УДК 624.046.5
DOI: https://doi.org/10.26518/2071-7296-2020-17-5-636-650

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ РАСЧЕТ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ АСИММЕТРИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН И ФУНКЦИЙ

Ю.В. Краснощеков
ФГБУ ВО «СибАДИ»,
г. Омск, Россия
uv1942@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Введение. *Расчет конструкций полувероятностным методом предельных состояний не даёт ответа на вопрос, насколько конструкция надёжна. Вероятностные методы пока еще несовершенны и попытки применить их для оценки надежности конструкций, рассчитанных по предельным состояниям, иногда приводят к противоречивым результатам. Возможной причиной этого является недостаточная изученность влияния асимметрии функций распределения переменных на теоретическую надежность конструкций. Цель исследования – разработка практического метода расчета надежности конструкций с учетом асимметрии функций распределения и апробирование метода при оценке надежности изгибаемых железобетонных элементов.*
Материалы и методы. *Надежность конструкций оценивается по изменчивости функции резерва прочности на основе методов моментов и проектных точек. Предлагается способ приближенной оценки надежности достаточно сложных композиций случайных величин с использованием статистических параметров (математического ожидания, стандартного отклонения и коэффициента асимметрии) двухэлементных функций, аппроксимированных логнормальным трехпараметрическим распределением.*
Выводы. *Учет коэффициента асимметрии системы переменных при вероятностном расчете позволяет обосновать надежность изгибаемого железобетонного элемента, запроектированного по предельным состояниям. На примере расчета предлагаемым способом показано, что обеспеченность расчетных значений несущей способности железобетонного элемента по нормальному сечению, независимо от того, определены эти значения по усилиям в сжатом бетоне или растянутой арматуре, практически одинакова. При положительной асимметрии результаты расчета с применением нормального распределения могут быть значительно заниженными. Сделан вывод о том, что величина коэффициента асимметрии системы переменных может быть обоснованием применения нормального или логнормального распределения для оценки надежности конструкций. Пренебрежение асимметрией переменных при вероятностном расчете может существенно исказить оценку надежности конструкций.*

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: *надежность, предельное состояние, расчетная точка, асимметрия логнормального распределения, вероятностный расчет.*

Поступила 02.10.20, принята к публикации 23.10.2020.
Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.
Прозрачность финансовой деятельности: авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах или методах. Конфликт интересов отсутствует.

Для цитирования: Краснощеков Ю.В. Вероятностный расчет строительных конструкций с учетом асимметрии распределения случайных величин и функций. *Вестник СибАДИ.* 2020; 17 (5): https://doi.org/10.26518/2071-7296-2020-17-5-636-650

DOI: https://doi.org/10.26518/2071-7296-2020-17-5-636-650

PROBABILITY CALCULATION OF BUILDING STRUCTURES CONSIDERING ASYMMETRY OF RANDOM VALUES AND FUNCTIONS DISTRIBUTION

Yuri V. Krasnoshchekov
Siberian State Automobile and Highway University,
Automobile and Highway University (SibADI),
Omsk, Russia

ABSTRACT

Introduction. *The calculation of structures by the semi-probability method of limit states does not answer the question how reliable the construction is. Probabilistic methods are still imperfect, and attempts to use them to evaluate structures reliability calculated with limit states sometimes lead to contradictory results. A possible reason for this is the lack of research on the influence of the asymmetry of variable distribution functions on the theoretical reliability of structures. The purpose of the research is to develop a practical method for calculating the reliability of structures with considering the asymmetry of the functions distribution and to test the method for evaluating the reliability of bent reinforced concrete elements.*

Materials and methods. *The reliability of structures is estimated by the variability of the strength reserve function based on the methods of moments and design points. A method is proposed for approximating the reliability of fairly complex compositions of random variables using statistical parameters (expectation, standard deviation, and skewness coefficient) of two-element functions approximated by a lognormal three-parameter distribution.*

Conclusions. *Considering the coefficient of the values system asymmetry in the probability calculation allows to justify the reliability of the bent reinforced concrete element designed according to the limit states. On the example of the calculation with the proposed method shown that the availability of the calculation values of the bearing strength of the reinforce concrete element in normal cross section is equal despite the values of the forces in the pressed reinforce concrete or positive reinforcement are indicated. If there is a positive asymmetry, the calculation results using the normal distribution may be significantly underestimated. It is concluded that the value of the asymmetry coefficient of the system of variables can be a justification for the use of normal or lognormal distribution for evaluating the reliability of structures. Ignoring the asymmetry of variables in probabilistic calculations can significantly distort the assessment of the reliability of structures.*

KEYWORDS: *reliability, limit state, design point, lognormal distribution asymmetry, probability calculation.*

Submitted 02.10.20, revised 23.10.2020.
The authors have read and approved the final manuscript.
Financial transparency: the authors have no financial interest in the presented materials or methods. There is no conflict of interest.

For citation: Krasnoshchekov Yuri V. Probability calculation of building structures considering asymmetry of random values and functions distribution. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal*. 2020; 17 (5): https://doi.org/10.26518/2071-7296-2020-17-5-636-650

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1. При вероятностных расчетах рассматриваются случайные величины и функции, распределенные по разным законам, зачастую неизвестным. Эта неопределенность ориентирует проектировщика на теоретические методы оценки надежности и умение оперативного её определения. Упрощенные процедуры расчета позволяют выполнить оперативную оценку конструктивной надежности с использованием вероятностных концепций.

Цель исследования – разработка практического метода расчета надежности конструкций с учетом статистической изменчивости переменных и апробирование метода при оценке надежности изгибаемых железобетонных элементов.

2. На современном этапе надежность конструкций обеспечивается расчетами по методу предельных состояний, который в России реализован без численной оценки вероятности безотказной работы, что является очевидным недостатком норм проектирования. Для оценки надежности конструкций можно применять метод расчетных точек на базе индекса надежности, как это принято стандартом EN 1990. Но подход, принятый EN, основан на распределении переменных по нормальному закону, в то время как временные нагрузки распределены по асимметричным законам. Предлагается способ оценки надежности достаточно сложных композиций случайных величин с последовательной реализацией статистических параметров двухэлементных функций, аппроксимированных логнормальным трехпараметрическим распределением. При положительной асимметрии результаты расчета с применением нормального распределения, как показано на примере, могут быть значительно заниженными.

3. Учет коэффициента асимметрии системы переменных при вероятностном расчете позволяет обосновать надежность изгибаемого железобетонного элемента, запроектированного по предельным состояниям. На примере расчета предлагаемым способом показано, что обеспеченность расчетных значений несущей способности железобетонного элемента по нормальному сечению, независимо от того, определены эти значения по усилиям в сжатом бетоне или растянутой арматуре, практически одинакова. Сделан вывод, что пренебрежение асимметрией переменных при вероятностном расчете может существенно исказить оценку надежности конструкций.

ВВЕДЕНИЕ

Реальные условия эксплуатации конструкций зданий и сооружений могут значительно отличаться от тех, которые принимаются на стадии проектирования и базируются на предположениях и допущениях. Основным инструментом выхода из этой неопределенности является расчет в сочетании с конструированием. Расчетная модель строительных конструкций согласно концепции проектирования должна содержать комплекс базовых переменных, представляющих собой физические параметры, которые соответствуют нагрузкам и воздействиям внешней среды, свойствам материалов и грунтов, а также геометрическим параметрам[1].

