расчетом по сопротивлению сдвигу или расчетом по первой критической нагрузке. Это обязательно нужно сделать. Кроме того, расчетные формулы постулируют зависимость осадок от давления, а не их зависимость от главных напряжений или шаровой и девиаторной компоненты тензора напряжений. В результате нет возможности определения величины модуля деформаций от напряжений. Это противоречит процитированным нами работам [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20], в которых продольные, объемные и поперечные аналоги модулей упругости (деформации) связаны с напряжениями нелинейными зависимостями. Отметим, что работы [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20] являются лишь малой толикой работ, в которых приведены аналогичные нелинейные зависимости аналогов упругих постоянных от величины главных напряжений, среднего напряжения и девиато-

ра. Это свидетельствует о том, что методику расчета дорожных одежд переходного типа по ПНСТ 371-2019 необходимо как минимум дополнять расчетом по сопротивлению сдвигу, а как максимум полностью перерабатывать с выводом новых формул для определения глубины колеи и с постановкой экспериментов по трехосному сжатию грунтов повторными нагрузками. В противном случае для ряда условий будут построены дорожные одежды недостаточной толщины или жесткости, которые будут иметь срок службы меньше заложенного при проектировании.

Таким образом, выполненный нами анализ показывает несостоятельность любого из современных стандартов и нормативов в части расчета грунтов земляного полотна по сопротивлению сдвигу.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Из выполненного анализа можно сделать вывод, что коллективы авторов, разработавших современные методики расчета грунтов земляного полотна и слоев дорожных одежд из слабосвязных материалов по критерию сопротивления сдвигу, изложенные в ОДН 218.01-046, ПНСТ 265-2018 и ПНСТ 542-2021, стремились:

Увеличить активное напряжение сдвига от временной подвижной нагрузки. Это подтверждается введенной в ОДН 218.01-046 зависимостью угла внутреннего трения от количества приложенных расчетных нагрузок. Согласно этой зависимости в результате увеличения числа приложенных нагрузок величина угла внутреннего трения уменьшается. Так как эквивалентное напряжение в критерии Мора – Кулона возрастает при уменьшении угла внутреннего трения, то это напряжение сдвига возрастает и при увеличении числа приложенных нагрузок.

Уменьшить сцепление грунта при увеличении числа приложенных расчетных нагрузок, введя в нормативы и стандарты соответствующую функцию, заданную таблично.

Модифицировать расчет активного напряжения сдвига от собственного веса материалов конструктивных слоев дорожной одежды, заменив гипотезу А. Динника, постулируемую в решении А.М. Кривисского, на гидростатический закон А. Геймса. В этом случае полное напряжение сдвига уменьшается.

Таким образом, первые два мероприятия ведут к увеличению полного напряжения сдвига и уменьшению сцепления (прочности), а третья модификация, наоборот, уменьша-



ет полное напряжение сдвига или повышает прочность.

Рассматривая функцию уменьшения сцепления грунтов при увеличении числа приложенных расчетных нагрузок, заданную в современных стандартах и нормах таблично, отметим, что с этим предложением нужно согласиться. Это предложение в полной мере соответствует учению Н.Н. Маслова, в котором сцепление представлено суммой двух составляющих структурным сцеплением (необратимая часть) и сцеплением связности (восстанавливающая часть). Структурное сцепление необратимо и исчезает при воздействии нагрузки, а сцепление связности является обратимой частью общего сцепления. Отсюда следует, что в процессе увеличения числа приложенных нагрузок структурное сцепление уменьшается до тех пор, пока не достигнет нулевого значения, после чего прочность грунта в условии Мора – Кулона обусловлена только сцеплением связности. Согласно трактовке нормативных документов и стандартов сцепление принимает минимальное и неизменное значение при реализации миллиона расчетных нагрузок, То есть, при реализации миллиона повторных нагрузок структурное сцепление исчерпано полностью, а прочность грунта обусловлена сцеплением связности, или, как еще говорят, остаточным сцеплением. Остаточное сцепление экспериментально определяют методом одноплоскостного среза «плашка по плашке», но его нельзя определить трехосными КН или КД испытаниями. Здесь отметим, что в этой части мы сталкиваемся не с теоретической, а с экспериментальной проблемой.

Рассматривая аналогичную зависимость угла внутреннего трения от числа приложенных нагрузок, вывод о ее применимости получился неоднозначный. Это связано с тем, что величина угла внутреннего трения при вычислении активных напряжений сдвига от временной нагрузки и собственного веса вышележащей конструкции должна быть одинаковой. Отсюда следует, что вычисление этих обоих активных напряжений сдвига должно производиться либо при угле внутреннего трения  $\varphi_N$ , либо при угле внутреннего трения  $\varphi_{ст}$ . То есть в обоих расчетах активных напряжений сдвига нужно либо учитывать повторность приложения нагрузок, либо, наоборот, не учитывать.

Таким образом, нами установлено, что решение А.М. Кривисского и его модификации, изложенные в ВСН 46-72 и ВСН 46-83, соответствуют основам механики, в частности

механики грунтов. Современные расчеты, регламентируемые ОДН 218.046-01, ПНСТ 265–2018 и ПНСТ 542–2021 таким достоинством не обладают, а в части расчета активного напряжения сдвига от собственного веса слоев, лежащих выше рассматриваемого слоя или полупространства, противоречат фундаментальным представлениям механики грунтов. Это замечание также касается применения разных значений угла внутреннего трения при расчете составляющих полного напряжения сдвигу, а именно активных напряжений сдвига от временной нагрузки и веса вышележащих слоев.

Тем не менее рассмотренные нами первые решения задачи о сопротивлении сдвигу в грунте земляного полотна, полученные А.М. Кривисским и авторами ВСН 46-72 и ВСН 46-83, содержат определенные недостатки:

1. Согласно рисунку 1 каждой критической нагрузки соответствует определенная осадка, поэтому первой критической нагрузки соответствует определенная величина осадки основания. Эта осадка может соответствовать предельным осадкам зданий, но быть больше предельных значений неровностей покрытия дорог. В этом случае расчет по сопротивлению сдвигу, обеспечивая прочность грунта в наиболее опасной точке по критерию Мора – Кулона, является бесполезным для обеспечения ровности покрытия дорожной одежды и ее устойчивости к колееобразованию. Следовательно, расчет по сопротивлению сдвигу необходимо выполнять по другому условию пластичности, в котором эквивалентное напряжение больше напряжения сдвига в критерии Мора – Кулона и дополнить расчетом по глубине колеи и накопленной остаточной деформации.

2. Согласно рисунку 1 при давлениях, равных первой критической нагрузке, их связь с осадкой остается линейной. Тем не менее рассматривая зависимость вертикальной деформации от главных напряжений, получаемую в опытах по трехосному сжатию, нужно заметить, что при достижении предельного состояния по критерию Мора – Кулона зависимость деформации от девиатора напряжений нелинейная. Это необходимо учитывать при выводе формулы расчета осадки в зависимости от величины напряжений. Такой вывод состоит в интегрировании по глубине функциональной зависимости вертикальной деформации от главных напряжений.

3. В ранее действовавших инструкциях ВСН 46-72 и ВСН 46-83 расчет активного напряжения сдвига от собственного веса грунта

выполнялся графическим способом по номограмме, подобной графику, показанному на рисунке 4. В связи с этим входные параметры, принимаемые для расчета, являются осредненными и не соответствуют рассматриваемому грунту. Для повышения точности расчета активное напряжение сдвигу от собственного веса грунта следует рассчитывать по формуле (17) или графикам, показанным на рисунке 3.

В настоящей работе поставим цель разработки нового решения задачи о сопротивлении сдвигу грунтов земляного полотна и песчаных слоев дорожных одежд. При этом будем стремиться к тому, чтобы в новом решении величина полного напряжения сдвига была больше, чем в аналогичном расчете, базирующемся на оригинальном критерии Мора – Кулона.

Отметим, что повышения величины полного напряжения сдвига можно добиться модификацией оригинального критерия пластичности Мора – Кулона. Ниже поясним предлагаемую нами модификацию и приведем формулы для расчета активных напряжений сдвига от временной нагрузки и собственного веса слоев дорожной одежды и формулы для расчета безопасных давлений.

