

## РАЗДЕЛ II

### СТРОИТЕЛЬСТВО. СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИЗДЕЛИЯ

---

УДК 625.7

#### МОДИФИКАЦИЯ КРИТЕРИЕВ ПРОЧНОСТИ И УСЛОВИЙ ПЛАСТИЧНОСТИ ПРИ РАСЧЕТАХ ДОРОЖНЫХ ОДЕЖД

Н. П. Александрова, А. С. Александров, В. В. Чусов  
ФГБОУ ВПО «СибАДИ», Россия, г. Омск.

**Аннотация.** В статье рассматривается влияние на прочность и пластичность материалов, накапливающихся в них повреждений. Авторами предпринята попытка модификации оригинальных критериев прочности и условий пластичности, базирующаяся на традиционном способе учета этого явления. Этот способ состоит в том, что в уравнение предельного состояния или предельной поверхности вводятся меры теории поврежденности, к которым традиционно относят сплошность Л.М. Качанова  $\psi$  и поврежденность Ю.Н. Работнова  $\omega$ . Одна из этих мер содержится в функции, являющейся множителем к тензору напряжений, что позволяет преобразовать тензор неповрежденного тела в тензор напряжений поврежденного тела. В статье рассматриваются возможности такой модификации, как для достаточно простых критериев Друкера – Прагера, Ладе–Дункана, Матцуока–Накаи и Кулона–Мора, так и современных мультиповерхностных критериев для расчетов на прочность и сопротивление сдвигу соответственно.

**Ключевые слова:** Критерий прочности, условие пластичности, поврежденность Ю. Н. Работнова, сплошность Л. М. Качанова, критерий двойного сдвига.

#### Постановка научной задачи

Слои дорожных одежд из монолитных материалов традиционно рассчитываются по критерию сопротивления растяжению от изгиба, в основе которого заложена первая теория прочности. Суть этой теории сводится к тому, что разрушение возникает тогда, когда наибольшее нормальное напряжение достигает величины предела прочности. Вследствие того, что этот критерий не учитывает влияние других компонент тензора напряжений, то прочность материала оценивается неверно. Историю развития нормативных методов расчета слоев из монолитных материалов жестких дорожных одежд по этому критерию можно проследить, анализируя нормативные документы [1–3]. Из этого анализа следует, что специалистами дорожной отрасли проделана большая работа в области исследования влияния различных факторов на прочность асфальтобетона при изгибе. Так с 1983 г. [2] стали учитывать неоднородность образцов введением статистической функции и определения расчетного сопротивления растяжению при изгибе, а так же влияние

климатических факторов и воздействия повторных нагрузок, обуславливающих усталостное снижение прочности. В последнем нормативном документе [3] коэффициент усталости определяется по эмпирической формуле, описывающей результаты испытаний, выполненных с асфальтобетонами на различных битумах. Критерий прочности в нормативных документах не изменялся никогда, хотя О.Т. Батраков [4] указывал на необходимость замены первой теории прочности критерием О. Мора. Вследствие того, что главные напряжения одного знака являются удерживающими по отношению друг к другу, то критерии нормативных документов всегда недооценивали прочность асфальтобетона при расчете на растяжение от изгиба. ВСН 46-83 регламентировал расчет асфальтобетонных покрытий по сопротивлению сдвигу, но еще в период действия этого нормативного документа такой расчет был отменен. В настоящее время на покрытиях дорог обнаруживается колея, которая зачастую сопровождается выпорами, что явно свидетельствует о сдвиге асфальтобетона в покрытии. Вследствие этого

критерий расчета покрытий по сопротивлению сдвигу необходимо возродить, но в его основу необходимо закладывать современное условие пластичности.

В связи с выполненным анализом нормативных документов задачами публикациями является совершенствование критерия прочности и условия пластичности, заключающееся в учете динамики накопления повреждений в структуре материала.

#### Состояние вопроса

В механике используется два фундаментальных представления о теории поврежденности и ее мерах [5, с.14]. Оба направления получили широкое распространение при оценке напряженно деформированного состояния (НДС) материалов, определения их прочности и начала пластичности или течения. В соответствии с первым направлением под мерой теории поврежденности понимают отношение числа нагрузок, приложенных к материалу, к его долговечности, представляющей собой число таких же нагрузок, которое материал должен выдержать до разрушения при заданной величине циклического напряжения [5]. Мера поврежденности определяется по формуле Пальмгрена – Майнера

$$D = \frac{n}{N(\sigma)}, \quad (1)$$

где  $n$  и  $N(\sigma)$  – приложенное число нагрузок и его предельное значение, которое выдерживает материал при данном циклическом напряжении  $\sigma$ .