Основной целью расчетов является обеспечение адекватного уровня надежности с применением двух возможных подходов: вероятностного метода или метода частных коэффициентов, привязанного к предельным состояниям конструкций. Существует тенденция к постепенному переходу к вероятностным методам расчета, поскольку путь обеспечения надежности зависит от огромного числа факторов, связанных с эксплуатацией конструкции и влияние которых невозможно оценить частными коэффициентами метода предельных состояний [1]. К тому же полувероятностный метод предельных состояний, который регламентирует ГОСТ 27751, не даёт ответа на вопрос, насколько конструкция надёжна.

Российские нормы проектирования допускают возможность полного вероятностного расчёта конструкций по заданному значению надёжности при наличии достаточных данных об изменчивости основных факторов (базовых переменных), входящих в расчётные зависимости. При этом различают изменчивость статистическую, обусловленную случайными факторами, системную в виде, например, изменчивости температурных воздействий, связанных с сезонным фактором, и естественную, являющуюся , в частности, следствием усталости материалов.

Основными характеристиками статистической изменчивости, которая рассматривается

[1] ГОСТ Р ИСО 2394–2016. Конструкции строительные. Основные принципы надежности. М. : Стандартинформ, 2016. 66 с.

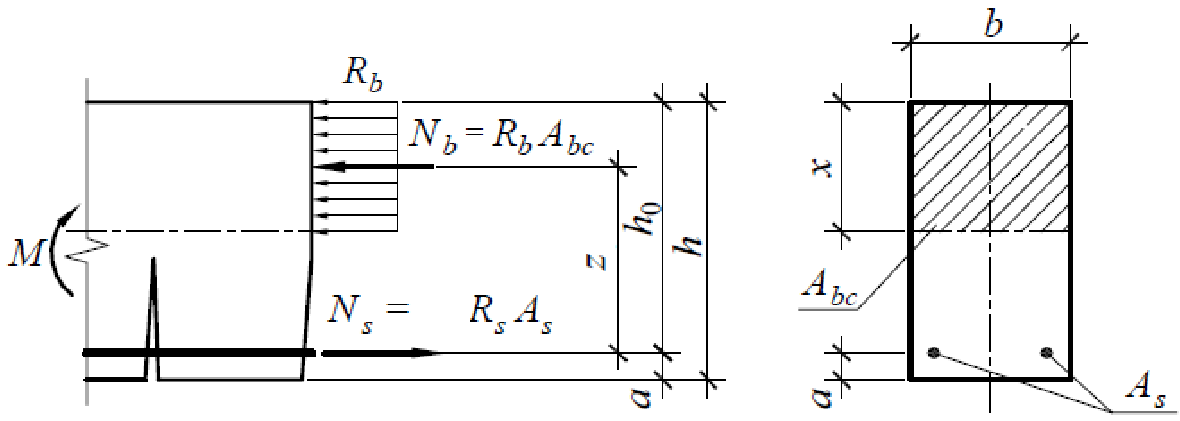

Рисунок 1 – Схема усилий в нормальном сечении железобетонного элемента

Figure 1 – Diagram of forces in the normal section of a reinforced concrete element
Источник: составлено автором на основе норм проектирования

в данной статье, являются числовые параметры, характеризующие степень рассеяния возможных значений случайной величины относительно центра распределения: дисперсия, среднее квадратичное (стандартное) отклонение и коэффициент вариации [2]. Пока вероятностные методы не вошли в обычную практику расчета конструкций, учет изменчивости базовых переменных осуществляется косвенным путем через коэффициенты надежности метода предельных состояний. Разработаны и применяются в исследованиях надежности строительных конструкций методы вероятностного расчета, реализация которых из-за сложности вычислений возможна только в виде специальных и малодоступных программных средств. В России характеристики изменчивости переменных, как и методы оценки надежности конструкций из различных строительных материалов, пока еще не нормируются, поэтому вероятностные методы расчета применяются только в исследованиях [3, 4, 5]. Некоторые сведения об изменчивости нагрузок и свойств материалов, а также о способах оценки характеристик изменчивости можно найти в книгах [6, 7, 8, 9]. Ощущается недостаток практических методов расчета строительных конструкций с учетом изменчивости, которые необходимы для проектирования массовых конструкций и обучения студентов. Только выполняя вероятностный расчет практическим методом, проектировщик сможет понять важность полнейшего учета изменчивости расчетных параметров и обосновать применение недешевой программной продукции при проектировании ответственных сооружений.

Вероятностные методы пока еще несовершенны и попытки применить их для оценки надежности конструкций, рассчитанных по предельным состояниям, иногда приводят к противоречивым результатам.

Известно, например, что прочность изгибаемых железобетонных конструкций по нормальным сечениям определяется парой расчетных сил, действующих в растянутой арматуре N_s и в сжатой зоне бетона N_b (рисунок 1).

В предельном состоянии принимается статическое условие равновесия $N_s = N_b$. Очевидно, надежность статически определимой конструкции зависит от изменчивости сопротивлений арматуры и бетона. Поскольку железобетонная конструкция проектируется так, чтобы разрушение не происходило по арматуре, поэтому считается, что надежность по нормальному сечению характеризуется в основном обеспеченностью расчетного сопротивления бетона сжатию [10, 11, 12, 13, 14, 15]. Такая вероятностная оценка прочности противоречит равенству расчетных значений $N_s = N_b$. Противоречие пытались устранить введением корректирующих коэффициентов [15], в том числе коэффициента сочетания свойств нескольких материалов [12]. Однако такой подход только усложняет вероятностный расчет, поскольку требует вероятностной оценки самих коэффициентов.

Надежность конструкций часто оценивают по изменчивости функции резерва прочности в виде условия

$$S = R - F \geq 0, \quad (1)$$

где R и F – случайные величины сопротивления конструкции и нагрузочного эффекта, имеющие одинаковые размерности..

Предполагается, что величины R и F являются независимыми переменными с нормальным распределением. Очевидным недостатком нормального распределения является его симметричность. Большинство теоретических и часто опытных распределений характеризуются наличием значительной асимметрии [2, 6]. В настоящее время проектировщик не располагает способами оперативного учета асимметрии.

Цель исследования – разработка практического метода расчета надежности конструкций с учетом статистической изменчивости переменных и апробирование метода при оценке надежности изгибаемых железобетонных элементов.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Основными вероятностными (статистическими) характеристиками функции (1) являются математическое ожидание $m_S = m_R - m_F$ и дисперсия $s_S^2 = s_R^2 + s_F^2$.

Базовой оценкой и стандартным критерием надежности конструкций во многих странах принят индекс надежности или показатель безопасности β [16]. Величина β, названная коэффициентом безопасности или индексом надежности, определяется из соотношения статистических параметров функции (1) по формуле

$$\beta = \frac{m_S}{s_S} = \frac{m_R - m_F}{\sqrt{s_R^2 \pm 2\rho s_R s_F + s_F^2}}. \quad (2)$$

В формуле (2) коэффициент ρ учитывает положительную или отрицательную корреляцию переменных. Если R и F статистически независимые переменные, то ρ = 0 [17].

Коэффициент β является характеристикой стандартизованной вероятности случайной величины S, соответствующей условию $S = 0$. Вероятность отказа или вероятность отрицательного значения резерва прочности S при известном значении β определяется из формулы

$$P_F = P(S < 0) = 1 - \Phi(\beta), \quad (3)$$

где $\Phi(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\beta} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \mathrm{du}$ – интеграл вероятности или функция Лапласа переменной $u = (S - m_S)/s_S$, соответствующей стандартной функции $\Phi(u)$.

Вероятность безотказной работы или надёжность конструкции $P_R = 1 - P_F$.