В качестве отправной идеи рассмотрим критерий прочности Мора, который запишем, как это принято в учебниках по дисциплине «сопротивление материалов», для случая растяжения твердого тела, обладающего пределами прочности на сжатие  $R_c$  и растяжение  $R_t$ , а именно в виде неравенства

$$\sigma_1 - k_M \cdot \sigma_3 \leq R_t; \quad k_M = R_t / R_c. \quad (31.1)$$

Грунтовые основания и слои дорожных одежд из зернистых материалов, в том числе песков, работают в условиях трехосного сжатия, поэтому критерий (31.1) необходимо записать для сжатия. В этом случае главные напряжения принимаются с обратным знаком. Предел прочности на растяжение  $R_t$ , расположенный в правой части неравенства (31.1), заменяется пределом прочности на сжатие  $R_c$ , который принимают тоже с обратным знаком, то есть со знаком «минус». При определении коэффициента  $k_M$  числитель и знаменатель меняют местами, но без изменения знака дроби. Последнее обусловлено тем, что перемна мест числителя и знаменателя равносильно возведению первоначальной дроби в минус первую степень (нечетное число показателя степени), что не приводит к изменению знака дроби. Поясняя более подробно, укажем, что в неравенстве (31.1) знак при коэффициенте

те  $k_M$  определен отношением положительной величины  $R_t$  к отрицательному значению  $R_c$ , а при перевороте дроби отрицательная величина  $R_c$  делится на положительное значение  $R_t$ . В обоих случаях знак перед коэффициентом  $k_M$  всегда минус. Тем не менее умножение отрицательной величины коэффициента  $k_M$  на отрицательное минимальное главное сжимающее напряжение  $\sigma_3$  приведет к изменению знака, вычитаемого в неравенстве (31.1) с минуса на плюс. Пояснив все изменения, критерий (31.1) запишем для сжатия в виде неравенства

$$-\sigma_1 + k_M \cdot \sigma_3 \leq -R_c; \quad k_M = R_c / R_t. \quad (31.2)$$

Так как грунты и зернистые материалы работают в условиях трехосного сжатия, то главные напряжения всегда являются сжимающими в любой точке полупространства или слоя конечной толщины. Это утверждение справедливо для любой области массива грунта (области с активным и пассивным ренкиновским состоянием, а также переходная область). Поэтому оперировать с отрицательными значениями главных напряжений, как это имеет место в критерии (31.2), неудобно. В этом случае целесообразно сделать обратную замену знаков, приняв сжимающие главные напряжения положительными. Такая замена знака равносильна умножению левой и правой части неравенства (31.2) на минус единицу. В этом случае критерий пластичности (31.2) примет вид

$$\sigma_1 - \sigma_3 \cdot \frac{R_c}{R_t} \leq R_c. \quad (32)$$

Критерий прочности Мора, записанный в форме неравенства (32), можно использовать для вывода любой формы записи уравнения предельного состояния по оригинальному условию пластичности Мора – Кулона, представленному в таблице 1. Для этого неравенство (32) достаточно записать в виде уравнения предельного состояния и подставить в него выражения, связывающие пределы прочности на сжатие и растяжение с параметрами критерия Мора – Кулона, то есть сцеплением и углом внутреннего трения. Пределы прочности на сжатие и растяжение можно определить по тождественным формулам:

$$R_c = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} = 2 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}}. \quad (33.1)$$

$$R_t = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} = 2 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}}. \quad (33.2)$$

Выполнив подстановку выражений (33.1) и (33.2) в уравнение предельного состояния критерия Мора (32), получим

$$\begin{aligned} \sigma_1 - \sigma_3 \cdot \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} &= \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \\ \text{и } \sigma_1 - \sigma_3 \cdot \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} &= 2 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}}. \end{aligned} \quad (34.1)$$

Каждое из уравнений (34.1) можно привести к виду уравнений предельного состояния, представленных в таблице 1. Для этого в правой части уравнений (34.1) оставим сцепление грунта, а функции угла внутреннего трения перенесем в правую часть, раскрыв скобки. В этом случае получим

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_1 - \sigma_1 \cdot \sin \varphi}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sin \varphi}{2 \cdot \cos \varphi} &= c \\ \text{и } \frac{\sigma_1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} - \frac{\sigma_3}{2} \cdot \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \cdot \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} &= c. \end{aligned} \quad (34.2)$$

В первом из уравнений (34.2) выполним группировку членов так, чтобы получить уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_1}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 \cdot \sin \varphi}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_3 \cdot \sin \varphi}{2 \cdot \cos \varphi} &= c \\ \text{или } \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} &= c. \end{aligned} \quad (34.3)$$

Уравнения (34.3) раскрывают суть приведения первого из уравнений (34.1) к виду уравнений предельного состояния критерия Мора – Кулона. В этом несложно убедиться, записав имеющееся во втором уравнении (34.3) отношение синуса к косинусу угла внутреннего трения тангенсом этого угла. В этом случае второе из уравнений (34.3) примет такой же вид, как уравнение предельного состояния критерия Мора – Кулона в форме записи по В.В. Соколовскому (см. первое уравнение таблицы 1 и уравнение для среды, обладающей трением и сцеплением, представленное в таблице 3).

Во втором из уравнений (34.2) тоже необходимо выполнить преобразования, но так, чтобы получить уравнение

$$\frac{\sigma_1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} - \frac{\sigma_3}{2} \cdot \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} = c. \quad (34.4)$$

Уравнение (34.4) представляет собой одну из форм записи уравнения предельного состояния по критерию Мора – Кулона. Выражение (34.4) можно привести к виду любого другого уравнения, представленного в таблице 1.

Обсуждая сделанные нами выкладки из неравенства (32), отметим, что для вывода уравнений предельного состояния критерия Мора – Кулона (34.3) и (34.4) нами применен критерий Мора, а не уравнение предельной прямой Кулона. Здесь обратим внимание, что для специалистов дорожной отрасли стандартным выводом критерия Мора – Кулона и уравнения его предельного состояния является преобразование критерия Кулона и уравнения предельного состояния Кулона. Такой вывод нами показан на примере преобразования выражений (29.1) и (29.2) в уравнения (29.7) и (29.8). Преобразование критерия (32) приводит точно к таким же уравнениям предельной прямой (34.3) и ее аналогу (34.4), но эти преобразования не столь очевидны для дорожников. Тем не менее именно этот путь позволяет выполнить модификацию оригинального критерия Мора – Кулона, введя в него третий параметр материала. Ввод третьего параметра позволяет связать уравнение предельного состояния критерия Мора – Кулона с уравнением предельного состояния любого другого критерия, параметрами которого является угол внутреннего трения и/или сцепление. При этом обязательным условием модификации является то, чтобы в углах сжатия шестигранника Мора, построенном на девиаторной плоскости, связываемые критерии давали различный результат.

Для такой модификации нами разработан способ, изложенный в работе [56]. Суть этого способа можно сформулировать словами, в виде трех последовательных действий:

1. Необходимо выбрать два оригинальных условия пластичности, одним из которых является традиционный двухпараметрический критерий Мора – Кулона. Вторым критерием должно быть оригинальное условие пластичности, по которому эквивалентное напряжение больше, чем напряжение сдвига по критерию Мора – Кулона. В этом случае предельные поверхности обоих оригинальных критериев ограничивают область варьирования поверхности разрушения разрабатываемого трехпараметрического критерия Мора – Кулона. Эквивалентные напряжения обоих оригинальных критериев сверху и снизу огра-

ничивают диапазон варьирования напряжения сдвига по трехпараметрическому критерию Мора – Кулона.