Гипотезу усталостного разрушения, положенную в основу методов этого направления сформулировал Пальмгрен и дал ее простое математическое представление. Словами гипотеза линейного усталостного разрушения формулируется в виде: «Разрушение материала наступает тогда, когда сумма повреждений от различных по величине амплитуд напряжений становится равной единице». В математическом виде гипотезу записывают уравнением

$$\sum_{i=1}^n D_i = \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N(\sigma)_i} = 1, \quad (2)$$

где  $i$  и  $n$  – номер и общее количество значений (амплитуд) напряжений.

Дальнейшее развитие этого направления привело к появлению работ, в которых предложены:

1. Нелинейные законы суммирования поврежденностей.

2. Сложные функции для определения меры  $D$ , зависящей как от отношения  $n/N(\sigma)$ , так и от величины амплитуды напряжения, параметров материала и ряда других факторов.

Это направление теории поврежденности было востребовано специалистами дорожной отрасли [6, 7]. Е. В. Углова применила принцип линейного суммирования повреждений для учета кинетики их накопления в процессе эксплуатации асфальтобетонного покрытия [6, с. 28]

$$D = \frac{\sum n_{t(\text{расч})}}{N_{t(\text{расч})}}, \quad (3)$$

где  $n_{t(\text{расч})}$  – фактическое количество приложений нагрузок в течение периода  $t$ ;  $N_{t(\text{расч})}$  – допустимое количество приложений нагрузок при напряжениях цикла  $\sigma$ .

Допустимое количество приложений нагрузок при различных условиях нагружения асфальтобетонного покрытия рассчитывается по формуле [6, с. 28]

$$N_{t(\text{расч})} = \left( \frac{R_{\text{изг}}}{\sigma_t} \right)^n, \quad (4)$$

где  $R_{\text{изг}}$  – предел прочности на растяжение от изгиба, Па;  $\sigma_t$  – растягивающее напряжение при изгтбе, Па;  $n$  – показатель усталости.

Зависимость (4) может быть представлена в виде критерия прочности

$$\sigma_t \cdot \sqrt[n]{N_{t(\text{расч})}} \leq R_{\text{изг}} \quad \text{или} \quad \sigma_t \leq \frac{R_{\text{изг}}}{\sqrt[n]{N_{t(\text{расч})}}}. \quad (5)$$

По сути, зависимость (5) является первой теорией прочности, учитывающей влияние числа повторных нагрузок, но игнорирующей влияние других компонент тензора напряжений на условия разрушения материала. Влияние поврежденности состоит либо в снижении прочности, либо, наоборот, в увеличении напряжения.

Другим направлением учета снижения сплошности материала является применение мер Л. М. Качанова и Ю. Н. Работнова. В соответствии с предложением Л. М. Качанова постоянные материала характеризуется параметром  $\psi$ , называемым сплошностью [8, 9] и определяемый отношением напряжений в сплошном  $\sigma$  и поврежденном материале  $\sigma_s$ , а именно,  $\psi = \sigma / \sigma_s$  ( $\sigma_s \geq \sigma$ ) [5]. Для неповрежденной среды  $\psi = 1$ , а для материала с дефектами структуры параметр  $\psi < 1$  и убывает по мере накопления несплошностей

[9]. Кинетика поврежденности по Л. М. Качанову и рост напряжения описывается степенным уравнением, включающим помимо сплошности еще два параметра [8, 9]. Ю. Н. Работнов в качестве меры предложил параметр, называемый поврежденность  $\omega$  [10]. Под поврежденностью  $\omega$  следует понимать суммарную площадь дефектов, выраженную в долях от геометрической площади целого неразрушенного сечения. Ю. Н. Работнов пишет [10, с. 675]: «Если геометрическая площадь поперечного сечения есть  $F$ , то эффективная площадь, воспринимающая нагрузку, есть  $F \cdot (1-\omega)$ ». Вследствие этого истинное напряжение определяется отношением нагрузки  $N$ , воспринимаемой сечением к эффективной площади  $F \cdot (1-\omega)$ . Отношение нагрузки  $N$  к геометрической площади сечения  $F$  определяет величину напряжения  $\sigma$  в сплошном сечении. Поэтому зависимость истинных напряжений, возникающих в поврежденном сечении  $\sigma_s$ , по Ю. Н. Работнову определяется уравнением  $\sigma_s = \sigma / (1-\omega)$  [10, с. 675]. Если эту зависимость, подставить в уравнение Л. М. Качанова, определяющего сплошность  $\psi$ , то получим

$$\psi = \sigma \cdot \frac{1-\omega}{\sigma} = 1-\omega. \quad (6)$$

Из (6) следует:

$$\omega = 1-\psi. \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) выражают собой взаимосвязь между двумя параметрами теории поврежденности сплошностью  $\psi$  по Л. М. Качанову и поврежденностью  $\omega$  по Ю. Н. Работнову. Эти зависимости являются фундаментальными и применяются в уравнениях, описывающих кинетику, накопления повреждений материалом [8, 9]. Как следствие из (6) или (7) можно получить:

$$\omega + \psi = 1. \quad (8)$$

Из (8) следует отличие параметров сплошности и поврежденности друг от друга, состоящее в том, что каждый из них характеризует суммарную относительную площадь, занятую дефектами (это поврежденность  $\omega$ ), и – без дефектов (это сплошность  $\psi$ ). Сумма этих параметров (8) равна единице, то есть сумма этих мер есть не что иное, как геометрическая площадь сечения, выраженная как единица.