Метод оценки надежности посредством коэффициента β получил название метода двух моментов, поскольку для его определения используются по две характеристики случайных переменных R и F. Если величины R и F преобразовать в переменные с нормальным распределением, то коэффициент безопасности в виде выражения (2) можно рассматривать в качестве характеристики надёжности конструкции практически при любых законах распределения независимых величин R и F. Метод двух моментов относят к аналитическим методам расчета надежности первого или второго порядка [16].

В европейских нормах (Еврокод) метод моментов принят в качестве базового метода оценки надежности конструкций [18]. Модифицированный метод двух моментов для расчета на заданную надежность получил название метода проектных точек. Наглядное представление о проектных точках и индексе надежности можно получить из графического изображения случайных переменных в виде двумерной диаграммы на осях F/s_F и R/s_R (рисунок 2).

На рисунке 1 функция распределения двух случайных величин $S = R - F$ представлена в виде семейства окружностей равной плотности, являющихся горизонталями поверхности распределения. Функция предельного состояния $S = 0$ показана в виде границы разрушения, которая является геометрическим местом критических (расчетных) точек.

Ввиду нелинейности очертания границы разрушения в общем случае, положение расчетных точек определяется путем последовательных приближений с использованием линеаризованных функций. В книге [8] показан алгоритм такого расчета методом «горячих» точек.

Определенные в первом приближении расчетные значения переменных R и F соответствуют координатам R/s_R и F/s_F расчетной точки К, расположенной на кратчайшем расстоянии β от исходной точки 0 стандартизованного нормального распределения до линии разрушения. При этом расчётные значения нагрузочного эффекта и несущей способности метода частных коэффициентов (аналог метода предельных состояний) получают из зависимостей

$$R = m_R - \alpha_R \beta s_R, \quad (4)$$

$$F = m_F + \alpha_F \beta s_F. \quad (5)$$

Коэффициенты чувствительности переменных *R* и *F* определяются по формулам $\alpha_R = s_R/\sqrt{s_F^2 + s_R^2}$; $\alpha_F = s_F/\sqrt{s_F^2 + s_R^2}$.

Метод расчетных точек относят к вероятностному методу расчета, основанному на требовании выполнения условий $P_R \geq P_F$ или $\beta \geq \beta_d$ (предельные значения β_d установлены EN 1990). В частности, значениям требуемых индексов надежности для предельных состояний по несущей способности β_d = 3,8 и пригодности к эксплуатации β_d = 1,5 соответствуют вероятности разрушения P_d = 7,2·10^{-5} и P_d = 6,7·10^{-2}. Эти значения P_d относятся к расчетному сроку эксплуатации 50 лет, который устанавливается для конструкций зданий и сооружений общего назначения.

Относительно простой расчет надежности методом двух моментов усложняется тем, что случайные величины *R* и *F* в общем случае являются функциями большого числа параметров, изменчивость которых может иметь случайный характер. Нормирование характеристик величин *R* и *F* практически невозможно из-за сложности их эмпирического обоснования, взаимосвязи и взаимозависимости параметров. Нормируются статистические характеристики лишь основных (базовых) переменных.

Базовыми переменными функции сопротивления конструкции *R* обычно являются сопротивления материалов и некоторые геометрические параметры, изменчивость которых характеризуется соответствующими допусками (допускаемыми отклонениями от средних значений).

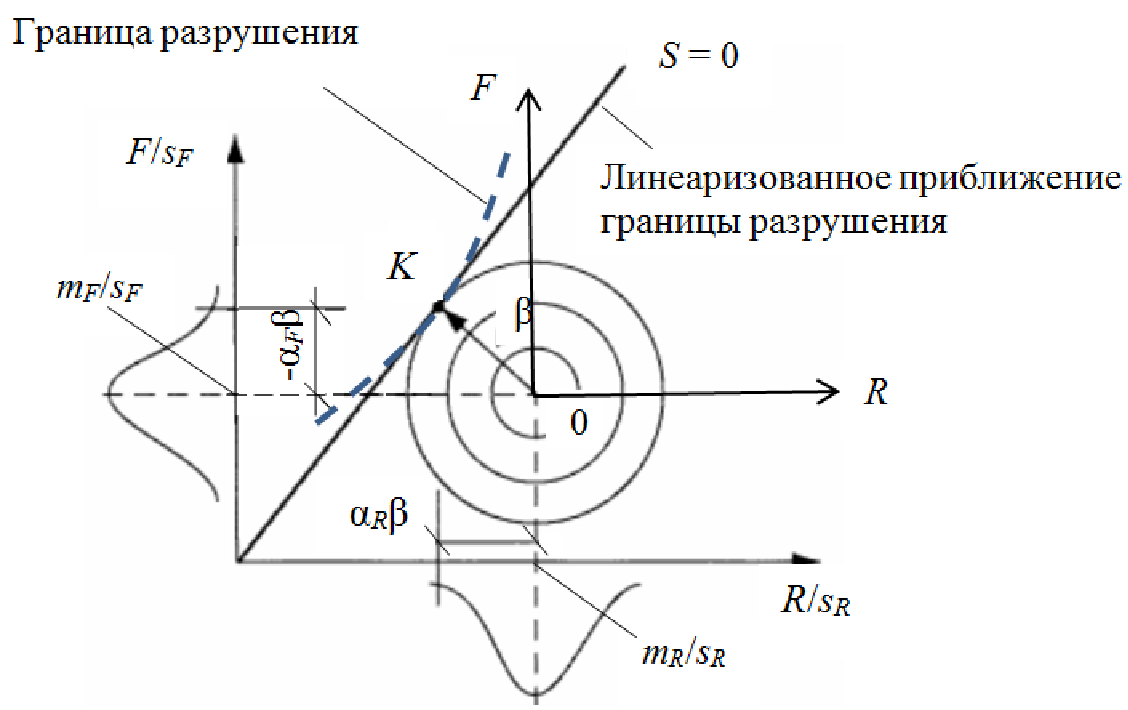

Рисунок 2 – Проектные точки и индекс надежности по EN 1990 (при нормальном распределении некоррелированных параметров)

Figure 2 – Design points and reliability index according to EN 1990 (at normal distribution of uncorrelated parameters)

Источник: заимствовано [18] с авторским дополнением элементами диаграммы

Таблица 1
Вероятностные модели нормативных нагрузок

Table 1
Recommended EN 1990 minimum values of reliability indices

Нагрузка	Вероятностная модель
Постоянная	Распределение случайной величины
Снеговая	Последовательность годовых максимумов
Ветровая	Последовательность месячных максимумов
Гололёдная	Последовательность годовых максимумов
Крановая	Нормальный стационарный процесс

Представление о базовых переменных функции некоторых нагрузок *F*, действующих на здания и сооружения, можно получить по особенностям вероятностных моделей, приведенным в таблице 1.

Распределения постоянных и длительных временных нагрузок, как правило, близки к нормальному закону. Законы распределения кратковременных нагрузок нередко связаны не только с их видом, но и с типом конструкций, а также с условиями эксплуатации сооружений.

Статистические характеристики функций *R* и *F* зависят от изменчивости базовых переменных, но поскольку базовые переменные обычно связаны с другими величинами, необходим инструмент для оценки статистических характеристик функций. Сопротивление конструкции и нагрузочный эффект могут быть заданы как функции $Z(X, Y, C, \ldots)$, аргументы которых могут быть случайными и детерминированными величинами. При наличии случайных аргументов результирующую функцию можно рассматривать как случайную величину, характеристики которой получают из соответствующих характеристик основных переменных.