2. Выводят математические зависимости, связывающие пределы прочности на сжатие и растяжение с тремя параметрами материала, разрабатываемого трехпараметрического критерия. Такими параметрами являются традиционные характеристики сопротивления сдвигу – сцепление и угол внутреннего трения, а также новый третий параметр. Диапазон варьирования третьего параметра ограничивается максимальным и минимальным значением. К этим значениям предъявляются требования. Первое требование состоит в том, чтобы при одном предельном значении третьего параметра формулы, связывающие пределы прочности с характеристиками сопротивления сдвигу трехпараметрического критерия, приводились к формулам, связывающим пределы прочности на сжатие и растяжение с параметрами одного из оригинальных критериев пластичности, ограничивающего поверхность разрушения создаваемого трехпараметрического критерия. Второе требование заключается в том, что при другом предельном значении третьего параметра выражения, связывающие пределы прочности с характеристиками сопротивления сдвигу, должны преобразовываться в зависимости пределов прочности от характеристик сопротивления сдвигу второго оригинального критерия, ограничивающего поверхность разрушения создаваемого трехпараметрического критерия.

3. Полученные формулы, отвечающие оговоренным требованиям, подставляются в критерий Мора для сжатия (32), из которого выводятся трехпараметрический критерий сопротивления сдвигу и уравнение предельного состояния.

Сформулированный нами способ рассмотрим на конкретном примере. В качестве оригинальных критериев пластичности, ограничивающих разрабатываемый трехпараметрический критерий, примем условия пластичности Мора – Кулона в форме уравнения (34.4) и третьей теории прочности, в которой сопротивление сдвигу зависит от сцепления точно так же, как в критерии Мора – Кулона для идеально связного грунта, записанному по В.В. Соколовскому и представленному в таблице 3.

Тогда получим пару уравнений предельного состояния:

$$\frac{\sigma_1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}} - \frac{\sigma_3}{2} \cdot \sqrt{\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}} = c ;$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = c .$$
(35)

В этом случае связь пределов прочности на сжатие и растяжение с параметрами сопротивления сдвигу необходимо дать формулами:

$$R_c = 2 \cdot c \cdot \left( \frac{\cos\varphi}{1-\sin\varphi} \right)^{2 \cdot d} = 2 \cdot c \cdot \left( \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \right)^d .$$
(36.1)

$$R_t = 2 \cdot c \cdot \left( \frac{\cos\varphi}{1+\sin\varphi} \right)^{2 \cdot d} = 2 \cdot c \cdot \left( \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi} \right)^d .$$
(36.2)

где  $d$  – третий параметр, характеризующий сопротивление сдвигу материала и зависящий от вертикальной упругопластической деформации при трехосном сжатии.

Анализируя тождества (36.1) и (36.2) несложно заметить, что в зависимости от величины  $d$  сопротивления сжатию и растяжению изменяются, имея диапазон варьирования, ограниченный при  $d=0$  пределами прочности третьей теории  $R_c=R_p=2 \cdot c$ , а при  $d=0,5$  пределами критерия Мора, вычисляемыми по формулам (33.1) и (33.2). Поделив зависимость (36.1) на выражение (36.2), получим отношение пределов прочности на сжатие и растяжение, используемое в критерии (32):

$$\frac{R_c}{R_t} = \frac{2 \cdot c}{2 \cdot c} \cdot \left( \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \right)^d \bigg/ \left( \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi} \right)^d =$$

$$= \left( \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \right)^d \cdot \left( \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \right)^d = \left( \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \right)^{2 \cdot d} .$$
(36.3)

Записав критерий (32) в виде уравнения предельного состояния и подставив в него зависимости (36.1) и (36.3), получим уравнение предельного состояния трехпараметрического критерия Мора – Кулона:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \cdot \left( \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \right)^{2 \cdot d} = 2 \cdot c \cdot \left( \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \right)^d ;$$

$$\frac{\sigma_1}{2} \cdot \left( \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi} \right)^d - \frac{\sigma_3}{2} \cdot \left( \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \right)^d = c .$$
(37)



Анализируя второе из уравнений предельных состояний (37) убеждаемся:

1. При  $d=0,5$  получаем уравнение предельного состояния оригинального двухпараметрического критерия пластичности Мора – Кулона, записанное в форме уравнения (34.4) или первого из уравнений (35).

2. При  $d=0$  получаем уравнение предельного состояния оригинального однопараметрического критерия пластичности третьей теории прочности, записанное в форме уравнения таблицы 3 или второго из уравнений (35).

3. При варьировании третьего параметра  $d$  от нулевого значения до величины  $d=0,5$  напряжение сдвига, записанное в левой части анализируемого уравнения, уменьшает свое значения от максимального касательного напряжения  $\tau_{\max}$  ( $d=0$ ) до величины напряжения сдвига оригинального критерия Мора – Кулона  $\tau$  ( $d=0,5$ ).

При помощи левой части второго из уравнений (37) можно вычислить как напряжение сдвига от временной нагрузки, так и напряжение сдвига от собственного веса вышележащих слоев. Для этого в левую часть второго из уравнений (37) достаточно подставить главные напряжения от собственного веса вышележащих слоев, вычисляемые по формулам (19). Сделав такую подстановку, получим

$$\frac{\gamma_{cp} \cdot h}{2} \cdot \left[ \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^d - \xi \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d \right] = c \quad (38)$$

Определяя из уравнений (37) и (38) напряжения сдвига от временной нагрузки и собственного веса грунта и суммируя их, вычислим полное напряжение сдвига в любой точке рассчитываемого элемента. В этом случае остается применимой формула (15), а вместо зависимостей (16) и (17) получим формулы из уравнений предельного состояния новых трехпараметрических критериев пластичности (37) и (38). Тогда расчет полного напряжения сдвига выполняется по формулам:

$$T_a = \tau_{ан} + \tau_{ав} \quad (39)$$

$$\tau_{ан} = \frac{\sigma_1}{2} \cdot \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^d - \frac{\sigma_3}{2} \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d \quad (40)$$

$$\tau_{ав} = \frac{\gamma_{cp} \cdot h}{2} \cdot \left[ \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^d - \xi \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d \right] \quad (41)$$

Критерий расчета по сопротивлению сдвигу грунта земляного полотна или слоя дорожной одежды из слабосвязных материалов можно принять в виде неравенства

$$T_a \leq \frac{k \cdot c}{K_{str}} \quad (42)$$

где  $k$  – комплексный коэффициент, учитывающий изменение сцепления грунта или слабосвязного материала, в результате воздействия каких-либо факторов (суммарного числа приложения расчетной нагрузки, конструктивных особенностей дорожной одежды).

Отметим, что комплексный коэффициент  $k$  в критерии (42) может определяться одним значением подобно тому, как это сделано в современных расчетах, так и быть функцией ряда коэффициентов, аналогично математическим представлениям А.М. Кривисского и ранее действовавших ВСН. Специфика вычисления этого коэффициента и обоснование его значений в нашей работе не рассматривается.

Предложенные нами формулы позволяют определить безопасное давление на грунтовое основание. Для этого критерий (42) нужно записать в уравнение предельного состояния. В этом уравнении полное напряжение сдвига вычисляется суммой двух составляющих по формуле (39), каждая из которых рассчитывается по выражениям (40) и (41).

Выполнив перечисленные действия, получим

$$\sigma_1 \cdot \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^d - \sigma_3 \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d + \gamma_{cp} \cdot h \cdot \left[ \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^d - \xi \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d \right] = 2 \cdot \frac{k \cdot c}{K_{str}}. \quad (43)$$

В уравнении (43) общий множитель 2 записан в правой части, то есть из формул (40) и (41) делитель 2 перенесен за знак равенства в правую часть уравнения предельного состояния.

В настоящее время известно несколько подходов к определению главных напряжений от нагрузки, распределенной по круглой площадке. К таким решениям относят формулы, полученные методами механики сплошной [23, 57, 58, 59] и зернистой [60, 61, 62] среды, а также инженерными методами. Инженерные методы основаны либо на анализе физических моделей напряженного состояния грунтовой и зернистой среды [63, 64], либо на математическом моделировании результатов лотковых экспериментов [65, 66, 67, 68]. Общей характерной особенностью всех формул, предназначенных для расчета главных напряжений, является прямая пропорциональность максимального и минимального главных напряжений от давления, передаваемого круглой площадкой. Поэтому главные напряжения можно представить произведением давления и коэффициента затухания максимального или минимального главного напряжения по глубине полупространства или слоя конечной толщины. В связи с этим справедливыми будут формулы:

$$\sigma_1 = p \cdot K_1; \quad \sigma_3 = p \cdot K_3, \quad (44)$$

где  $K_1$  и  $K_3$  – коэффициенты затухания максимального  $\sigma_1$  и минимального  $\sigma_3$  главных напряжений, являющимися функцией координат в формулах механики сплошной среды и функцией параметров материала и глубины в решениях механики зернистой среды и инженерных моделей.