Определение поврежденности выполняет отношением различных физических и механических характеристик материала в поврежденном и неповрежденном образце [11, 12]. К таким характеристикам относят размеры дефектов, модули Юнга и упругости материала, пористость, плотность и т.п.

Меры теории поврежденности включают в критерии прочности таким образом, что характеристики напряженного состояния увеличиваются по мере уменьшения сплошности. Такие критерии приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Критерии, включающие меры теории поврежденности

Авторы	Математическое представление критерия
1	2
1. Критерий Ю. Н. Работнова [9]	$\frac{\sigma_1}{1-\omega} - \sigma_3 = R_t,$ где $R_t$ – временная прочность, Па.
2. Критерий Милейко – Работнова [9]	$\frac{1}{1-\omega} \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_{II}}{2} = R_t.$
3. Критерий Шима-Ояане [13]	$\frac{3 \cdot J_2}{\sigma_{Tm}^2} + a \cdot n^b \cdot \left( \frac{I_1}{3 \cdot \sigma_{Tm}} \right)^2 - (1-n)^5 = 0,$ где $a$ и $b$ – параметры материала; $\sigma_{Tm}$ – предел текучести материала с нулевой пористостью (непористого материала); $n$ – пористость.
4. Критерий Гюрсона [14]	$\frac{3 \cdot J_2}{\sigma_{Tm}^2} + 2 \cdot n \cdot \cosh \left( \frac{I_1}{2 \cdot \sigma_{Tm}} \right) - (1+n)^2 = 0.$
5. Критерий Твергаарда [15, 16]	$\frac{3 \cdot J_2}{\sigma_{Tm}^2} + 2 \cdot a \cdot n \cdot \cosh \left( \frac{b \cdot I_1}{2 \cdot \sigma_{Tm}} \right) - (1+(a \cdot n)^2) = 0.$

Продолжение Таблицы 1

6. Критерий Лии–Оюнга [17]	$3 \cdot J_2 + 0,25 \cdot n \cdot I_1^2 + (1-n) \cdot (R_{c0} - R_{p0}) \cdot (-I_1) = R_{c0} \cdot R_{p0} \cdot (1-n)^2,$ где $R_{c0}$ и $R_{p0}$ – прочность на одноосное сжатие и растяжение эквивалентного непористого (неповрежденного) материала.
7. Критерий Софрониса [18]	$2 \cdot J_2 \cdot \cos \Theta = \left( \frac{1+n}{1-n} \right)^{\frac{-m}{1+m}} \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{m \cdot n}{1 - \sqrt[n]{n}} \right)^{\frac{2}{1+m}} \cdot \left( \frac{I_1}{2 \cdot m} \right)^2},$ где $m$ – параметр материала
8. Критерий Г. Г. Литвинского [19]	$\tau_{nt} = \tau_0 \cdot \psi \cdot \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_0 \cdot \psi} + 1 \right)^{a \cdot \psi}.$

Из анализа критериев таблицы 2 следует, что критерии поврежденных тел разработаны для пористых металлов, вследствие чего могут оказаться неприменимы к дорожно-строительным материалам. Поэтому учет влияния несплошностей в структуре материала на его пластичность и прочность необходимо выполнять, модифицируя критерии, созданные для реальных материалов, но базирующихся на гипотезе об их сплошном строении.

**Критерии прочности и пластичности с мерами теории поврежденности**

Компоненты тензора поврежденного тела  $\sigma_{ij\omega}$  и сплошного тела  $\sigma_{ij}$  связаны зависимостью:

$$\sigma_{ij\omega} = \frac{\sigma_{ij}}{1-\omega} = \frac{\sigma_{ij}}{\psi}. \quad (9)$$

Формулы для расчета характеристик напряженного состояния поврежденного тела приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Характеристики напряженного состояния поврежденного тела