Следует отметить, что характеристика безопасности в виде индекса надежности β обладает рядом недостатков, наиболее существенный из которых − симметричность относительно среднего m_x и асимптотическое продолжение в область отрицательных значений случайной величины с бесконечными пределами распространения в обе стороны. В определенной степени этого недостатка лишены несимметричные распределения с положительной или отрицательной асимметрией α (для нормального распределения α = 0). Учитывать асимметрию, например, рекомендуют Евронормы для определения свойств материала. Кроме этого, распределение вероятностей несущей способности и нагрузочного эффекта (или их составляющих) могут отличаться от нормального распределения. Для этих случаев необходимо иметь доступную процедуру преобразования исходного распределения в нормальное, чтобы воспользоваться оценкой надежности с помощью коэффициента β.

Достаточно простой является процедура преобразования логнормального распределения, которое применяется обычно для описания свойств основных строительных материалов и отличается от нормального тем, что учитывает изменчивость случайных величин в области значений от 0 до ∞.

При наличии существенной асимметрии чаще всего применяется трехпараметрическое логнормальное распределение. Логнормальное распределение, определенное на полубесконечном интервале, обычно описывается тремя параметрами: среднее значение, дисперсии, а также нижнее или верхнее предельное значение или коэффициент асимметрии. Для свойств материалов коэффициент асимметрии может находиться в пределах (0, 1). Для воздействий коэффициент асимметрии может быть даже больше единицы. Логнормальное распределение близко к нормальному, если коэффициент асимметрии α ≈ 0 и абсолютное предельное значение стремится к бесконечности (очень большое). Параметры логнормального двухпараметрического распределения получают из зависимостей

$$\sigma_X = \sqrt{\ln(1 + v_X^2)} \text{ и } \mu_X = \\ = \ln m_X - \sigma_X^2/2 = \ln m_X - \ln\sqrt{1 + v_X^2}. \quad (6)$$

Известно, что если коэффициент асимметрии отрицательный (α < 0), то показатели логнормального распределения ниже (неблагоприятны) показателей нормального распределения. При положительном коэффициенте асимметрии (α > 0) показатели логнормального распределения выше (благоприятны) показателей нормального распределения. Расхождение показателей увеличивается при увеличении коэффициента вариации и уменьшении квантиля вероятности. Если истинная асимметрия невелика, например $|\alpha_X| < 0{,}13$, нормальное распределение является хорошим приближением, т.е. влиянием асимметрии можно пренебречь [2].

Опыт проектирования показывает, что статистические параметры случайных величин и функций можно представить в виде, обеспечивающем удовлетворительную аппроксимацию трехпараметрическим логнормальным распределением [19].

В таблице 2 приведены выражения статистических параметров двумерных функций *Z*(*X, Y*) независимых случайных величин, которые можно применить для приближенной вероятностной оценки сопротивлений конструкций и нагрузочных эффектов (случайные величины выделены полужирным шрифтом).

Коэффициент асимметрии табличной функции *a**X*** + *b* определяется в зависимости от коэффициента вариации v_X по формуле [20]:

$$\alpha_X = (\exp s_X^2 + 2)\sqrt{\exp s_X^2 \div 1}. \qquad (7)$$

При $v_X < 0{,}2$ коэффициент асимметрии можно приближенно вычислить по формуле

$$\alpha_X = 3v_X + v_X^3. \qquad (8)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим для примера железобетонную балку пролетом $l_0 = 6$ м.

Функция прочности балки с одиночным армированием по нормальному сечению прямоугольной формы шириной *b* и рабочей высотой h_0, базовыми переменными которой обычно принимают сопротивления бетона и арматуры

$$M_u = R_b \mathrm{bx}(h_0 \div 0{,}5x), \qquad (9)$$

где $x = R_s A_s / R_b b \le x_R$.

Нагрузочный эффект балки при равномерно распределенной нагрузке *q* представляется в виде изгибающего момента

$$M = \mathrm{ql}_0^2/8. \qquad (10)$$

Условие надежности (1) для данного случая записывается в виде $M_u - M \ge 0$.

Ограничимся примером вероятностного расчета несущей способности балки по формуле (9). Каждый аргумент этой формулы можно рассматривать как случайную величину ***X***. Статистические параметры переменных с соответствующим обоснованием приведены в таблице 3. Стандартные отклонения определены по предельным отклонениям Δ*X* от номинального или нормативного значения *X* в соответствии с правилом трех сигм $s_X \approx \Delta X/3$.

Таблица 2
Статистические параметры функций случайных величин

Table 2
Statistical parameters of random variable functions

*a**X*** + *b*	$am_X + b$	$\lvert a \rvert s_X$	α_X
X^2	$m_X^2 + s_X^2$	$2s_X\sqrt{m_X^2 + m_X s_X \alpha_X}$	$\dfrac{8m_X^3 s_X^3(\alpha_X + 3v_X)}{s_Z^3}$
1/***X***	$\dfrac{(1 - v_X^2 - v_X^3\alpha_X)}{m_X}$	$\dfrac{\sqrt{v_X^2 - 2v_X^3\alpha_X}}{m_X}$	$\dfrac{(6v_X^4 - v_X^3\alpha_X)}{m_X^3 s_Z^3}$
*a**X*** + *b**Y*** + *c*	$am_X + bm_Y + c$	$\sqrt{a^2 s_X^2 + b^2 s_Y^2}$	$\dfrac{(a^3 s_X^3\alpha_X + b^3 s_Y^3\alpha_Y)}{s_Z^3}$
X + ***Y***	$m_X + m_Y$	$\sqrt{s_X^2 + s_Y^2}$	$\dfrac{(s_X^3\alpha_X + s_Y^3\alpha_Y)}{s_Z^3}$
X – ***Y***	$m_X - m_Y$	$\sqrt{s_X^2 + s_Y^2}$	$\dfrac{(s_X^3\alpha_X - s_Y^3\alpha_Y)}{s_Z^3}$
XY	$m_X m_Y$	$m_X m_Y\sqrt{v_X^2 + v_Y^2 + v_X^2 v_Y^2}$	$\dfrac{m_X^3 m_Y^3(v_X^3\alpha_X + v_Y^3\alpha_Y + 6v_X^2 v_Y^2)}{s_Z^3}$
X/Y	$\dfrac{m_X(1 + v_X^2 - v_Y^3\alpha_X)}{m_Y}$	$\dfrac{m_X\sqrt{v_X^2 + v_Y^2 - 2v_Y^3\alpha_Y}}{m_Y}$	$\dfrac{m_X^3(v_X^3\alpha_X - v_Y^3\alpha_Y + 6v_Y^4 + 6v_X^2 v_Y^2)}{m_Z^3 s_Z^3}$

Возможны и иные способы определения коэффициентов вариации [21]. Коэффициенты асимметрии приняты по формуле (8). Следует отметить, что большие значения коэффициентов асимметрии случайных величин сопротивлений бетона и арматуры являются признаком того, что аппроксимация их распределения нормальным законом имеет существенную погрешность. Площадь сечения арматуры показана для одного стержня Ø20 мм (всего принято 2Ø20).

При расчете по предельному состоянию все параметры рассматриваются как детерминированные величины. В результате расчета получено: $h_0 = h - a = 470$ мм; $x = 435{\cdot}628/8{,}5{\cdot}200 = 160{,}7$ мм; $z = h_0 - 0{,}5x = 470 - 0{,}5{\cdot}160{,}7 = 389{,}6$ мм; $N_s = R_sA_s = 435{\cdot}628 = 273{,}20{\cdot}10^3$ Н; $N_b = R_bbx = 8{,}5{\cdot}160{,}7{\cdot}200 = 273{,}20{\cdot}10^3$ Н; $M_u = Nz = 273{,}20{\cdot}10^3{\cdot}389{,}6 = 106{,}44{\cdot}10^6$ Н·мм (106,44 кН·м). Допускаемая расчетная нагрузка определена по формуле (10) $q = 8{\cdot}106{,}44/6^2 = 23{,}65$ кН/м. Относительное граничное значение высоты сжатой зоны определено по формуле $\xi_R = \frac{0{,}8}{1+\varepsilon_{s.el}/\varepsilon_{b2}} = 0{,}491$ (здесь $\varepsilon_{s,el} = R_s/E_s = 435/200000 = 0{,}0022$ и $\varepsilon_{b2} = 0{,}0035$) $x_R = \xi_Rh_0 = 0{,}491{\cdot}470 = 230{,}9$ мм > 160,7 мм.