Подставив формулы (44) в уравнение (43), получим

$$p \cdot K_1 \cdot \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^d - p \cdot K_3 \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d = 2 \cdot \frac{k \cdot c}{K_{str}} - \gamma_{cp} \cdot h \cdot \left[ \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^d - \xi \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d \right]. \quad (45)$$

Решив уравнение (45) относительно давления  $p$ , получим формулу

$$p = \frac{\frac{2 \cdot k \cdot c}{K_{str}} - \gamma_{cp} \cdot h \cdot \left[ \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^d - \xi \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d \right]}{\left[ K_1 \cdot \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^d - K_3 \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d \right]}. \quad (46)$$

Формулу (46) можно использовать для определения безопасного давления при любых значениях параметров материала трехпараметрического критерия пластичности, но при значениях коэффициентов затухания главных напряжений  $K_1$  и  $K_3$ , соответствующих значениям, принимаемым этими функциями в наиболее опасной точке. Таким образом, для вычисления безопасного давления необходимо определить наиболее опасную точку, принадлежащую оси симметрии нагрузки и рассчитать в этой точке значения коэффициентов  $K_1$  и  $K_3$ . Из анализа формулы (46) следует, что наиболее опасной точке соответствует точка, в которой знаменатель выражения (46) принимает максимальное значение, а давление  $p$ , наоборот, приобретает наименьшее из всех возможных значений.

Таким образом, безопасное давление определяется по формуле

$$p_s = SP = \frac{\frac{2 \cdot k \cdot c}{K_{str}} - \gamma_{cp} \cdot Z_{dp} \cdot \left[ \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^d - \xi \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d \right]}{\left[ K_{1dp} \cdot \left( \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \right)^d - K_{3dp} \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^d \right]}, \quad (47)$$

где  $Z_{dp}$  – глубина расположения наиболее опасной точки по оси симметрии нагрузки, м;  $K_{1dp}$  и  $K_{3dp}$  – значения функций коэффициентов затухания  $K_1$  и  $K_3$  максимального  $\sigma_1$  и минимального  $\sigma_3$  главных напряжений в наиболее опасной точке.

Из анализа формулы (47) следует, что при величине третьего параметра  $d$ , равной 0,5, по этой зависимости вычисляется первая критическая нагрузка. В этом случае формула (47) примет вид

$$p_{lim} = \frac{\frac{2 \cdot k \cdot c}{K_{str}} - \gamma_{cp} \cdot Z_{dp} \cdot \left( \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} - \xi \cdot \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} \right)}{K_{1dp} \cdot \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}} - K_{3dp} \cdot \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}}}. \quad (48)$$

Из анализа формул (47) и (48) следует, что при  $d < 0,5$  справедливо неравенство  $p_s < p_{lim}$ . Таким образом, чем меньше величина третьего параметра  $d$ , тем меньше безопасное давление  $p_s$  и меньше соответствующая этому давлению осадка полупространства или слоя конечной толщины. Рассматривая рисунок 1, отметим, что при  $d=0,5$ , определяемое по формуле (47), безопасное давление равно первой критической нагрузке. С уменьшением величины параметра  $d$  величина безопасного давления уменьшается, а его величина на рисунке 1, удаляясь от первой критической нагрузки, приближается к структурной прочности грунта. В этом случае при любой величине безопасного давления сохраняется линейная зависимость осадки от давления. Поэтому сделанное нами применение метода линейно деформируемой среды для вывода формулы (47) и зависимости (48) совершенно справедливо.

Разработанный нами способ модификации критерия Мора – Кулона и сделанные в соответствии с этим методом выкладки (35)–(38) применены А.Л. Калининым для создания другого трехпараметрического критерия. В критерии пластичности, предложенном А.Л. Калининым, в качестве условий пластичности, ограничивающих диапазон варьирования напряжения сдвига трехпараметрического критерия, приняты оригинальные критерии Мора и Арнольда. Критерий Мора принят в форме (32), вследствие чего наименьшее значение напряжения сдвига такое же, как в нашем критерии (37), (40). Критерий Г. Арнольда эмпирический, напряжения сдвига в этом критерии больше напряжений сдвига критерия Мора, но меньше максимального касательного напряжения третьей теории прочности. Поэтому в трехпараметрическом условии пластичности, полученном А.Л. Калининым, диапазон варьирования напряжения сдвига меньше, чем в демонстрируемом нами критерии (47). Тем не менее оба трехпараметрических критерия можно использовать в расчете по сопротивлению сдвигу, основанному либо на вычислении полного напряжения сдвига и его сравнении с предельной величиной, либо на вычислении безопасного давления с последующим его сравнением с давлением, передаваемым вышележащими слоями.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Выполненный анализ нормативных методов расчета по сопротивлению сдвигу позволяет утверждать, что современные документы ОДН 218.046-01, ПНСТ 265-2018 и ПНСТ 542-2021 содержат ошибки и противоречат основам механики грунтов.

Во-первых, любой расчет по сопротивлению сдвигу, в основе которого лежит оригинальное двухпараметрическое условие пластичности Мора – Кулона, не гарантирует отсутствия накопления остаточных деформаций. Это утверждение подтверждено общепринятыми представлениями о фазах (стадиях) работы грунтовых оснований, представленных на рисунке 1. Согласно этим представлениям давление, воспринимаемое грунтовым основанием, при котором в наиболее опасной точке возникает предельное состояние по критерию Мора – Кулона, численно рав-

но первой критической нагрузке. Первая критическая нагрузка ограничивает первую фазу деформирования, которую называют фазой уплотнения. В этой фазе работы грунтового основания осадка связана с давлением линейной зависимостью, но осадка является упруго-пластической, состоящей из двух составляющих – упругой и остаточной. Поэтому расчет по условию пластичности Мора – Кулона не может обеспечить работу грунта земляного полотна и слоев из слабосвязных материалов в упругой стадии. Такой расчет лишь гарантирует отсутствие нелинейной связи осадки с давлением, при которой остаточная деформация существенно превышает обратимую составляющую осадки.

Во-вторых, недопустимым является использование разных значений углов внутреннего трения при расчете двух составляющих полного напряжения сдвигу, а именно активных напряжений сдвига от временной нагрузки и собственного веса вышележащих слоев. В этом случае касательные и нормальные составляющие активного напряжения сдвига от временной нагрузки действуют вдоль и перпендикулярно одной площадке скольжения, повернутой к главным осям под углом  $\alpha = 45^\circ \pm \varphi_{N(N>1)}/2$ . Составляющие напряжения сдвига от собственного веса вышележащих слоев приложены к другой площадке, повернутой к главным осям под иным углом  $\alpha = 45^\circ \pm \varphi_{ct(N=1)}/2$ . При таком подходе к расчету активных напряжений сдвига от временной нагрузки и собственного веса вышележащих слоев принцип независимости действия сил становится неприменимым. Это значит, что активные напряжения сдвига, или их касательные, и нормальные составляющие, возникающие от разных сил, суммировать или сравнивать нельзя. Это замечание констатирует наличие в действующих нормативных расчетах грубой ошибки, требующей исправления.

Оценивая замечания по основным ошибкам, допущенным в современных нормативных методах расчета по сопротивлению сдвигу, отметим, что необходимо их исправление. Для этого нужно либо вернуть методику и формулы научной группы А.М. Кривисского, либо разработать новый модифицированный расчет.

2. Анализ методов расчета дорожных одежд автомобильных дорог с низкой интенсивностью движения показал, что эту методику необходимо дополнить расчетом по сопротивлению сдвигу. Данный вывод связан с применением в ПНСТ 371-2019 линейных

зависимостей деформаций от давлений. Такие линейные зависимости положены в основу вычисления общего модуля деформации двухслойной системы и накапливаемой остаточной деформации, являющейся одной из составляющих при расчете глубины колеи. Из рисунка 1, представляющего собой основы учения о стадиях деформирования грунтовых оснований, следует, что первая критическая нагрузка ограничивает применение линейной зависимости осадки от давления. Так как первой критической нагрузке соответствует давление, при котором в наиболее опасной точке грунтового основания возникает предельное состояние по оригинальному двухпараметрическому критерию пластичности Мора – Кулона, то расчет по сопротивлению сдвигу гарантирует правильность применения линейных зависимостей деформаций от давлений. Для этого можно воспользоваться методикой научной группы А.М. Кривисского.