Наименование характеристики	Формула
1	2
Главные напряжения $\sigma_{1\omega}, \sigma_{2\omega}, \sigma_{3\omega}$	$\sigma_{1\omega} = \frac{\sigma_1}{1-\omega} = \frac{\sigma_1}{\psi}; \quad \sigma_{2\omega} = \frac{\sigma_2}{1-\omega} = \frac{\sigma_2}{\psi}; \quad \sigma_{3\omega} = \frac{\sigma_3}{1-\omega} = \frac{\sigma_3}{\psi},$ где $\sigma_1, \sigma_2$ и $\sigma_3$ – главные напряжения в неповрежденном теле
Максимальные касательные напряжения $\tau_{max\omega}$	$\tau_{max\omega} = \frac{\tau_{max}}{1-\omega} = \frac{\tau_{max}}{\psi}; \quad \tau_{max\omega} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot (1-\omega)} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cdot \psi}$
Октаэдрическое нормальное напряжение $\sigma_{окт\omega}$ и касательное $\tau_{окт\omega}$ напряжения	$\sigma_{окт\omega} = \frac{\sigma_{окт}}{1-\omega} = \frac{\sigma_{окт}}{\psi}; \quad \tau_{окт\omega} = \frac{\tau_{окт}}{1-\omega} = \frac{\tau_{окт}}{\psi}$
Интенсивность нормальных $\sigma_{и\omega}$ и касательных $\tau_{и\omega}$ напряжений	$\sigma_{и\omega} = \frac{\sigma_{и}}{1-\omega} = \frac{\sigma_{и}}{\psi}; \quad \tau_{и\omega} = \frac{\tau_{и}}{1-\omega} = \frac{\tau_{и}}{\psi}.$
Инварианты тензора напряжений (первый $I_{1\omega}$ , второй $I_{2\omega}$ и третий $I_{3\omega}$ )	$I_{1\omega} = \frac{I_1}{1-\omega} = \frac{I_1}{\psi}; \quad I_{2\omega} = \frac{I_2}{(1-\omega)^2} = \frac{I_2}{\psi^2}; \quad I_{3\omega} = \frac{I_3}{(1-\omega)^3} = \frac{I_3}{\psi^3}.$
Второй инвариант девиатора напряжений	$J_{2\omega} = \frac{1}{(1-\omega)^2} \cdot \left( I_2 - \frac{1}{3} \cdot I_1^2 \right) = \frac{1}{\psi^2} \cdot \left( I_2 - \frac{1}{3} \cdot I_1^2 \right),$
Третий инвариант девиатора напряжений	$J_{3\omega} = \frac{1}{(1-\omega)^3} \cdot \left( I_3 - \frac{1}{3} \cdot I_1 \cdot I_2 + \frac{2}{27} \cdot I_1^3 \right) =$ $= \frac{1}{\psi^3} \cdot \left( I_3 - \frac{1}{3} \cdot I_1 \cdot I_2 + \frac{2}{27} \cdot I_1^3 \right).$

Подставляя характеристики напряженного состояния поврежденного тела, определяемые в соответствии с формулами таблицы 2, в критерии прочности и условия

пластичности сплошных несложно выполнить их модификацию. Например, критерий Кулона – Мора примет вид:

При расчете на прочность [20]

$$\left(\sigma_1 - \frac{R_p}{R_c} \cdot \sigma_3\right) \cdot \frac{1}{1-\omega} = R_p \text{ или}$$

$$\left(\sigma_1 - \frac{R_p}{R_c} \cdot \sigma_3\right) \cdot \frac{1}{\psi} = R_p. \quad (10)$$

При расчете на сопротивление сдвигу

$$\left(\frac{1}{\cos\varphi} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \operatorname{tg}\varphi \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right) \cdot \frac{1}{1-\omega} = c. \quad (11)$$

Аналогичным образом, модифицируются и другие критерии, включающие в себя параметры прочности или сдвиговые характеристики. Поверхности критерии Друкера – Прагера [21], Ладе [22], Ладе – Дункана [23], Матцуока – Накаи [24] в модифицированном виде описываются уравнениями:

$$\sqrt{J_{2\omega}} - a \cdot I_{1\omega} - k = 0;$$

$$\frac{1}{(1-\omega)} \cdot \sqrt{\left(I_2 - \frac{1}{3} \cdot I_1^2\right)} - a \cdot \frac{I_1}{1-\omega} - k = 0, \quad (12)$$

где  $a$  и  $k$  – параметры прочности, связанные с параметрами условия Кулона–Мора

$$\left(\frac{I_1^3}{I_3} - 27\right) \cdot \left(\frac{I_3}{(1-\omega)^3 \cdot p_{\text{атм}}}\right)^m - k_{L-D} = 0, \quad (13)$$

где  $k_{L-D}$  – безразмерный параметр прочности грунта, связанный с углом внутреннего трения [22, 23]

$$\frac{I_1^3}{(1-\omega)^3} - k_{L-D} \cdot \frac{I_3}{(1-\omega)^3} = 0. \quad (14)$$

$$\frac{I_1}{1-\omega} \cdot \frac{I_2}{(1-\omega)^2} - k_{M-N} \cdot \frac{I_3}{(1-\omega)^3} = 0, \quad (15)$$

где  $k_{M-N}$  – безразмерный параметр прочности грунта, связанный с углом внутреннего трения.