Таблица 3
Статистические параметры переменных формулы (9)

Table 3
Statistical parameters of formula variables (9)

X	m_X	v_X	s_X	α_X	Обоснование
A_{s1}	314 мм²	0,025	7,85 мм²	0,075	ГОСТ 34028–2016, [1]
R_s	565,6 Н/мм²	0,08	45,26 Н/мм²	0,241	ГОСТ 52544–2006 (А 500, R_{sn} = 500 МПа, R_s = 435 МПа)
b	200 мм	0,02	4 мм	0,06	ГОСТ 21778–82 (8-й класс точности)
h	500 мм	0,01	5 мм	0,03	ГОСТ 21778–82 (8-й класс точности)
a	30 мм	0,05	1,5 мм	0,15	ГОСТ 13015–2012
R_b	14,13 Н/мм²	0,135	1,91 Н/мм²	0,407	СП 63.13330-2012 (В 15, R_{bn} = 11 МПа, R_b = 8,5 МПа)

Таблица 4
Статистические параметры переменных при детерминированных значениях размеров (9)

Table 4
Statistical parameters of variables with deterministic size values (9)

Функция $Z(X,Y)$	m_Z	s_Z	v_Z	α_Z
$A_s = 2A_{s1}$	628	0	0	0
$N_s = R_sA_s$	$355{,}20{\cdot}10^3$	$28{,}42{\cdot}10^3$	0,08	0,241
$N_{b1} = R_bb$	$2{,}83{\cdot}10^3$	$0{,}38{\cdot}10^3$	0,135	0,407
$x = N_s/N_{b1}$	126	18,9	0,150	0,534
$h_0 = h - a$	470	0	0	0
$0{,}5x$	63	9,5	0,150	0,453
$z = h_0 - 0{,}5x$	407	4,7	0,012	0,057
$N_b = N_{b1}x$ ρ = 0,25 ρ = 0,387* ρ = 0,5	$356{,}08{\cdot}10^3$	$72{,}22{\cdot}10^3$ $62{,}70{\cdot}10^3$ $56{,}82{\cdot}10^3$ $51{,}46{\cdot}10^3$	0,203 0,176 0,160 0.145	0,631 0,964 1,296 1,744
$M_b = N_bz$ ρ = 0,25 ρ = 0,387* ρ = 0,5	$144{,}92{\cdot}10^6$	$29{,}47{\cdot}10^6$ $25{,}13{\cdot}10^6$ $22{,}57{\cdot}10^6$ $20{,}20{\cdot}10^6$	0,203 0,173 0,156 0.139	0,632 1,013 1,411 1,970
$M_s = N_sz$	$144{,}21{\cdot}10^6$	$11{,}67{\cdot}10^6$	0,081	0,244

* Оценка корреляции выполнена из статического условия равновесия $N_s = N_b$ случайных величин $2\rho = (1 - \beta v_b)/(1 - \beta v_s) = (1 - 3{,}09{\cdot}0{,}135)/(1 - 3{,}09{\cdot}0{,}08) = 0{,}774$.

Подобную задачу неоднократно решали вероятностными методами и почти всегда пренебрегали изменчивостью геометрических параметров (геометрических несовершенств) из предположения, что отклонения размеров поперечного сечения учтены коэффициентами безопасности для материалов [7, 22, 23, 24]. Такое упрощение, в частности, закреплено Еврономами [25]. Однако в стандарте РФ 2394 об этом говорится достаточно осторожно: если отклонения геометрических размеров могут иметь существенное влияние на работу и несущую способность сооружения, геометрические размеры следует рассматривать как случайные переменные. Очевидно, что приближенные способы вероятностного расчета могут быть полезны для проверки влияния случайных отклонений переменных.

Результаты вероятностного расчета статистических параметров переменных формулы (9) приведены в таблице 4.

При аппроксимации распределения случайной величины $\boldsymbol{M_b}$ нормальным законом вероятностной оценкой надежности может быть величина $\beta = (m_z - M_b)/s_z = (144{,}92 - 106{,}44)/20{,}2 = 1{,}9$ (максимальная обеспеченность расчетного значения прочности балки 0,97). Для случайной величины $\boldsymbol{M_s}$ $\beta = (144{,}21 - 106{,}44)/11{,}67 = 3{,}24$ (обеспеченность 0,9996). Большая разница вероятностных оценок случайных величин $\boldsymbol{M_b}$ и $\boldsymbol{M_s}$ функции (9) отмечалась и ранее, когда изменчивость базовых переменных аппроксимировали нормальным законом.

Возникает вопрос, по какому параметру оценивать вероятность отказа конструкции при равенстве детерминированных значений $M_b = M_s$. Например, в работе [14] сделан вывод, что обеспеченность прочности балки следует принимать по минимальному значению β, и тогда расчетное (с обеспеченностью 0,997) значение прочности следует принимать равным $M_u = 144{,}92 - 3{\cdot}20{,}2 = 84{,}32$ кН·м < 106,44 кН·м. Следует отметить, что вероятностные нормы JCSS (Объединенный комитет по надежности конструкций) рекомендуют при вероятностных расчетах из равноценных выбирать распределение, результатом которого является меньшая степень надежности [16].

При аппроксимации изменчивости случайных величин $\boldsymbol{M_b}$ и $\boldsymbol{M_s}$ логарифмически нормальным законом расчетное значение несущей способности балки: если $\alpha_b = \alpha_s = 0$, то $M_b = 144{,}92 - 3{,}09{\cdot}20{,}2 = 82{,}5$ кН·м < M_u кН·м и $M_s = 144{,}21 - 3{,}09{\cdot}11{,}67 = 108{,}15$ кН·м > M_u кН·м. Но при логнормальном распределении вместо коэффициента β следует принимать коэффициент вероятности *u* в зависимости от коэффициента асимметрии (таблица 5).

Если $\alpha_b = 0{,}632$ (при коэффициенте корреляции $\rho = 0$ переменных $\boldsymbol{N_{b1}}$ и $\boldsymbol{x}$) $u = 2{,}336$ и $M_b = 144{,}92 - 2{,}335{\cdot}29{,}47 = 76{,}08$ кН·м < M_u кН·м; если $\alpha_b = 1{,}013$ (при $\rho = 0{,}25$) $M_b = 144{,}92 - 1{,}983{\cdot}25{,}13 = 95{,}09$ кН·м < M_u кН·м; если $\alpha_b = 1{,}411$ (при $\rho = 0{,}387$) $M_b = 144{,}92 - 1{,}756{\cdot}22{,}57 = 105{,}29$ кН·м ≈ M_u кН·м (погрешность около 1 %); если $\alpha_b = 1{,}97$ (при $\rho = 0{,}5$) $M_b = 144{,}92 - 1{,}437{\cdot}20{,}2 = 115{,}89$ кН·м > M_u кН·м, при этом $\alpha_s = 0{,}24$ и $M_s = 144{,}21 - 2{,}83{\cdot}11{,}67 = 111{,}18$ кН·м > M_u кН·м. Учтена отрицательная корреляция переменных $\boldsymbol{N_{b1}}$ и $\boldsymbol{x}$ при определении стандартного отклонения переменной N_b в соответствии с формулой (2), так как при большей прочности сжатого бетона требуется меньшая его площадь.