3. Представленный в работе модифицированный трехпараметрический критерий Мора – Кулона позволяет выполнять расчет при более высоких, по сравнению с классическим двухпараметрическим условием пластичности, полных напряжениях сдвига. В модифицированном условии пластичности напряжение сдвига возрастает при уменьшении величины третьего параметра  $d$ . При  $d=0$  нормальная составляющая эквивалентного напряжения (напряжения сдвига) в этом критерии становится равной нулю, а касательное напряжение достигает максимально возможного значения, определяемого полуразностью максимального и минимального главных напряжений. Поэтому максимальная величина напряжения сдвига в трехпараметрическом критерии ограничена эквивалентным напряжением третьей теории прочности, а именно максимальным касательным напряжением. С увеличением значения третьего параметра  $d$  касательное напряжение уменьшается, а нормальное, наоборот, возрастает. Вследствие этого при увеличении величины третьего параметра  $d$  эквивалентное напряжение модифицированного трехпараметрического критерия уменьшается, принимая минимальное значение напряжения сдвига при  $d=0,5$ . Наименьшее значение напряжения сдвигу трехпараметрического критерия соответствует величине эквивалентного напряжения классического критерия Мора – Кулона.

4. Представленный нами расчет безопасного давления можно применить в качестве



расчета по сопротивлению сдвигу, сравнивая эту величину с давлением, воспринимаемым земляным полотном или слоем дорожной одежды из слабосвязного материала. В основе расчета безопасного давления лежит модифицированный трехпараметрический критерий пластичности. При прочих равных условиях наибольшая величина безопасного давления получается при величине третьего параметра  $d=0,5$ . В этом случае значение безопасного давления соответствует первой критической нагрузке. При уменьшении величины третьего параметра  $d$  значение безопасного давления уменьшается, принимая наименьшее значение при  $d=0$ . В этом случае величина безопасного давления соответствует предельному давлению по третьей теории прочности. Таким образом, уменьшение параметра  $d$  приводит к смещению безопасного давления от первой критической нагрузки в сторону структурной прочности (см. рисунок 1). Отсюда следует, что чем меньше значение параметра  $d$ , тем меньше безопасное давление и соответствующая этому давлению упругопластическая осадка.

5. Предлагаемые расчеты по сопротивлению сдвигу, основанные на вычислении напряжений сдвига и безопасных давлений, получены методом линейно деформируемой среды. Суть метода состоит в том, что напряжение сдвига вычисляется непосредственно из критерия пластичности как эквивалентное напряжение по этому критерию. Формула для вычисления безопасного давления выводится из уравнения предельного состояния по предложенному трехпараметрическому критерию. Возможность применения метода линейно деформируемой среды к обоим вариантам расчета подтверждена тем, что наибольшая величина безопасного давления, вычисляемая по данному методу, соответствует первой критической нагрузке, при которой происходит зарождение неустойчивой области в наиболее опасной точке основания. В этом случае в применении теории предельного равновесия грунта с составлением канонической системы дифференциальных уравнений нет необходимости. Тем не менее отметим, что предлагаемое трехпараметрическое условие пластичности можно использовать в теории предельного равновесия. Данный вывод связан с тем, что в системе уравнений теории предельного равновесия критерий пластичности применяется в качестве физического уравнения, дополня-

ющего математические дифференциальные уравнения совместности деформаций и напряжений.

6. В основе обоих расчетов по напряжениям сдвига и безопасным давлениям лежит одно и то же трехпараметрическое условие пластичности. Поэтому при прочих равных условиях оба расчета будут приводить к одинаковой конструкции дорожной одежды. В связи с этим достаточно пользоваться только одним из двух расчетов. Тем не менее расчет по безопасному давлению по сравнению с расчетом по напряжениям сдвига имеет важное преимущество, которое состоит в возможности экспериментального определения величины безопасного давления. Измерить напряжение сдвига на расчетной площадке, проведенной через наиболее опасную точку, невозможно. Это объясняется тем, что эквивалентное напряжение сдвига в критерии Мора – Кулона состоит из двух напряжений: касательного, действующего вдоль площадки скольжения и нормального, направленного перпендикулярно этой площадке. Значит, для экспериментального подтверждения величины напряжения сдвига необходимо измерять два напряжения – касательное и нормальное, действующие на одну и ту же площадку, проведенную через одну и ту же точку. Это в принципе невозможно.