Из анализа (14) и (15) следует, что после преобразований функция, включающая в себя меру Ю.Н. Работнова, сокращается, вследствие чего поврежденность материала в этих критериях учесть нельзя. Поэтому из традиционных сдвиговых критериев прочности модификации подлежат критерии Кулона – Мора, Друкера–Прагера, П. В. Ладе и ряд критериев, рассматривающих предельное состояние на октаэдрических площадках, которым относят условия пластичности А. И. Боткина, Мизеса–Шлейхера–Боткина, М. Ameri-Gaznon и D.N. Little, а также критерии, являющиеся

аппроксимацией предельной кривой к кругам Мора различными функциями. Для модификации критериев Ладе – Дункана и Матцуока – Накаи необходимо рассматривать их мультиповерхностные аналоги. Мультиповерхностные критерии содержат функцию угла Лоде [25] и параметр материала, который является либо функцией пределов прочности на растяжение и сжатие либо функцией сдвиговых характеристик, например угла внутреннего трения.

Для неповрежденного и поврежденного тела угол Лоде определяется по формулам:

$$\Theta_{\sigma} = \frac{1}{3} \cdot \sin^{-1} \frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot J_3}{2 \cdot \sqrt{J_2^3}};$$

$$\Theta_{\sigma\omega} = \frac{1}{3} \cdot \sin^{-1} \frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot J_{3\omega}}{2 \cdot \sqrt{J_{2\omega}^3}}. \quad (16)$$

Модифицируя мультиповерхностные критерии Ладе – Дункана и Матцуока – Накаи, полученные Дж. Бардетом [26], запишем их в виде уравнений:

$$\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot \left(\frac{1}{1-\omega} \cdot \frac{I_2}{I_1}\right)^3 \cdot \sin(3 \cdot \Theta_{\sigma\omega}) - \left(\frac{1}{1-\omega} \cdot \frac{I_2}{I_1}\right)^2 = \frac{3}{k_{L-D}} - \frac{1}{9}. \quad (17)$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot \left(\frac{1}{1-\omega} \cdot \frac{I_2}{I_1}\right)^3 \cdot \sin 3 \cdot \Theta_{\sigma\omega} - \left(1 - \frac{3}{k_{M-N}}\right) \cdot \left(\frac{1}{1-\omega} \cdot \frac{I_2}{I_1}\right)^2 = \frac{3}{k_{L-D}} - \frac{1}{9}. \quad (18)$$

Критерии (17) и (18) позволяют рассчитывать материалы, в том числе и монолитные на сопротивление сдвигу. Так как угол Лоде характеризует вид напряженного состояния, то эти критерии применимы как для чистого сдвига, так и трехосного растяжения и сжатия. Вследствие этого эти критерии можно применять для расчета асфальтобетонного покрытия на сопротивление сдвигу при различных напряженных состояниях:

- двухосное сжатие или растяжение при изгибе тонких плит;
- трехосное сжатие или растяжение при изгибе толстых плит;
- трехосное сжатие по всей толщине асфальтобетонного покрытия (здесь авторами подразумевается потеря асфальтобетоном способности работать на изгиб при существенном увеличении температуры материала в слое).

Используя оригинальный мультиповерхностной критерий Мао-Хонга Ю [27, 28] и выполняя его модификацию предлагаемым способом, можно получить более простой критерий поврежденного тела, представленный в таблице 3.

Таблица 3 – Модифицированный критерий Ю Мао-Хонга

Диапазон варьирования напряжения $\sigma_2$	Уравнение предельного состояния
$\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + k_M \cdot \sigma_3}{1 + k_M}$	$\frac{1}{1-\omega} \cdot \left( \sigma_1 - \frac{k_M \cdot (b \cdot \sigma_2 + \sigma_3)}{1-b} \right) = R_p; k_M = \frac{R_p}{R_c}; b = \frac{R_p \cdot \tau_{np}}{(R_p - \tau_{np})} \cdot R_c.$
$\sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + k_M \cdot \sigma_3}{1 + k_M}$	$\frac{1}{1-\omega} \cdot \left( \frac{\sigma_1 + b \cdot \sigma_2}{1+b} - k_M \cdot \sigma_3 \right) = R_p$

Для определения мер теории поврежденности используют соотношения различных показателей физических и механических характеристик сплошных и поврежденных материалов. Результаты исследований, выполненных в этом направлении, освещены в работах Н.И. Карпенко [11], Д. Леметра [12], Дж. Шена [29]. Поэтому определение поврежденности  $\omega$  и сплошности  $\psi$  не вызывает затруднений. Авторами в работе [20] приведена эмпирическая формула, позволяющая рассчитывать поврежденность плотного и пористого асфальтобетона на битумах марок БНД 90/130, БНД 130/200 и БНД 200/300 при работе этого материала в тонкой плите на изгиб. Безусловно, что эта формула, описывающая процесс накопления повреждений охватывает далеко не все напряженные состояния, а так же не все виды асфальтобетонов. Тем не менее эта зависимость позволяет рассматривать традиционный изгиб асфальтобетонной тонкой плиты и рассчитывать величину поврежденности в любом из предлагаемых критериев прочности и условий пластичности.