Таблица 5
Значения коэффициента вероятности при логнормальном распределении

Table 5
Values of the probability coefficient when a lognormal distribution

α_x	*u* при P = 0,05	*u* при P = 0,001
− 2,0	− 1,89	− 6,24
− 1,0	− 1,85	− 4,70
− 0,5	− 1,77	− 3,86
0,0	− 1,64	− 3,09
0,5	− 1,49	− 2,46
1,0	− 1,34	− 1,99
2,0	− 1,10	− 1,42

Для проверки условия , преобразованного в $\psi = \xi_R - \xi \geq 0$, вычислены статистические параметры переменной ξ_R с учетом изменчивости $\boldsymbol{R_s}$: $m_{\xi R} = 0{,}440$; $s_{\xi R} = 0{,}043$ и $\alpha_{\xi R} = 0{,}253$. Параметры ξ: $m_\xi = 126/470 = 0{,}268$; $s_\xi = 18{,}9/470 = 0{,}043$ и $\alpha_\xi = 0{,}534$. Для приближенной оценки статистических параметров функции ψ можно воспользоваться формулой для функции $\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}$ (см. таблицу 2). Получено $m_\psi = 0{,}44 - 0{,}268 = 0{,}172$; $s_\psi = (0{,}04^2 + 0{,}043^2)^{1/2} = 0{,}059$ и положительное значение коэффициента асимметрии $\alpha_\psi == 0{,}066$. Так как $\alpha_\psi < 0{,}1$, то распределение переменной ψ можно принять по нормальному закону. Поэтому вероятность условия определена по формуле (2) по индексу надежности $\beta_\psi = 0{,}172/0{,}059 = 2{,}915$ (вероятность 0,9982).

Из таблицы 5 видно, что нормируемые значения переменных при нормальном распределении ($\alpha = 0$) могут значительно отличаться от соответствующих величин асимметричного логнормального распределения. Тем самым при аппроксимации случайных величин переменных логнормальным распределением устраняется противоречие вероятностных методов и метода предельного состояния применительно к задаче оценки надежности изгибаемых железобетонных элементов.

В таблице 6 приведены результаты расчета функции (9) с учетом изменчивости всех переменных.

При аппроксимации распределения случайной величины $\boldsymbol{M_b}$ нормальным законом индекс надежности $\beta = (144{,}92 - 106{,}44)/20{,}64 = 1{,}86$, случайной величины $\boldsymbol{M_s}$ $\beta = (144{,}21 - 106{,}44)/12{,}68 = 2{,}98$. Разница вероятностных оценок случайных величин $\boldsymbol{M_b}$ и $\boldsymbol{M_s}$ остается большой.

Таблица 6
Статистические параметры переменных функций формулы (9)

Table 6
Statistical parameters of formula variable functions (9)

Функция $Z(X,Y)$	m_Z	s_Z	v_Z	α_Z
$A_s = 2A_{s1}$	628	15,7	0,025	0,075
$\boldsymbol{N_s = R_s}A_s$	$355{,}2\cdot10^3$	$29{,}8\cdot10^3$	0,084	0,251
$\boldsymbol{N_{b1} = R_b b}$	$2{,}83\cdot10^3$	0,386	0,136	0,411
$\boldsymbol{x = N_s/N_{b1}}$	127,9	18,0	0,141	0,664
$\boldsymbol{h_0 = h - a}$	470	5,22	0,011	0,023
0,5*x*	64	9	0,141	0,425
$\boldsymbol{z = h_0 - 0{,}5x}$	406	10,4	0,026	- 0,273
$\boldsymbol{N_b = N_{b1}x}$ $\rho = 0{,}25$ $\rho = 0{,}387$ $\rho = 0{,}5$	$356{,}08\cdot10^3$	$70{,}09\cdot10^3$ $60{,}8\cdot10^3$ $55{,}05\cdot10^3$ $49{,}81\cdot10^3$	0,197 0,171 0,155 0.140	0,669 1,025 1,380 1,863
$\boldsymbol{M_b = N_b z}$ $\rho = 0{,}25$ $\rho = 0{,}387$ $\rho = 0{,}5$	$144{,}92\cdot10^6$	$28{,}81\cdot10^6$ $25{,}07\cdot10^6$ $22{,}78\cdot10^6$ $20{,}64\cdot10^6$	0,199 0,173 0,157 0.142	0,670 1,012 1,347 1,795
$\boldsymbol{M_s = N_s z}$	$144{,}21\cdot10^6$	$12{,}68\cdot10^6$	0,088	0,254

При аппроксимации распределения случайных величин $\boldsymbol{M_b}$ и $\boldsymbol{M_s}$ логарифмически нормальным законом и $\alpha_b = \alpha_s = 0$ расчетные значения несущей способности балки M_b = 144,92 – 3,09·20,64 = 81,14 кН·м < M_u кН·м (с учетом корреляции) и M_s = 144,21 – 3,09·12,68 = = 105,03 кН·м < M_u кН·м. При $\alpha_М$ = 0,67: M_b = = 144,92 – 2,3·28,81 = 78,65 кН·м < M_u кН·м; при $\alpha_М$ = 1,012: M_b = 144,92 – 1,99·25,97 = = 93,24 кН·м < M_u кН·м; если α_b = 1,347 (при ρ = 0,387) M_b = 144,92 – 1,79·22,78 = = 104,14 кН·м ≈ M_u кН·м; при $\alpha_М$ = 1,795: M_b = = 144,92 – 1,53·20,64 = 113,34 кН·м > M_u кН·м, при этом M_s = 144,21 – 2,82·12,68 = 108,44 кН·м > > M_u кН·м.

Влияние изменчивости геометрических размеров в приведенном примере оказалось несущественным, около 3%.

Для дальнейшего расчета примем m_R = 144,21 кН·м, s_R =11,67 кН·м и α_R = 0,244.

Допускаемая расчетная нагрузка определена по формуле (10) $q = 8 \cdot 106{,}44/6^2 = 23{,}65$ кН/м. Пусть балка загружена постоянной и временной нагрузкой $q = g + s$ с коэффициентом вариации v_g = 0,05.

Примем статистические характеристики постоянной нагрузки m_g = 12 кН/м, s_g = 0,6 кН·м и временной нагрузки m_s = 8 кН/м, s_s = 0,4 кН·м. Коэффициент асимметрии: для постоянной нагрузки, распределенной по логнормальному закону, по формуле (8) α_g = 0,15; для временной нагрузки, распределенной по закону Гумбеля, α_s = 1,14 [2].

Обобщенные статистические характеристики определяем по функции $\boldsymbol{X} + \boldsymbol{Y}$ (см. таблицу 2). Получено $m_q = m_g + m_s$ = 54 + 36 = 90 кН·м, $s_q = \sqrt{s_g^2 + s_s^2} = \sqrt{0,6^2 + 0,4^2}$ = 0,72 кН·м и $\alpha_q = \left(s_g^3\alpha_g + s_s^3\alpha_s\right)/s_q^3 = (0,6^3 0{,}15 + + 0,4^3 1{,}14)/0,72^3$ = 0,282. По формуле (10) уточняем и принимаем для дальнейшего расчета статистические характеристики нагрузочного эффекта m_F = 90 кН·м, s_F = 3,24 кН·м и α_F = 0,282.