7. В нашей работе показаны ошибки современных нормативных методов расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу, на менее значимых недостатках мы внимание не заостряли. Тем не менее продемонстрированных нами противоречий с положениями механики грунтов достаточно для утверждения того, что на протяжении двух десятилетий специалисты-практики используют ошибочные методы в проектах строительства и реконструкции автомобильных дорог. Описанные нами ошибки расчета по сопротивлению сдвигу являются лишь частью большой проблемы расчета дорожных одежд нежесткого типа по критериям прочности. Эта проблема связана с недостатками и ошибками, лежащими в основе двух других критериев расчета, а именно в расчетах дорожной одежды по упругому прогибу и сопротивлению монолитных слоев усталостному растяжению от изгиба. Раскрытие сути таких недостатков и ошибок изложим в последующих публикациях.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Barksdale R.D. Laboratory Evaluation of Rutting in Base course Materials. *Proceedings of the 3rd International Conference on Asphalt Pavements*. London. 1972. 1: 161-174.
2. Leng J. Characteristics and Behavior of Geogrid-Reinforced Aggregate under Cyclic Load. *PhD thesis*, North Carolina State University, Raleigh, The USA. 2002.
3. Cheung L.W. Laboratory assessment of pavement foundation materials. *PhD thesis*, University of Nottingham, The United Kingdom. 1994.
4. Sweere G.T.H. Unbound granular bases of roads. *PhD thesis*, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands. 1990.
5. Wolff H., Visser A. Incorporating elastoplasticity in granular layer pavement design. *Proceedings of Institution of Civil Engineers Transport*. 1994. Vol. 105. Pp. 259 – 272.
6. Francken L., Clauwaert C. Characterization and structural assessment of bound materials for flexible road structures. *Proceedings of the 6-th International Conference on Asphalt Pavements*. Ann Arbor, Michigan. 1987. Pp. 130-144.
7. Theyse H.L. The development of mechanistic-empirical permanent deformation design models for unbound pavement materials from laboratory accelerated pavement. *Proceedings of the 5-th International symposium on unbound aggregates in road*. Nottingham. 2000. P. 285 – 293.
8. Tseng K. H., Lytton R. L. Prediction of permanent deformation in flexible pavement materials, in *Implication of Aggregates in the Design, Construction and Performance of Flexible Pavements*, ASTM International, 1989. Vol. STP 1016. Pp 154-172. DOI: 10.1520/STP24562S
9. Veverka V. Raming van de Spoordiepte bij Wegen met een Bitumineuze Verharding. *De Wegentechniek*. 1979. Vol. 24. N3. Pp. 25-45.
10. Khedr S.A. Deformation characteristics of granular base course in flexible pavements. *Transportation Research Record*. 1985. N1043. Pp. 131-138.
11. Hicks R.G., Monismith C.L. Factors influencing the resilient response of granular materials. *Highway Research Record*. 1971. Vol. 345. Pp. 15-31.
12. Monismith, C.L., Ogawa, N., Freeme, C.R. Permanent Deformation Characteristics of Subgrade Soils Due to Repeated Loading. *Transportation Research Record*. 1975. Vol. 537. Pp. 1-17.
13. Shackel, B. Repeated Loading of Soils - A Review. *Australian Road Research*. 1973. Vol. 5. N3. Pp. 22-49.
14. Uzan J. Characterization of granular material. *Transportation Research Record*. 1985. N1022. Pp. 52–59.
15. Uzan J., et al. Development and Validation of Realistic Pavement Response Models. In *Proceedings, 7th International Conference on Asphalt Pavements*, Nottingham, U.K. 1992. Vol. 1. 07023.
16. Seyhan U. Characterization of anisotropic granular layer behavior in flexible pavement. *PhD thesis*, of the University of Illinois at Urbana Champaign. 2002.
17. Seyhan U., Tutumluer E. Anisotropic Modular Ratios As Unbound Aggregate Performance Indicators. *Journal of Materials in Civil Engineering*. 2002. ASCE, Vol. 14. N5, Pp. 409-416. DOI:10.1061/(ASCE)0899-1561(2002)14:5(409)
18. Boyce J.R. The behavior of a Granular Material Under Repeated. Loading. *PhD thesis*, Department of Civil Engineering, University of Nottingham. 1976.
19. Boyce J.R. A non-linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading. *Proc. Int. Symp. Soils under Cyclic & Transient Loading*, Swansea. 1980. Pp. 285-294.
20. Jouve, P., et al. Rational model for the flexible pavement deformations. *Proc., 6th Int. Conf. on Struct. Des. of Asphalt Pavements*. 1987. Vol. 1. Pp 50–64.
21. Александров А.С., Долгих Г.В., Калинин А.Л. Эмпирические условия пластичности в расчетах земляного полотна по сдвигу // *Строительство уникальных зданий и сооружений*, 2019. № 10(85). С. 7–20. DOI: 10.18720/CUBS.85.1
22. Benz T., Wehnert M., Vermeer P.A. A Lode Angle Dependent Formulation of the Hardening Soil Model. *The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics* (IACMAG) 1-6 October, 2008, Goa, India. Pp. 653–660.
23. Craig R.F. Soil Mechanics. Seventh edition. Department of Civil Engineering, University of Dundee, UK. Published by Taylor & Francis e-Library, London and New York, 2004. – 447 p. doi: 10.4324/9780203494103.
24. Rachkov, D.V., Pronozin, Ya.A., Chikishev, V.M. Qualified method of layer-by-layer summation to define the settlement of foundation. *Magazine of Civil Engineering*. 2017. 72(4). Pp. 36–45. doi: 10.18720/MCE.72.5
25. Барвашов В. А., Болдырев Г. Г., Уткин М. М. Расчет осадок и кренов сооружений с учетом неопределенности свойств грунтовых оснований // *Геотехника*. 2016. №1. С. 12–29.
26. Prandtl, L. Über die Eindringungs-festigkeit (Harte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 1921. Vol. 1(1). Pp. 15–20.
27. Reissner, H. Zum Erddruck problem (Concerning the earth-pressure problem). *Proceedings of the First International Congress on Applied Mechanics*. Ed. C.B. Biezeno and J.M. Burgers, Delft. 1926. Pp. 295-311.
28. Terzaghi, K. Theoretical Soil Mechanics. 1943. John Wiley & Sons, New York.
29. Meyerhof, G.G. The ultimate bearing capacity of foundations. *Journal of Geotechnique*. 1951. Vol. 2(4). Pp. 301-332.
30. Loukidis, D., Salgado, R. Bearing capacity of strip and circular footings in sand using nite elements. *Computers & Geotechnics*. 2009. Vol. 36(6). Pp. 871-879. DOI:10.1016/j.compgeo.2009.01.012
31. Karaulov A.M., Korolev K.V. A Static Solution for the Problem of the Stability of a Smooth Freestanding Sheet Pile Wall. *Soil Mechanics and*

*Foundation Engineering*. 4(54), 211-215 (2017). doi: 10.1007/s11204-017-9460-6

32. Korolev K.V. Intermediate Bearing Capacity of Saturated Bed of Strip Foundation. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 1(51), 1-8 (2014). DOI:10.1007/s11204-014-9246-z

33. Korolev K.V. Terminal (Maximum) Bearing Capacity of the Saturated Bed of a Strip Foundation. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2013. Vol. 4(50). Pp. 143-149. DOI:10.1007/s11204-013-9226-8

34. Hambleton, J.P., Drescher, A. Modeling test rolling on cohesive subgrades. *Advanced Characterisation of the Pavement and Soil Engineering Materials – Loizos, Scarpas & Al-Qadi* (eds) Taylor & Francis Group, London. 2007. Pp. 359-368.

35. Hambleton, J.P., Drescher, A. Modeling wheel-induced rutting in soils: Indentation. *Terramechanics*. 2008. Vol. 45. Pp. 201–211.

36. Karafiath L.L., Nowatzki E.A. Soil Mechanics for Off-Road Vehicle Engineering. Clausthal: Trans Tech. 1978. 515 p.

37. Khasanov A., Khasanov Z. Alternative concepts of the theory of strength of sand soil. *Proceedings of the 19th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Seoul 2017. 2017. P. 2163–2166.

38. Tatsuoka et al. Strength anisotropy and shear band direction in plane strain tests of sand. *Soils and Foundations*, 1990. Vol. 30, pp. 35-54. doi: 10.3208/sandf1972.30.35

39. Vardoulakis I. Localization in geomechanics. *Proceedings of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*. 2005–2006. Pp. 3663–3668. doi:10.3233/978-1-61499-656-9-3663

40. Roscoe K.H. The influence of strains in soil mechanics. *Geotechnique*. 1970. Vol. 20(2). Pp. 129-170.

41. Arthur J.R. et al. Plastic deformation and failure of granular media. *Geotechnique*, 1977. 27. Pp. 53-74.

42. Muhlhaus H. et al. The influence of non-coaxiality on shear banding in viscous-plastic materials. *Granular Matter*. 2010 Vol. 12(3), pp 229–238. doi: 10.1007/s10035-010-0176-9

43. Bolton M.D., The strength and dilatancy of sands. *Geotechnique*, 1986, Vol. 36(1). Pp. 65–78.

44. Schanz T., Vermeer P.A. Angles of friction and dilatancy of sand. *Geotechnique*, 1996, 46(1): 145-151. doi: 10.1680/geot.1996.46.1.145

45. Cinicioglu O. et al. Variation of Friction Angle and Dilatancy For Anisotropic Cohesionless Soils. *Proceedings of the 18th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Paris 2013. Pp. 895–898.

46. Szypcio Z. Stress-dilatancy for soils. Part I: The frictional state theory. *Studia Geotechnica et Mechanica*, 2016, Vol. 38(4), Pp. 51–57. doi: 10.1515/sgem-2016-0030

47. Szypcio Z. Stress-dilatancy for soils. Part II: Experimental validation for triaxial tests. *Studia*

*Geotechnica et Mechanica*, 2016, Vol. 38(4), Pp. 59–65. doi: 10.1515/sgem-2016-0031

48. Szypcio Z. Stress-dilatancy for soils. Part III: Experimental validation for the biaxial condition. *Studia Geotechnica et Mechanica*, 2017, Vol. 39(1), Pp/ 73–80. doi:10.1515/sgem-2017-0007

49. Строкова Л.А. Определение параметров для численного моделирования поведения грунтов // Известия Томского политехнического университета. 2008. Т. 313, № 1. С. 69–74.

50. Орехов В.В., Орехов М.В. Использование модели упрочняющегося грунта для описания поведения песка различной плотности при нагружении // Вестник МГСУ. 2014. № 2. С. 91–97.

51. Churilin, V., Efimenko, S., Matvienko, O., et al. Simulation of stresses in asphalt-concrete pavement with frost heaving. 2018. Vol. 216: 01011.

52. Строкова, А.Л. Учет переуплотнения грунтов в расчетах оседания земной поверхности при сооружении туннелей // Известия Томского политехнического университета. 2010. Т. 316. № 1. С. 147–151.

53. Brooker E.W., Ireland H.O. Earth pressures at rest related to stress history. *Canadian Geotechnical Journal*. 1965. Vol. 2, No. 1. Pp. 1-15.

54. Jaky J. The Coefficient of Earth Pressure at Rest. *Journal for Society of Hungarian Architects and Engineers*. 1944. PP. 355 - 358.

55. Michalowski R.L. Coefficient of Earth Pressure at Rest. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 2005. Vol. 131(11). Pp.1429–1433.