**Заключение**

В заключение целесообразно дать рекомендации по применению материалов статьи и дальнейших путях развития исследования.

1. В статье предложен способ модификации критериев прочности и условий пластичности материалов, заключающийся в подстановке в уравнения предельного состояния характеристик напряженного состояния поврежденного тела вместо своих аналогов сплошной среды. В этих критериях сохраняется физический смысл теории Качанова – Работного в соответствии с которым увеличение поврежденности материала или уменьшение его сплошности приводит к росту компонент тензора напряжений, а, следовательно, и всех других характеристик напряженного состояния. Предложенные критерии и условия могут быть применены, как для расчетов на

растяжение от изгиба, так и сопротивление сдвигу.

2. Известные решения механики сплошной среды позволяют рассчитывать величину главных напряжений при различных напряженных состояниях, что позволяет достаточно оперативно ввести в действие предлагаемые критерии прочности и условия пластичности поврежденных тел.

3. Современное лабораторное оборудование позволяет определять кинетику накопления материалом повреждений при сложном напряженном состоянии. В результате появляется возможность разработки математических моделей, описывающих зависимости поврежденности  $\omega$  и сплошности  $\psi$  тела от величины главных напряжений и числа нагрузок. Постановку таких экспериментов и подбор эмпирических формул, описывающих их результаты, авторы считают задачей своих дальнейших исследований.

**Библиографический список**

1. Инструкция по проектированию дорожных одежд нежесткого типа. ВСН 46-72. М.: Транспорт, 1973. – 110 с.
2. Инструкция по проектированию дорожных одежд нежесткого типа. ВСН 46-83. М.: Транспорт, 1985. – 157 с.
3. Проектирование нежестких дорожных одежд. ОДН 218.046-01. М.: Информавтодор, 2001. – 145 с.
4. Батраков О.Т. Усиление нежестких дорожных одежд / О.Т. Батраков. – М.: Транспорт, 1985. – 144 с.
5. Сосновский, Л. Концепции поврежденности материалов / Л. Сосновский, С. Щербаков. // Вестник ТНТУ. – 2011. – Спецвыпуск – часть 1. – С.14-23.
6. Углова, Е. В. Теоретические и методологические основы оценки остаточного усталостного ресурса асфальтобетонных покрытий автомобильных дорог // Автореф. ... д-ра техн. наук. – Волгоград: ВолГАСУ, 2009. – 38 с.
7. Смирнов, А. В. Механика устойчивости и разрушения дорожных конструкций / А. В. Смирнов, А. А. Малышев, Ю. А. Агалаков – Омск: СибАДИ, 1997. – 91с.