Индекс надежности балки определяем при α = 0 по формуле (2) $\beta = (144{,}21 - 90)/(11{,}67^2 + +3{,}24^2)^{1/2} = 34{,}21/12{,}11 = 2{,}82 < 3{,}09$ (надежность 0,9975 меньше требуемой 0,999).

Для приближенной оценки асимметрии распределения функции S можно воспользоваться формулой для функции $\boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y}$ (см. таблицу 2). Получено положительное значение коэффициента асимметрии $\alpha_S = (11,67^3 0{,}244 \div 3,24^3 0{,}282)/12,11^3$ = = 0,213.

Возможны приемы, позволяющие выполнить приближенно вероятностный расчет функции S с применением трехпараметрического распределения [5]. В зависимости от коэффициента асимметрии можно приближенно вычислить коэффициент c_S

$$c_S = \left[\left[\left(\sqrt{\alpha_S^2 + 4} + \alpha_S\right)^{1/3} \div \left(\sqrt{\alpha_S^2 + 4} \div \alpha_S\right)^{1/3}\right]\right]/\sqrt[3]{2}. \quad (11)$$

Получено положительное значение коэффициента c_S = 0,071.

Если в функции трехпараметрического логнормального распределения применяется параметр c_S, то преобразование статистических параметров производится по формулам

$$\sigma_S = \sqrt{\ln(1 + c_S^2)} \text{ и } \mu_S = \ln(s_S/c) \div$$
$$\div \ln|m_S \div s_S/c| \div \sigma_{S^2}/2 -. \quad (12)$$

Получим по формулам (12) параметры преобразованной переменной $\sigma_S = [\ln(1 + c_S^2)]^{1/2}$ = =0,071 и $\mu_S = \ln(s_S/c_S) - \ln|m_S - s_S/c_S| - \sigma_S^2/2$ = = 0,379. Индекс надежности $\beta = \mu_S/\sigma_S$ = 5,34 > > 3,09.

Таким образом, учет асимметрии позволяет подтвердить высокую надежность балки, рассчитанной по методу предельного состояния.

ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Существует тенденция к постепенному переходу к вероятностным методам расчета, поскольку путь обеспечения надежности зависит от огромного числа факторов, связанных с эксплуатацией конструкции и влияние которых проблематично оценить частными коэффициентами метода предельных состояний. К тому же полувероятностный метод предельных состояний, который регламентирует ГОСТ 27751, обеспечивая надежность конструкций, не даёт ответа на вопрос, насколько конструкция надёжна в тех или иных условиях.

При вероятностных расчетах рассматриваются случайные величины и функции, распределенные по разным законам, зачастую неизвестным. Эта неопределенность ориентирует проектировщика на теоретические методы оценки надежности и умение оперативного её определения. Упрощенные процедуры расчета позволяют выполнить оперативную оценку конструктивной надежности с использованием вероятностных концепций.

Для оперативной оценки надежности конструкций существуют приближенные методы. Метод двух моментов применим для оценки надежности в относительно простых расчетных ситуациях и при сравнении вариантов. Метод проектных точек является модификацией метода моментов для расчета конструкций на заданную надежность. Но оба метода основаны на распределении переменных по нормальному закону, в то время как временные нагрузки распределены по асимметричным законам.

Предлагается приближенный способ вероятностного расчета и оценки надежности достаточно сложных композиций случайных величин с последовательной реализацией статистических параметров двухэлементных функций, аппроксимированных логнормальным трехпараметрическим распределением. При положительной асимметрии переменных результаты расчета с применением симметричного нормального распределения могут быть значительно заниженными.

На примере сравнили расчетное значение $M_u = M_b = M_s$ = 106,44 кН·м несущей способности железобетонной балки по нормальным сечениям, запроектированной по предельным состояниям, и расчетные значения по бетону и арматуре M_b и M_s, полученные вероятностным методом с обеспеченностью 0,999. При аппроксимации изменчивости случайных величин $\boldsymbol{M_b}$ и $\boldsymbol{M_s}$ логарифмически нормальным законом получены расчетные значения M_b и M_s: если $\alpha_b = \alpha_s = 0$ (асимметрия не учитывается), то $M_b < M_u$ и $M_s > M_u$ (расхождение между M_b и M_s около 30%); если $\alpha \neq 0$, $M_b \approx M_s > M_u$. Тем самым показано, что вероятностным расчетом с учетом коэффициента асимметрии обоснована обеспеченность расчетного значения несущей способности железобетонной балки по нормальным сечениям, запроектированной по предельным состояниям.

Пренебрежение асимметрией может существенно исказить оценку надежности конструкций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Перельмутер А.В. Развитие требований к безотказности сооружений // Вестник ТГСАУ. 2015. № 1. С. 81-101.
2. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям. Санкт-Петербург, Наука, 2001. 295 с.
3. Осипов С.Н. Об оценке надежности результатов испытаний физических свойств строительных материалов // Наука и техника. 2014. № 5. С. 1-7.
4. Краснощеков Ю.В. Учет изменчивости постоянных нагрузок при расчете конструкций зданий и сооружений // Вестник СибАДИ. 2018. № 1. С. 88-97.
5. Краснощеков Ю.В., Заполева М.Ю. Основы проектирования конструкций зданий и сооружений. Москва, Инфра-Инженерия, 2019. 316 с.
6. Колдин А.О., Петров И.С., Сорокин Е.В. Оценка влияния расчетно-конструктивных параметров на надежность железобетонных плит безопалубочного формования // Актуальные вопросы строительства. Саранск, МордГУ, 2007. С. 109-117.
7. Лычев А.С. Надежность строительных конструкций. Москва, АСВ, 2008. 184 с.
8. Райзер В.Д. Теория надёжности сооружений. Москва, АСВ, 2010. 384 с.
9. Шпете Г. Надёжность несущих строительных конструкций. Москва, Стройиздат, 1994. 288 с.
10. Складнев Н,Н., Дрейер Ф.Э. О вероятностном расчете и проектировании железобетонных изгибаемых элементов // Строительная механика и расчет сооружений. 1983. № 3. С. 1-4.
11. Андреев О.О. Оценка несущей способности железобетонных сечений с учетом вероятностной природы прочности бетона и стали. Строительная механика и расчет сооружений. 1984. № 6. С. 16–19.
12. Гвоздев А.А., Краковский М.Б., Бруссер М.И. [и др.] Связь статистического контроля прочности бетона с надежностью железобетонных конструкций // Бетон и железобетон. 1985. № 3. С. 37-38.
13. Кудзис А.П. Оценка надежности железобетонных конструкций. Вильнюс. 1985. 156 с.
14. Неверова Е.Г., Гасратова Н.А. Расчет надежности железобетонных элементов конструкций // Молодой ученый. 2016. №9. Ч. 1. С. 1-10.
15. Гуща Ю.П., Бруссер М.И., Краковский М.Б., Фигаровский В.В. Стандарт на правила контроля прочности бетона // Бетон и железобетон. 1988. № 1. С. 39-40.
16. JCSS Probabilistic Model Code, Zurich: Joint Committee on Structural Safeti, 2001.
17. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Москва, Высшая школа, 1999. 576 с.
18. Gulvanessian H., Calgaro J.-A., Holicky M. Designer's Guide to EN 1990, Eurocode: Basis of Structural Design. Thomas Telford. London, 2002. 192 p.
19. Holicki M. Implementation of Eurocodes Handbook 2 [Руководство по использованию Еврокодов. Базовые принципы конструктивной надежности]. 2016. Pp. 73-104.
20. Hastigs N.A.J., Peacock J.B. Statistical distributions. London Butterworths. 1975. 96 p.
21. Краснощеков Ю.В. О безопасности железобетонных мостов с плитными пролетными строениями // Вестник СибАДИ. 2018. № 6. С. 923-932.
22. Holicky M., Vrouwenvelder T. Realiability analysis of a reinforced concrete column designed according to the Eurucodes, JABSE Colloquium. Delft, 1996. Pp. 251-265.
23. Краснощеков Ю.В. Оценка надежности железобетонных элементов покрытий // Промышленное и гражданское строительство. 2005. № 9. С. 23-25.
24. Ивашенко Ю.А., Фердер А.В. Система уравнений для определения функций распределения

при вероятностных методах расчета // Вестник ЮУрГУ. 2017. Т. 17, № 1. С. 34-37.