56. Александров А.С., Калинин А.Л. Совершенствование расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу. Часть 1. Учет деформаций в условии пластичности Кулона – Мора // Инженерно строительный журнал. 2015. № 7. С. 4–17. DOI: 10.5862/MCE.59.1

57. Ahlvin, R.G., Ulery H.H. Tabulated Values for Determining the Complete Pattern of Stresses, Strains and Deflections Beneath a Uniform Load on a Homogeneous Half Space, *Highway Research Record*, 1962. Bull. 342, pp. 1–13,

58. Foster, C.R., Ahlvin, R.G. Stresses and deflections induced by a uniform circular load. *Proc. Highway Research Board*. 1954. Vol. 33. P. 236 – 246.

59. Werkmeister, S. Permanent deformation behaviour of unbound granular materials in pavement constructions. Ph.D. thesis, University of Technology, Dresden, Germany. 2003. 189 p.

60. Кандауров, И.И. Механика зернистых сред и ее применение в строительстве / И.И. Кандауров. – М. : Стройиздат, 1966. – 314 с.

61. Harr, M.E. Mechanics of Particulate Media. McGraw-Hill, New York, NY. 1977.

62. Harr, M.E. Foundations of Theoretical Soil Mechanics. McGraw Hill Book Company, New York, 1966.

63. Aleksandrov, A.S., Dolgih, G.V., Smirnov, A.V. Improvement of Calculation of Stresses in the Earth Bed and Layers of Road Clothes from Granulated Materials. Part 1. Analysis of Decisions and a New Method. IOP Conference Series: Materials Science and



Engineering, 2018, 463(2), 022022. DOI:10.1088/1757-899X/463/2/022022

64. Aleksandrov A.S., Smirnov A.V. and Semenova T.V. 2019 Stress Investigation in Pavement

Layers and a New Calculation Model. Materials Science Forum. Vol. 945. pp 813-820. DOI:10.4028/www.scientific.net/MSF.945.813

65. Gonzalez, A. An experimental study of the deformational and performance characteristics of foamed bitumen stabilised pavements. PhD thesis, University of Canterbury. 2009. 392 p.

66. Gonzalez, C.R. Implementation of a New Flexible Pavement Design Procedure for U.S. Military Airports. Fourth LACCEI International Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology (LACCEI'2006) "Breaking Frontiers and Barriers in Engineering: Education, Research and Practice" 21-23 June 2006, Mayagüez, Puerto Rico.

67. Lunev, A.A., Sirotyuk, V.V. Stress distribution in ash and slag mixtures. Magazine of Civil Engineering, 2019, 86(2), pp. 72–82. DOI: 10.18720/MCE.86.7

68. Lunev, A.A., Sirotyuk, V.V. Prediction of the Stress State of Pond Ash Road Embankments. Soil Mechanics and Foundation Engineering, 2021, 58(1). DOI:10.1007/s11204-021-09700-8

## REFERENCES

1. Barksdale R.D. Laboratory Evaluation of Rutting in Base course Materials. *Proceedings of the 3rd International Conference on Asphalt Pavements*. London. 1972. 1: 161-174.

2. Leng J. Characteristics and Behavior of Geogrid-Reinforced Aggregate under Cyclic Load. *PhD thesis*, North Carolina State University, Raleigh, The USA. 2002.

3. Cheung L.W. Laboratory assessment of pavement foundation materials. *PhD thesis*, University of Nottingham, The United Kingdom. 1994.

4. Sweere G.T.H. Unbound granular bases of roads. *PhD thesis*, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands. 1990.

5. Wolff H., Visser A. Incorporating elasto-plasticity in granular layer pavement design. *Proceedings of Institution of Civil Engineers Transport*. 1994. 105: 259 – 272.

6. Francken L., Clauwaert C. Characterization and structural assessment of bound materials for flexible road structures. *Proceedings of the 6-th International Conference on Asphalt Pavements*. Ann Arbor, Michigan. 1987. 130-144.

7. Theyse H.L. The development of mechanistic-empirical permanent deformation design models for unbound pavement materials from laboratory accelerated pavement. *Proceedings of the 5-th International symposium on unbound aggregates in road*. Nottingham. 2000. 285 – 293.

8. Tseng K. H., Lytton R. L. Prediction of permanent deformation in flexible pavement materials, in *Implication of Aggregates in the Design, Construction and Performance of Flexible Pavements*, ASTM International, 1989. 1016: 154-172. DOI: 10.1520/STP24562S

9. Veverka V. Raming van de Spoordiepte bij Wegen met een Bitumineuze Verharding. *De Wegen-techniek*. 1979. 24. 3: 25-45.

10. Khedr S.A. Deformation characteristics of granular base course in flexible pavements. *Transportation Research Record*. 1985. 1043: 131-138.

11. Hicks R.G., Monismith C.L. Factors influencing the resilient response of granular materials. *Highway Research Record*. 1971. 345: 15-31.

12. Monismith, C.L., Ogawa, N., Freeme, C.R. Permanent Deformation Characteristics of Subgrade Soils Due to Repeated Loading. *Transportation Research Record*. 1975. 537: 1-17.

13. Shackel, B. Repeated Loading of Soils - A Review. *Australian Road Research*. 1973. 5. 3: 22-49.

14. Uzan J. Characterization of granular material. *Transportation Research Record*. 1985. 1022: 52–59.

15. Uzan J., et al. Development and Validation of Realistic Pavement Response Models. In *Proceedings, 7th International Conference on Asphalt Pavements*, Nottingham, U.K. 1992. 1. 07023.

16. Seyhan U. Characterization of anisotropic granular layer behavior in flexible pavement. *PhD thesis*, of the University of Illinois at Urbana Champaign. 2002.

17. Seyhan U., Tutumluer E. Anisotropic Modular Ratios As Unbound Aggregate Performance Indicators. *Journal of Materials in Civil Engineering*. 2002. ASCE, 14. 5: 409-416. DOI:10.1061/(ASCE)0899-1561(2002)14:5(409)

18. Boyce J.R. The behavior of a Granular Material Under Repeated Loading. PhD thesis, Department of Civil Engineering, University of Nottingham. 1976.

19. Boyce J.R. A non-linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading. *Proc. Int. Symp. Soils under Cyclic & Transient Loading*, Swansea. 1980. 285-294.

20. Jouve, P., et al. Rational model for the flexible pavement deformations. *Proc., 6th Int. Conf. on Struct. Des. of Asphalt Pavements*. 1987. 1: 50–64.

21. Aleksandrov A., Dolgikh G., Kalinin A. Jempiricheskie uslovija plastichnosti v raschetah zemljanogo polotna po sdvigu [Empirical conditions of plasticity in calculations of the subgrade by shift]. *Construction of unique buildings and structures*. 2019. 10(85): 7-20. DOI: 10.18720/CUBS.85.1 (in Russian)

22. Benz T., Wehnert M., Vermeer P.A. A Lode Angle Dependent Formulation of the Hardening Soil Model. *The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG)* 1-6 October, 2008, Goa, India. 653–660.

23. Craig R.F. Soil Mechanics. Seventh edition. Department of Civil Engineering, University of Dundee, UK. Published by Taylor & Francis e-Library, London and New York, 2004. 447 doi: 10.4324/9780203494103.

24. Rachkov, D.V., Pronozin, Ya.A., Chikishev, V.M. Qualified method of layer-by-layer summation to define the settlement of foundation. *Magazine of Civil Engineering*. 2017. 72(4): 36–45. doi: 10.18720/MCE.72.5

25. Barvashov V.A., Boldyrev G.G., Utkin M.M. Calculation of settlements and tilts of engineering



structures taking into account uncertainty of foundation soil properties. *Geotechnics*, 2016, 1: 4-21.

26. Prandtl, L. Über die Eindringungs-festigkeit (Harte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 1921. 1(1): 15–20.

27. Reissner, H. Zum Erddruck problem (Concerning the earth-pressure problem). *Proceedings of the First International Congress on Applied Mechanics*. Ed. C.B. Biezeno and J.M. Burgers, Delft. 1926. Pp. 295-311.