8. Kachanov L. M. Introduction to continuum damage mechanics. Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers: Netherlands, 1986. – 136 p.
9. Качанов, Л. М. Основы механики разрушения / Л. М. Качанов. – М.: Наука, 1974. – 312 с.
10. Работнов, Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю. Н. Работнов. – М.: Наука, 1979. – 744 с.
11. Карпенко, Н. И. Общие модели механики железобетона / Н. И. Карпенко – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
12. Lemaitre J. A Course on Damage Mechanics // Jane Lamaitre, Rodrigue Desmorat. – Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2005. – 380 p.
13. Shima S., Oyane M. Plasticity theory for porous metals. // International Journal of Mechanical Sciences. – 1976. Vol. 18. pp. 285 – 291.
14. Gurson A. L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth; I. Yield criteria and flow rules for porous ductile media. // J. Eng. Materials Technol., 1977. no 99. no 1. – pp. 2-15.
15. Tvergaard, V. Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions. // Int. J. Fracture. – 1981. Vol. 17. – pp. 389-407.
16. Tvergaard V., Needleman A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. 1984. // Acta Metall. Vol. 32. – pp. 157-169.
17. Lee J. H., Oung J. Yield functions and flow rules for porous pressure-dependent strain-hardening polymeric materials. // J. Appl. Mech. 2000. Vol. 67. № 2. – pp. 288-297.
18. Sofronis P., McMeeking R.M. Creep of power-law material containing spherical voids. // J. Appl. Mech. 1992. Vol. 59. № 2 – pp. 88-95.
19. Литвинский, Г. Г. Аналитическая теория прочности горных пород и массивов: монография / Г. Г. Литвинский. – Донецк: Норд-Пресс, 2008. – 207 с.
20. Александрова, Н. П. Проверка толщины монолитных слоев покрытий по модифицированному критерию Кулона – Мора, учитывающему микроповреждения структуры / Н. П. Александрова и др. // В кн. Стандарт организации. Расчет дорожных одежд нежесткого типа дорог газовых промыслов Ямало-Ненецкого автономного округа по критериям прочности. – Омск: Изд-во СибАДИ, 2014. – С. 49 – 51.
21. Drucker D. C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis of limit design. Quarterly of applied mechanics. 1952. Vol. 10. no 2. pp. 157 – 165.
22. Lade P. V. Elastic-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces. // Int. J. Solids Struct. 1977. Vol. 13. pp. 1019-1035.
23. Lade P. V., Duncan J. M. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil / Journal. Geotechnical Engineering Division, ASCE. – Vol. 101. – No. 10. – 1975. – P. 1037-1053.
24. Matsuoka H., Nakai T. Stress-deformation and strength characteristics soil under three different principal stresses // Proceedings Japanese Society Civil Engineering. – 1974. – Vol. 232. – pp. 59 – 70.
25. Lode W. Versuche über des Einfluss der mittleren Hauptspannung auf das Fließen der Metalle, Eisen, Kupfer und Nickel. Z. Phys., 1926. Vol. 36 – pp. 913-939.
26. Bardet J. P. Lode dependences for isotropic pressure-sensitive elastoplastic materials // Journal of applied mechanics. 1990. – Vol. 57. – pp. 498 – 506.
27. Yu Mao-hong. Twin shear stress yield criterion // J. Int J Mechanical Science. – 1983. Vol. 25(1). – Pp. 71–74.
28. Yu Mao-Hong. Advances in strength theories for materials under complex stress state in the 20th century // J. Appl Mech Rev. – 2002. Vol. 55. – pp. 169–218.
29. Shen J. et al. Material damage evaluation with measured microdefects and multiresolution numerical analysis. // International Journal of Damage Mechanics. 2014, Vol. 23(4) pp. 537–566.

#### MODIFICATION OF STRENGTH CRITERIA AND PLASTICITY'S CONDITIONS IN CALCULATION OF PAVEMENTS

N. P. Alexandrova, A. S. Aleksandrov, V. V. Chusov

**Abstract.** The article dwells upon the impact of accumulative damages on strength and plasticity of materials. The authors have attempted to modify the original criteria of strength and plasticity's conditions, based on a conventional method of accounting this phenomenon. This method consists in introduction of measures of damage's theory, to which the  $\psi$  continuity of L.M. Kachanov and  $\omega$  damage of Y.N. Rabotnov are traditionally referred in the limiting state equation. One of these measures is contained in a function, which is a multiplier to a stress tensor, that allows to convert the tensor of the undamaged solid into the stress tensor of the damaged solid. There are considered opportunities of such modification, both for simple criteria of Drucker - Prager, Lade-Duncan, Matsuoka-Nakai, Mohr-Coulomb and modern multi-surface criteria for the calculation of strength and shear strength, respectively.

**Keywords:** strength criterion, plasticity's condition, damage of Y. N. Rabotnov, continuity of L. M. Kachanov, double shear criterion.

#### References

1. Instructions for designing pavements nonrigid type. VSN 46-72. Moscow, Transport, 1973. 110 p.
2. Instructions for designing pavements nonrigid type. VSN 46-83. Moscow, Transport, 1985. 157 p.
3. Design of nonrigid pavements. ODN 218.046-01. Moscow, Informavtodor, 2001. 145 p.
4. Batrakov O. T. *Usilenie nezhestkih dorozhnyh odezhd* [Strengthening of nonrigid pavements]. Moscow, Transport, 1985. 144 p.
5. Sosnovskiy L., Shcherbakov S. *Koncepcii povrezhdennosti materialov* [Concept of materials' damage]. *Vestnik TNTU*, 2011. pp.14-23.
6. Uglova E. V. [Theoretical and methodological basics of retained fatigue resource's evaluation of asphalt concrete road pavements]. Volgograd: VolGASU, 2009. 38 p.
7. Smirnov A. V., Malyshev A., Agalakov Y. A. *Mehanika ustojchivosti i razrusheniya dorozhnyh konstrukcij* [Stability and destruction's mechanics of road constructions]. Omsk: SibADI, 1997. 91 p.