25. Биби Э.В., Нараянан Р.С. Проектирование железобетонных конструкций. Москва, МГСУ, 2013. 292 с.

REFERENCES

1. Perel'muter A.V. Razvitie trebovaniy k bezopasnosti sooruzheniy [Development of requirements for reliability of structures]. *Vestnik TGSAU*. 2015; 1: 81-101. (In Russian)

2. Vadzinskiy R.N. Spravochnik po veroyatnostnym raspredeleniyam [Handbook of probability distributions]. Sankt-Peterburg, Nauka, 2001. 295 c. (In Russian)

3. Osipov S.N. Ob otsenke nadezhnosti resultatov ispytaniy fizicheskikh svoystv stroitel'nykh materialov [On evaluating the reliability of test results of physical properties of building materials]. Nauka I tekhnika [Science and technology]. 2014; 5: 1-7. (In Russian)

4. Krasnoshchekov Yu. V. Uchet izmenchivosti postoyannykh nagruzok pri raschete konstruktsiy zdaniy I sooruzheniy [Taking into account the variability of constant loads when calculating structures of buildings and structures]. Vestnik SibADI. 2018; 15(1): 88-97. (In Russian)

5. Krasnoshchekov Yu. V., Zapoleva M. Yu. Osnovy proektirovaniya konstruktsiy zdaniy i sooruzheniy [Fundamentals of design of structures of buildings and structures]. Moskow-Vologda, Infra-inzheneriya Publ., 2019. 316 p. (In Russian)

6. Koldin A.O., Petrov I.S., Sorokin E.V. Otsenka vliyaniya raschetno-konstruktivnykh parametrov na nadezhnost' zhelezobetonnykh plit bezopalubochnogo formovaniya [Evaluation of the influence of design parameters on the reliability of reinforced concrete slabs without formwork]. *Aktualnye voprosy stroitelstva*. Saransk. *Vestnik MordGU*. 2007. 109-117.

7. Lychev A.S. Nadyozhnost' stroitelnykh konstruktsiy [Reliability of building structures]. Moskow. ASV, 2008. 184 p. (In Russian)

8. Raizer V.D. Teoriya nadezhnosti sooruzheniy [Theory of reliability of structures]. Moskow, ASV, 2010. 384 p. (In Russian)

9. Shpete G. Nadezhnost nesushchikh stroitelnykh konstruktsiy [Reliability of load-bearing building structures]. Trans. from German. Moskow, Stroyizdat,1994. 288 p. (In Russian)

10. Skladnev N.N., Dreyer F.E. O veroyatnostnom raschete I proektirovanii zhelezobetonnykh izgibaemykh elementov [On probabilistic calculation and design of reinforced concrete bending elements]. Stroitelnaya mekhanika I raschet zooruzheniy [Construction mechanics and calculation of structures]. 1983; 3: 1-4. (In Russian)

11. Andreev O.O. Otsenka nesushchey sposobnosti zhelezobetonnykh secheniy s uchetom veroyatnostnoy prirody prochnosti betona I stali [Evaluation of the load-bearing capacity of reinforced concrete sections with consideration of the probabilistic nature of the strength of concrete and steel]. *Stroitelnaya mekhanika I raschet zooruzheniy*. 1984; 6: 16-19. (In Russian)

12. Gvozdev A.A., Krakovskiy M.B., Brusser M.I. i dr. Svyaz' staticheskogo kontrolya prochnosti betona s nadezhnost'yu zhelezobetonnykh konstruktsiy [Relationship of statistical control of concrete strength to the reliability of reinforced concrete structures]. *Beton I zhelezobeton*. 1985; 3: 37-38. (In Russian)

13. Kudzis A.P. Otsenka nadezhnusti zhelezobetonnykh konstruktsiy [Evaluating the reliability of reinforced concrete structures]. *Vilnyus*. 1985. 156 p. (In Russian)

14. Neverova E.G., Gasratova N.A. Raschet nadezhnusti zhelezobetonnykh elementov konstruktsiy [Calculation of reliability of reinforced concrete structural elements]. Molodoy uchenyy [Young scientist]. 2016; 9: 1-10. (In Russian)

15. Gushcha Yu.P., Brusser M.I., Krakovskiy M.B., Figarovskiy V.V. Standart na pravila kontrolya prochnosti betona [Standard for concrete strength control rules]. *Beton I zhelezobeton*. 1988; 1: 39-40. (In Russian)

16. JCSS Probabilistic Model Code, Zurich: *Joint Committee on Structural Safeti*. 2001.

17. Venttsel' E.S. Teoriya veroyatnostey [Probability theory]. Moskow, Vysshaya shkola, 1999. 576 p. (In Russian)

18. Gulvanessian H., Calgaro J.-A., Holicky M. Designer's Guide to EN 1990, Eurocode: Basis of Structural Design. Thomas Telford. London, 2002. 192 p.

19. Holicki M. Implementation of Eurocodes Handbook 2. 2016. Pp. 73-104.

20. Hastigs N.A.J., Peacock J.B. Statistical distributions. London Butterworths. 1975. 96 p.

21. Krasnoshchekov Yu. V. O bezopasnosti zhelezobetonnykh mostov s plitnymi proletnymi stroeniyami [On the safety of reinforced concrete slab bridges with spans structures]. *Vestnik SibADI*. 2018; 15(6): 923-932. (In Russian)

22. Holicky M., Vrouwenvelder T. Realiability analysis of a reinforced concrete column designed according to the Eurucudes, JABSE Colloquium. Delft, 1996. 251-265.

23. Krasnoshchekov Yu. V. Otsenka nadezhnosti zhelezobetonnykh elementov pokrytiy [Assessment of the reliability of reinforced concrete elements of coatings]. *Promyshlennoe I grazhdanskoe stroitelstvo*. 2005; 9: 23-25. (In Russian)

24. Ivashenko Yu.A., Ferder A.V. Sistema uravneniy dlya opredeleniya funktsiy raspredeleniya pri veroyatnostnykh metodakh rascheta [System of equations for determining distribution functions in probabilistic methods of calculation]. *Vestnik YuurGU*. 2017; 1: 34-37. (In Russian)

25. Beeby A.W., Narayanan R.S. Design of concrete structures. Moskow, MDSU, 2013. 292 p. (In Russian)

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Краснощеков Юрий Васильевич – д-р. техн. наук, ORCID 0000-0002-6695-1648, проф. кафедры «Строительные конструкции» ФГБОУ ВО «Сибирский автомобильно-дорожный университет» (СибАДИ) (644080, Россия, г. Омск, пр. Мира, 5. E-mail: uv1942@mail.ru).

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Yuriy V. Krasnoshchekov – Dr. of Sci, ORCID 0000-0002-6695-1648, Professor of the Building Structures Department, Siberian State Automobile and Highway University (SibADI) (644080, Russia, Omsk, Mira Ave, 5. E-mail: uv1942@mail.ru).