28. Terzaghi, K. Theoretical Soil Mechanics. 1943. John Wiley & Sons, New York.

29. Meyerhof, G.G. The ultimate bearing capacity of foundations. *Journal of Geotechnique*. 1951. 2(4): 301-332.

30. Loukidis, D., Salgado, R. Bearing capacity of strip and circular footings in sand using nite elements. *Computers & Geotechnics*. 2009. 36(6): 871-879. DOI:10.1016/j.compgeo.2009.01.012

31. Karaulov A.M., Korolev K.V. A Static Solution for the Problem of the Stability of a Smooth Free-standing Sheet Pile Wall. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2017 4(54), 211-215. doi: 10.1007/s11204-017-9460-6

32. Korolev K.V. Intermediate Bearing Capacity of Saturated Bed of Strip Foundation. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2014 1(51): 1-8. DOI:10.1007/s11204-014-9246-z

33. Korolev K.V. Terminal (Maximum) Bearing Capacity of the Saturated Bed of a Strip Foundation. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 4(50), 143-149 (2013). DOI:10.1007/s11204-013-9226-8

34. Hambleton, J.P., Drescher, A. Modeling test rolling on cohesive subgrades. *Advanced Characterisation of Pavement and Soil Engineering Materials – Loizos, Scarpas & Al-Qadi* (eds) Taylor & Francis Group, London. 2007: 359-368.

35. Hambleton, J.P., Drescher, A. Modeling wheel-induced rutting in soils: Indentation. *Terramechanics*. 2008. 45: 201–211.

36. Karafiath L.L., Nowatzki E.A. Soil Mechanics for Off-Road Vehicle Engineering. Clausthal: Trans Tech. 1978. 515

37. Khasanov A., Khasanov Z. Alternative concepts of the theory of strength of sand soil. *Proceedings of the 19th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Seoul 2017. 2017. 2163–2166.

38. Tatsuoka et al. Strength anisotropy and shear band direction in plane strain tests of sand. *Soils and Foundations*, 1990. 30: 35-54. doi: 10.3208/sandf1972.30.35

39. Vardoulakis I. Localization in geomechanics. *Proceedings of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*. 2005–2006. 3663–3668. doi:10.3233/978-1-61499-656-9-3663

40. Roscoe K.H. The influence of strains in soil mechanics. *Geotechnique*. 1970. 20(2): 129-170.

41. Arthur J.R. et al. Plastic deformation and failure of granular media. *Geotechnique*, 1977. 27: 53-74.

42. Muhlhaus H. et al. The influence of non-coaxiality on shear banding in viscous-plastic materials. *Granular Matter*. 2010 12(3):229–238. doi: 10.1007/s10035-010-0176-9

43. Bolton M.D., The strength and dilatancy of sands. *Geotechnique*, 1986, 36(1): 65–78.

44. Schanz T., Vermeer P.A. Angles of friction and dilatancy of sand. *Geotechnique*, 1996, 46(1): 145-151. doi: 10.1680/geot.1996.46.1.145

45. Cinicioglu O. et al. Variation of Friction Angle and Dilatancy For Anisotropic Cohesionless Soils. *Proceedings of the 18th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Paris 2013: 895–898.

46. Szypcio Z. Stress-dilatancy for soils. Part I: The frictional state theory. *Studia Geotechnica et Mechanica*, 2016, 38(4): 51–57. doi: 10.1515/sgem-2016-0030

47. Szypcio Z. Stress-dilatancy for soils. Part II: Experimental validation for triaxial tests. *Studia Geotechnica et Mechanica*, 2016, 38(4): 59–65. doi: 10.1515/sgem-2016-0031

48. Szypcio Z. Stress-dilatancy for soils. Part III: Experimental validation for the biaxial condition. *Studia Geotechnica et Mechanica*, 2017, 39(1): 73–80. doi:10.1515/sgem-2017-0007

49. Stroková L.A. Determination of the Parameters for the Numerical Simulation of the Behavior of Soils. *News of Tomsk Polytechnic University*. 2008, 313(1): 69-74.

50. Orekhov V.V., Orekhov M.V. Using Hardening Soil Model for Describing the Behavior of Varied Density Sand under the Load. *Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering*. 2014, 2: 91-97.

51. Churilin, V., Efimenko, S., Matvienko, O., et al. Simulation of stresses in asphalt-concrete pavement with frost heaving. 2018. 216: 01011.

52. Stroková L.A. Uchet pereuplotneniya gruntov v raschetah osedaniya zemnoj poverhnosti pri sooruzhenii tunnelej The effect of over consolidation ratio of soils for design a surface settlements due to tunneling. *News of Tomsk Polytechnic University*. 2010, 316(2): 35-37. (in Russian)

53. Brooker E.W., Ireland H.O. Earth pressures at rest related to stress history. *Canadian Geotechnical Journal*. 1965. 2 1: 1-15.

54. Jaky J. The Coefficient of Earth Pressure at Rest. *Journal for Society of Hungarian Architects and Engineers*. 1944. PP. 355 - 358.

55. Michalowski R.L. Coefficient of Earth Pressure at Rest. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 2005. Vol. 131(11). Pp.1429–1433

56. Aleksandrov, A.S., Kalinin, A.L. Sovershenstvovanie rascheta dorozhnykh konstrukcij po soprotivleniju sdvigu [Improvement of shear strength design of a road structure]. Part 1. Deformations in the Mohr – Coulomb plasticity condition. *Magazine of Civil Engineering*. 2015. 59(7): 4–17.. DOI: 10.5862/MCE.59.1. (in Russian)

57. Ahlvin, R.G., Ulery H.H. Tabulated Values for Determining the Complete Pattern of Stresses, Strains and Deflections Beneath a Uniform Load on a Ho-

mogeneous Half Space, *Highway Research Record*, 1962. 342: 1–13,

58. Foster, C.R., Ahlvin, R.G. Stresses and deflections induced by a uniform circular load. *Proc. Highway Research Board*. 1954. 33: 236 – 246.

59. Werkmeister, S. Permanent deformation behaviour of unbound granular materials in pavement constructions. Ph.D. thesis, University of Technology, Dresden, Germany. 2003. 189 p.

60. Kandaurov, I.I. Mechanics of granular media and its application in construction. - M.: Stroyizdat, 1966, 314 p.

61. Harr, M.E. Mechanics of Particulate Media. McGraw-Hill, New York, NY. 1977.

62. Harr, M.E. Foundations of Theoretical Soil Mechanics. McGraw Hill Book Company, New York, 1966.

63. Aleksandrov, A.S., Dolgih, G.V., Smirnov, A.V. Improvement of Calculation of Stresses in the Earth Bed and Layers of Road Clothes from Granulated Materials. Part 1. Analysis of Decisions and a New Method. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2018, 463(2), 022022. DOI:10.1088/1757-899X/463/2/022022

64. Aleksandrov A S, Smirnov A V and Semenova T V 2019 Stress Investigation in Pavement

65. Layers and a New Calculation Model. Materials Science Forum. 945: 813-820. DOI:10.4028/www.scientific.net/MSF.945.813

66. Gonzalez, A. An experimental study of the deformational and performance characteristics of foamed bitumen stabilised pavements. PhD thesis, University of Canterbury. 2009. 392 p.

67. Gonzalez, C.R. Implementation of a New Flexible Pavement Design Procedure for U.S. Military Airports. *Fourth LACCEI International Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology (LACCEI'2006)* "Breaking Frontiers and Barriers in Engineering: Education, Research and Practice" 21-23 June 2006, Mayagüez, Puerto Rico.

68. Lunev, A.A., Sirotyuk, V.V. Stress distribution in ash and slag mixtures. *Magazine of Civil Engineering*, 2019, 86(2): 72–82. DOI: 10.18720/MCE.86.7(in Russian)

69. Lunev, A.A., Sirotyuk, V.V. Prediction of the Stress State of Pond Ash Road Embankments. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 2021, 58(1). DOI:10.1007/s11204-021-09700-8 (in Russian)

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Александров Анатолий Сергеевич – канд. техн. наук, доц. кафедры «Строительство и эксплуатация дорог».

## INFORMATION ABOUT AUTHORS

Aleksandrov A.S. – PhD, Ass. Professor, Department of Road Construction and Operation.