8. Kachanov L. M. Introduction to continuum damage mechanics. Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers: Netherlands, 1986. 136 p.
9. Kachanov L. M. *Osnovy mehaniki razrushenija* [Basics of destruction mechanics]. Moscow, Science, 1974. 312 p.
10. Rabatnov Y. N. *Mehanika deformiruemogo tverdogo tela* [Mechanics of a deformable solid]. Moscow, Nayka, 1979. 744 p.
11. Karpenko N. I. *Obshhie modeli mehaniki zhelezobetona* [General models of reinforced concrete mechanics]. Moscow, Stroyizdat, 1996. 416 p.
12. Lemaitre J. A Course on Damage Mechanics // Jane Lamaitre, Rodrigue Desmorat. Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2005. 380 p.
13. Shima S., Oyane M. Plasticity theory for porous metals. // International Journal of Mechanical Sciences. – 1976. no 18. pp. 285 – 291.
14. Gurson A. L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth; I. Yield criteria and flow rules for porous ductile media. J. Eng. Materials Technol., 1977. Vol. 99. no 1. pp. 2-15.
15. Tvergaard V. Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions. Int. J. Fracture. 1981. Vol. 17. pp. 389-407.
16. Tvergaard V., Needleman A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. 1984. // Acta Metall. Vol. 32. – pp. 157-169.
17. Lee J. H., Oung J. Yield functions and flow rules for porous pressure-dependent strain-hardening polymeric materials. J. Appl. Mech. 2000. no. 67. no 2. pp. 288-297.
18. Sofronis P., McMeeking R. M. Creep of power-law material containing spherical voids. J. Appl. Mech. 1992. Vol. 59. no 2. pp. 88-95.
19. Litvinsky G. G. *Analiticheskaja teorija prochnosti gornyh porod i massivov* [Analytical theory of rock strength]. Donetsk: Nord-Press, 2008. 207 p.
20. Alexandrova N. P. *Proverka tolshhiny monolitnyh sloev pokrytij po modifitsirovannomu kriteriju Kulona – Mora, uchityvajushhemu mikropovrezhdenija struktury* [The check of coverings' solid layers thickness on modified criterion of Mohr–Coulomb, taking into account the structure's microdamage] In. Standard Organization. The calculation of nonrigid pavements of the Yamal-Nenets Autonomous Area's roads on strength criteria. Omsk: SibADI, 2014. pp. 49 - 51.
21. Drucker D. C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis of limit design. Quarterly of applied mechanics. 1952. no 10. No 2. pp. 157 – 165.
22. Lade P.V. Elastic-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces. Int. J. Solids Struct. 1977. no 13. pp. 1019-1035.
23. Lade P. V., Duncan J. M. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil / Journal. Geotechnical Engineering Division, ASCE. Vol. 101. no. 10. 1975. p. 1037-1053.
24. Matsuoka H., Nakai T. Stress-deformation and strength characteristics soil under three different principal stresses. Proceedings Japanese Society Civil Engineering. 1974. Vol. 232. pp. 59 – 70.
25. Lode W. Versuche über des Einfluss der mitt leren Hauptspannung auf das Fliesen der Metalle, Eisen, Kuper und Nickel. Z. Phys., 1926. no 36. pp. 913-939.
26. Bardet J.P. Lode dependences for isotropic pressure-sensitive elastoplastic materials //Journal of applied mechanics. 1990. Vol. 57. pp. 498 – 506.
27. Yu Mao-hong. Twin shear stress yield criterion. J. Int J Mechanical Science. 1983. no 25(1). pp. 71–74.
28. Yu Mao-Hong. Advances in strength theories for materials under complex stress state in the 20th century. J. Appl Mech Rev. 2002. No 55. pp. 169–218.
29. Shen J. at all. Material damage evaluation with measured microdefects and multiresolution numerical analysis. International Journal of Damage Mechanics. 2014, no 23(4) pp. 537–566.

*Александрова Наталья Павловна (Россия, г. Омск) – кандидат технических наук, доцент, ФГБОУ ВПО «СибАДИ». (644080, г. Омск, пр. Мира 5, e-mail: aleksandrov00@mail.ru)*

*Александров Анатолий Сергеевич (Россия, г. Омск) – кандидат технических наук, доцент, профессор ФГБОУ ВПО «СибАДИ». Основное направление научных исследований – механика дорожных конструкций. (644080, г. Омск, пр. Мира 5, e-mail: aleksandrov00@mail.ru)*

*Чусов Василий Владимирович (Россия, г. Омск) – аспирант кафедры «Строительство и эксплуатация дорог» ФГБОУ ВПО «СибАДИ». (644080, г. Омск, пр. Мира 5, e-mail: chysow@gmail.com)*

*Alexandrova Natalia Pavlovna (Russian Federation, Omsk) – candidate of technical sciences, associate professor of the Siberian State Automobile and Highway Academy. (644080, Omsk, Mira ave., 5, e-mail: aleksandrov00@mail.ru)*

*Aleksandrov Anatoliy Sergeevich (Russian Federation, Omsk) - candidate of technical sciences, associate professor of the Siberian State Automobile and Highway Academy. (644080, Omsk, Mira ave., 5, e-mail: aleksandrov00@mail.ru)*

*Chusov Vasily Vladimirovich - graduate student of the department "Construction and maintenance of roads" of the Siberian State Automobile and Highway Academy. (644080, Omsk, Mira ave., 5, e-mail: chysow@gmail.com)*